

Matematica Generale I: successioni e serie

Elisabetta Michetti

1 Successioni

Si dica se le seguenti successioni sono convergenti, divergenti o indeterminate (Livello1):

1. $a_n = (-1)^{2n} \frac{2n^2+1}{n^2-1}$

2. $a_n = (-1)^{n+1} 2n$

3. $a_n = n \sin n$

4. $a_n = (-3)^{2n+1}$

5. $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2+2}$

6. $a_n = (-2)^n$

7. $a_n = \left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{12n^2+1}$

8. $a_n = \frac{\sin n}{n}$

9. $a_n = \frac{n}{3n+\sin n}$

Verificare in base a definizione i seguenti limiti di successione (Livello1):

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} = 1$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k}{n} = 0, \forall k \neq 0$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0, \forall k > 0$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n^2} - 1 = +\infty$

2 Serie

Determinare il carattere delle seguenti serie e, se convergenti, calcolare la somma. (Livello1)

1. $\sum_{n=2}^{\infty} 3 \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}$
2. $\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^{3n}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} 4(5)^{5n}$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} (e)^{-2n}$

Determinare il carattere delle seguenti serie. (Livello1)

1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4}{n}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} (n^2)$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} e(n^{-e})$

Si determini la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{4}\right)^n$. (Livello1)

Stabilire se le seguenti serie sono convergenti. (Livello1)

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n-3}{n+1}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(n^2 + 1)$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-2n+5} + 3$

Studiare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{\infty} 2(\sqrt[3]{x^n})$ al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ e, se convergente, determinare la somma. (Livello1)

Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} (x^2-3)^n$ al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ e, se convergente, determinare la somma. (Livello1)

Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^{x^3+9}}\right)$ al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$. (Livello1)

Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^{e^{(x^2-1)}}$ al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$. (Livello1)

Studiare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{\infty} (n)^{\frac{x+3}{x-5}}$ al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$. (Livello1)

Data la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \ln^n |x-2|$ determinare il carattere $\forall x \in \mathbb{R}$ e ove converge calcolare la somma. (Livello 2)

Studiare il carattere della serie $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x^2-x}{x^2-9} \right)^n$ al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$. (Livello 1)

Determinare il valore del parametro reale a tale che $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(a-2)^n}{3^{n-1}} = 4$. (Livello 1)

Risolvere la seguente equazione $\sum_{n=1}^{\infty} 2 \left(\frac{1}{2x-3} \right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{x+4} \right)^{n+1}$ al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$. (Livello 1)