

ESERCITAZIONE DI RIPASSO: MATEMATICA GENERALE SECONDA PARTE 2012/2013

1. Siano $A = \begin{pmatrix} -2k^2 & 2 \\ -2 & 2 \\ -1 & -k \end{pmatrix}$ e $\underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ (k-1) \\ 0 \end{pmatrix}$, discutere e risolvere il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$

2. Dati i vettori $\underline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ k \\ -1 \end{pmatrix}$, $\underline{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ k^2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\underline{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, dire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ essi sono

linearmente dipendenti ed in tal caso scrivere uno di essi come combinazione lineare degli altri

3. Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & k \\ 2 & k+2 & 4k \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ e $\underline{b} = \begin{pmatrix} 1+k \\ 3k+4 \\ 3 \end{pmatrix}$, discutere il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$.

4. Dati i seguenti vettori $\underline{x} = \begin{pmatrix} k \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\underline{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ k+3 \\ 6k \end{pmatrix}$, si determini per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ i vettori

$\underline{x}, \underline{y}$ sono linearmente indipendenti. Per $k=1$ si dica se è possibile esprimere il vettore

$\underline{z} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 15 \end{pmatrix}$ come combinazione lineare di $\underline{x}, \underline{y}$ e determinare i coefficienti di tale

combinazione.

5. Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & k \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & k-1 & 1 \end{pmatrix}$ e $\underline{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, discutere il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.

6. Siano $A = \begin{pmatrix} k^2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ e $\underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, discutere il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ e, se possibile, risolverlo per $k=2$.

7. Si determini il dominio della seguente funzione

$$z = \ln[(y-2x+1)(x^2+y^2-4)] - \sqrt{y+x^2-1}.$$

8. Determinare per via grafica il dominio della seguente funzione:

$$z = \ln(x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5) + \sqrt{(y+1)(x-2)}$$

9. Determinare i punti di massimo e minimo relativi della funzione:

$$z = x^3y - x^2y^2 + 4x^2y$$

10. Determinare i punti di massimo e di minimo relativo della seguente funzione:

$$z = 2x^3 + 3x^2y + 2y^3 - 6y^2$$

11. Determinare per via analitica i punti di massimo e minimo relativi della funzione

$$z = \ln x + \ln y \text{ soggetta al vincolo } x^2 + y^2 - 2 = 0.$$

12. Determinare per via grafica i punti di massimo e minimo relativi della funzione $z = x^2 + y^2$

$$\text{soggetta al vincolo } 4x^2 + y^2 = 1.$$

13. Determinare per via analitica e per via grafica i punti di massimo e di minimo relativo

$$\text{vincolato della funzione } z = 3x - y \text{ con vincolo } y - x^3 - 1 = 0$$

14. Determinare i punti di massimo e di minimo relativo vincolato della funzione

$$z = \frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} \text{ con vincolo } x^2 + y^2 + 1 = 0$$