

Esercizi sulla Codifica Numerica

Notazione posizionale

- 1) Convertire in base 10 il numero binario 1110101_2 :

$$1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ 64 + 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1$$

Soluzione: $1110101_2 = 117_{10}$

- 2) Convertire in base 2 il seguente numero decimale 100
Come fare ???

Dividere per 2 la parte intera, tenere il resto, dividere per 2 la parte intera, tenere il resto, ...
finché non si ottiene il valore 0 come risultato della divisione.

$$\begin{array}{l} 100 : 2 = 50 \text{ resto } 0 \\ 50 : 2 = 25 \text{ resto } 0 \\ 25 : 2 = 12 \text{ resto } 1 \\ 12 : 2 = 6 \text{ resto } 0 \\ 6 : 2 = 3 \text{ resto } 0 \\ 3 : 2 = 1 \text{ resto } 1 \\ 1 : 2 = 0 \text{ resto } 1 \end{array} \quad \uparrow$$

Soluzione 1100100_2 (si parte dal basso e si procede verso l'alto)

Provare a fare il contrario.... Convertire il numero 1100100_2 in base 10....

- 3) Rappresentare in notazione binaria i seguenti numeri decimali:
- 13,375
 - 4,45

Come procedere:

- Dividere per 2 la parte intera, tenere il resto, dividere per 2 la parte intera, tenere il resto, ... finché non si ottiene il valore 0 come risultato della divisione.
- Moltiplicare per 2 la parte frazionaria, tenere la parte intera, moltiplicare per 2 la parte frazionaria, tenere la parte intera, ..., finché non si ottiene 1 come risultato della moltiplicazione (si parte dall'alto verso il basso per prendere le cifre)

Passo 1: Calcolare la parte Intera

La parte intera di 13,375 è 13

La parte intera di 4,45 è 4

Passo 2: convertire la parte intera

$$\begin{array}{rcl}
 13:2=6 & \text{resto } 1 & \uparrow \\
 6:2=3 & \text{resto } 0 & \\
 3:2=1 & \text{resto } 1 & \\
 1:2=0 & \text{resto } 1 & \\
 \hline
 (13)_{10}= & (1101)_2 & \\
 (4)_{10}= & (0010)_2 &
 \end{array}$$

Passo 3: convertire la parte frazionaria

In **blu** la parte intera che si prende ed in **rosso** la parte frazionaria che si “riusa”

$$\begin{array}{lcl}
 0,375 * 2 = \text{0,75} & & 0,45 * 2 = \text{0,9} \\
 0,75 * 2 = \text{1,5} & & 0,9 * 2 = \text{1,8} \\
 0,5 * 2 = \text{1,0} \text{ fine} & & 0,8 * 2 = \text{1,6} \\
 & & 0,6 * 2 = \text{1,2} \\
 & & 0,2 * 2 = \text{0,4} \\
 & & 0,4 * 2 = \text{0,8} \\
 & & 0,8 * 2 = \text{1,6} \text{ ATTENZIONE: già calcolato} \\
 & & 0,6 * 2 = \text{1,2} \text{ ATTENZIONE: già calcolato} \\
 & & 0,2 * 4 = \text{0,4} \text{ ATTENZIONE: già calcolato} \\
 & & 0,4 * 2 = \text{0,8} \text{ ATTENZIONE: già calcolato} \\
 & & 0,8 * 2 = \text{1,6} \text{ ATTENZIONE: già calcolato} \\
 & & 0,6 * 2 = \text{1,2} \text{ ATTENZIONE: già calcolato}
 \end{array}$$

Soluzione finale:

- $(13,375)_{10} = 1101,011$
- $(4,45)_{10} = 10,0111001100\dots$ Ovvero $10,01(1100)$ dove tra parentesi si esprime il periodo poiché la sequenza continuerebbe all’infinito...il numero è periodico

4) Rappresentare in notazione decimale i seguenti numeri binari:

- 10011011
- 110110111
- 1,010
- 0,001

Come procedere:

- Moltiplicare ogni cifra binaria a sinistra della virgola per 2^n , dove n rappresenta la posizione della cifra ($n=0$ per la prima cifra a sinistra della virgola, 1 per la seconda, ...).
- Moltiplicare ogni cifra binaria a destra della virgola per 2^{-n} , dove n rappresenta la posizione della cifra ($n=1$ per la prima cifra a sinistra della virgola, 2 per la seconda, ...).

Soluzione:

$$1*2^0 + 1*2^1 + 0*2^2 + 1*2^3 + 1*2^4 + 0*2^5 + 0*2^6 + 1*2^7 = 155$$

$$1*2^0 + 1*2^1 + 1*2^2 + 0*2^3 + 1*2^4 + 1*2^5 + 0*2^6 + 1*2^7 + 1*2^8 = 439$$

$$1*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} + 0*2^{-3} = 1,25$$

$$0 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 0,1875$$

Si ricordi che

$$2^8=255$$

$$2^7=128$$

$$2^6=64$$

$$2^5=32$$

$$2^4=16$$

$$2^3=8$$

$$2^2=4$$

$$2^1=2$$

$$2^0=1$$

$$2^{-1} = 1 / 2^1 = 1 / 2 = 0,5$$

$$2^{-2} = 1 / 2^2 = 1 / 4 = 0,25$$

$$2^{-3} = 1 / 2^3 = 1 / 8 = 0,125$$

$$2^{-4} = 1 / 2^4 = 1 / 16 = 0,0625$$

Numeri negativi

Come procedere:

In modulo e segno su N bit:

1. calcolare la rappresentazione binaria del valore assoluto del numero
2. aggiungere tanti zeri a sinistra per arrivare a N cifre binarie
3. mettere a 1 il bit del segno il bit più a sinistra

