

Rispondere ai seguenti quesiti motivando le risposte.

- 1) Sia $V = \{(x, y, 0) \in \mathbb{R}^3: x, y \in \mathbb{R}\}$, allora V è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$. (V o F)
- 2) La coppia di vettori v_1, v_2 con $v_1 = (2, 3)$ e $v_2 = (1, 4)$ è una base di $\mathbb{R}^2$. (V o F)
- 3) Il vettore $v = (2, 6)$ può essere scritto come combinazione lineare dei vettori v_1 e v_2 dell'esercizio 2)? Se sì, quali sono i coefficienti della combinazione lineare?
- 4) Il prodotto scalare è una operazione tra vettori di spazi diversi, che ad ogni coppia di vettori associa un numero. (V o F)
- 5) Il prodotto scalare tra due vettori è nullo se e solo se almeno uno dei due vettori è nullo. (V o F)
- 6) Data una matrice A 20×20 , si ha $\det(20A) = 20\det(A)$.
- 7) Una matrice 4×4 è invertibile se e solo se il rango di A è 4.

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{matrix}$$
- 8) Sia $A =$ allora $\det(A) = 8! - 7!$ (V o F)
- 9) Si definisce rango di una matrice l'ordine massimo dei minori che si possono estrarre da essa. (V o F)
- 10) Sia data una matrice A contenente un minore di ordine K diverso da zero. Se esiste un minore diverso da zero di ordine $K+1$, che contiene quello di ordine k diverso da zero, allora il rango di A è $k+1$. (V o F)
- 11) Esiste una situazione in cui un sistema omogeneo non è compatibile. (V o F)
- 12) Data una funzione $f: [1, 8] \rightarrow \mathbb{R}$, continua e limitata, allora $\int_1^8 f(x) dx = A$, dove A è un numero che coincide con l'area della parte di piano compresa tra la funzione, l'asse delle ascisse e delimitata dalle rette $x = 1$, $x = 8$. (V o F)
- 13) In quali passaggi del teorema fondamentale del calcolo integrale si utilizza l'ipotesi di continuità della funzione integrale $f(x)$?
- 14) Enunciare e dimostrare la seconda parte del teorema fondamentale del calcolo integrale.
- 15) Data la funzione $f: (2, 6) \rightarrow \mathbb{R}$, positiva e continua nel suo dominio, per il teorema della media integrale si può affermare che esiste un rettangolo di base $(2, 6)$ e altezza $f(c)$, con $c \in (2, 6)$, la cui area è uguale a quella compresa tra la funzione, l'asse delle ascisse e le rette $x = 2$ e $x = 6$.
- 16) Le funzioni continue sull'intervallo (a, b) sono integrabili secondo Riemann su (a, b) . (V o F).