

Domande di teoria - scheda 6
corso di Matematica Generale, *Cristiana Mammana*

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false motivando la risposta.

1. $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{R}, y = 2x + 1\}$ è un sottospazio di $\mathbb{R}^2$. [V] [F]
2. Il piano (x, y) è un sottospazio di $\mathbb{R}^3$ (x, y, z) . [V] [F]
3. $\underline{e}_1 = (1, 0, 0)$ e $\underline{e}_2 = (0, 1, 0)$ sono linearmente indipendenti e sono una base di $\mathbb{R}^3$. [V] [F]
4. Data la matrice $A_{(5,4)}$ e il vettore $\underline{b} \in \mathbb{R}^4$, $A\underline{x} = \underline{b}$ è un sistema lineare in cui $\underline{x} \in \mathbb{R}^5$ rappresenta il vettore delle incognite. [V] [F]
5. La matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ è invertibile. [V] [F]
6. Data la matrice $A_{(3,3)}$ e la matrice I_3 allora $|A_{(3,3)}I_3| = |A_{(3,3)}|$. [V] [F]
7. Dato il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ dove A è una matrice $n \times n$, $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ e $\underline{b} \in \mathbb{R}^n$, per il Teorema di Cramer se $|A| \neq 0$ il sistema ha un'unica soluzione, se $|A| = 0$ il sistema ha infinite soluzioni. [V] [F]
8. Dato il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ dove A è una matrice $m \times n$, $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ e $\underline{b} \in \mathbb{R}^m$, la matrice completa A' è una matrice $m \times n + 1$ il cui rango è $\leq$ del rango di A . Il sistema è compatibile se $r(A) = r(A')$. [V] [F]
9. $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_m \in \mathbb{R}^n$ sono linearmente indipendenti se $c_1\underline{v}_1 + c_2\underline{v}_2 + \dots + c_m\underline{v}_m = \underline{0}$ per $c_1 = c_2 = \dots = c_m = 0$. [V] [F]
10. Data $f(x) = e^x + 3$, $G(x) = e^x + 3x + 4$ è una primitiva di $f(x)$ e $\int (e^x + 3)dx = G(x) + k$. [V] [F]
11. Data $f(x) = 5x^3 + \sin x + 3$, $\int_0^x (5t^3 + \sin t + 3)dt$ è una primitiva di $f(x)$. [V] [F]
12. Data $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & x \in [-2, 2] - \{0\} \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ si ha $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$. [V] [F]
13. $\int 3x^2(x^3 + 1)^2 dx = \frac{(x^3+1)^3}{3} + c$. [V] [F]