In complemento a 2 su N Bit

4. calcolare la rappresentazione binaria del valore assoluto del numero
5. aggiungere tanti zeri a sinistra per arrivare a N cifre binarie
6. Inverti tutti i bit a sinistra del bit "1" meno significativo (è quello che si trova più a destra)

1) Rappresentare in modulo e segno e complemento a 2 i seguenti numeri negativi su 8 bit:

- -31
- -109
- -81

Si parte dal calcolo della rappresentazione binaria del valore assoluto del numero ovvero ad esempio -31 diventa 31, -109 diventa 109 a -81 diventa 81

31:2=15 resto 1	↑	109:2=54 resto 1	↑	81:2=40 resto 1	↑
15:2=7 resto 1		54:2=27 resto 0		40:2=20 resto 0	
7:2=3 resto 1		27:2=13 resto 1		20:2=10 resto 0	
3:2=1 resto 1		13:2=6 resto 1		10:2=5 resto 0	
1:2=0 resto 1		6:2=3 resto 0		5:2=2 resto 1	
		3:2=1 resto 1		2:2=1 resto 0	
		1:2=0 resto 1		1:2=0 resto 1	

In **rosso** i bit zero aggiunti per arrivare ad 8 cifre; in **blu** il bit di segno

31	000 11111
109	0 1101101
81	0 1010001
-31	1 0011111
-109	1 1101101
-81	1 1010001

Complemento a 2:

In **blu** bit "1" meno significativo

-31 (valore assoluto: 0001111 1)	→	11100001
-109 (valore assoluto: 0110110 1)	→	10010011
-81 (valore assoluto: 0101000 1)	→	10101111
-12 (valore assoluto: 00001 1 00)	→	11110100
-1 (valore assoluto: 0000000 1)	→	11111111

2) A quali numeri decimali corrispondono i seguenti numeri binari rappresentati in modulo e segno e in complemento a 2?

- 100110
- 11110
- 111
- 0101

Come procedere:

- In modulo e segno eliminare il bit del segno e calcolare il valore assoluto in notazione decimale. Il risultato sarà il valore assoluto se il bit di segno è 0, oppure il corrispondente numero negativo se il bit di segno è 1.
- In complemento a 2, se il bit di segno è 1, calcolare la rappresentazione binaria del valore assoluto del numero invertendo tutti i bit partendo dal primo 1, escluso, che si incontra leggendo la stringa binaria da destra verso sinistra. Calcolare quindi il valore assoluto in notazione decimale. Il risultato sarà il corrispondente numero negativo. Se invece il bit di segno è 0, allora il numero è positivo e basta calcolarne la rappresentazione decimale senza invertire i bit.

Soluzione:

100110 è negativo perché il bit del segno vale 1.

In modulo e segno il valore assoluto è 000110 = 6, quindi il risultato è -6

In complemento a 2 il valore assoluto diventa 011010 = 26, quindi il risultato è -26

11110 è negativo perché il bit del segno vale 1.

In modulo e segno il valore assoluto è 01110 = 14, quindi il risultato è -14

In complemento a 2 il valore assoluto diventa 00010 = 2, quindi il risultato è -2

111 è negativo perché il bit del segno vale 1.

In modulo e segno il valore assoluto è 011 = 3, quindi il risultato è -3

In complemento a 2 il valore assoluto diventa 001 = 1, quindi il risultato è -1

0101 è positivo perché il bit del segno vale 0.

In modulo e segno il valore assoluto è 0101 = 5, quindi il risultato è 5

In complemento a 2 il risultato è lo stesso ottenuto per modulo e segno, ovvero 5

Conversione binario-esadecimale e viceversa

Basta ricorda che:

$$1_{10} = 1_{16} = 0001_2$$

$$2_{10} = 2_{16} = 0010_2$$

.....

$$9_{10} = 9_{16} = 1001_2$$

$$10_{10} = A_{16} = 1010_2$$

$$11_{10} = B_{16} = 1011_2$$

$$12_{10} = C_{16} = 1100_2$$

$$13_{10} = D_{16} = 1101_2$$

$$14_{10} = E_{16} = 1110_2$$

$$15_{10} = F_{16} = 1111_2$$

$$\text{Esercizio: } 101111101101_2 = ???_{16}$$

$$\text{Esercizio: } 101010_2 = ???_{16}$$

$$\text{Esercizio: } A3C9_{16} = ???_2$$

1011 1110 1101

B E D

101010 si deve raggruppare per 4 cifre partendo da destra ed aggiungendo zeri a sinistra per raggiungere un multiplo di 4; in poche parole...

101010 diventa **00**10 1010 con gli zeri aggiunti in rosso...a questo punto ricordando la tabellina sopra....

0010 1010

2 A

A 3 C 9

1010 0011 1100 1001

$$\text{Soluzione: } 101111101101_2 = BED_{16} \text{ o anche } 0xBED = 3053_{10}$$

$$\text{Soluzione: } 101010_2 = 2A_{16} \text{ o anche } 0x2A = 42_{10}$$

$$\text{Soluzione: } A3C9_{16} \text{ o anche } 0xA3C9 = 1010001111001001_2 = 41929_{10}$$

Conversione binario-ottale e viceversa

Si deve raggruppare per 3 cifre partendo da destra ed aggiungendo zeri a sinistra per raggiungere un multiplo di 3....

$$\text{Esercizio: } 10101111_2 = ???_8$$

$$\text{Esercizio: } 635_8 = ???_8$$

10 101 111

2 5 7

$$\text{Soluzione: } 10101111_2 = 257_8$$

6 3 5

110 011 101

$$\text{Soluzione: } 635_8 = 110011101_2$$