

I test non parametrici

- Il test *chi-quadrato* sull'indipendenza fra mutabili

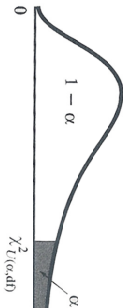
Si riporta, di seguito, la tabella che incrocia il **Voto di laurea** con l'**Occupazione** (al momento dell'intervista) di 382 laureati della Facoltà di Economia.

E' possibile affermare, con un livello di significatività $\alpha=0,05$, che esiste relazione tra i due caratteri osservati?

	OCCUPAZIONE ATTUALE			
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO				
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	61	57	51	169
106-110	25	23	25	73
110 e lode	22	20	28	70
Totale	130	119	133	382

I test non parametrici

Tavola della distribuzione χ^2



Gradi di libertà	Area nella coda destra											
	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,750	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010	
1			0,001	0,004	0,016	0,102	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635	
2			0,051	0,103	0,211	0,575	2,773	4,605	5,991	7,378	9,210	
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	1,213	4,108	6,251	7,715	9,348	11,345	
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	1,923	5,385	7,779	9,488	11,143	13,277	
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	2,675	6,626	9,236	11,070	12,833	15,086	
6	0,889	1,239	1,890	2,167	2,833	4,255	9,037	12,017	12,592	14,449	16,812	
7	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	5,071	10,219	13,362	15,507	17,535	20,090	
8	1,735	2,008	2,700	3,325	4,168	5,899	11,389	14,684	16,919	19,023	21,666	
9	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	6,737	12,549	15,987	18,307	20,483	23,209	
10												
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	7,584	13,701	17,275	19,675	21,920	24,725	
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	8,438	14,845	18,549	21,026	23,337	26,217	
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	9,299	15,984	19,812	22,362	24,736	27,688	
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	10,165	17,117	21,064	23,685	26,119	29,141	
15	4,601	5,229	6,282	7,261	8,547	11,037	18,245	22,307	24,996	27,488	30,578	
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	11,912	19,369	23,542	26,296	28,845	32,000	
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	12,792	20,489	24,769	27,587	30,191	33,409	
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	13,675	21,605	25,989	28,869	31,526	34,805	
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	14,562	22,718	27,204	30,144	32,852	36,191	
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	15,452	23,828	28,412	31,410	34,170	37,566	
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	16,344	24,935	29,615	32,671	35,479	38,932	
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	17,240	26,039	30,813	33,924	36,791	40,289	

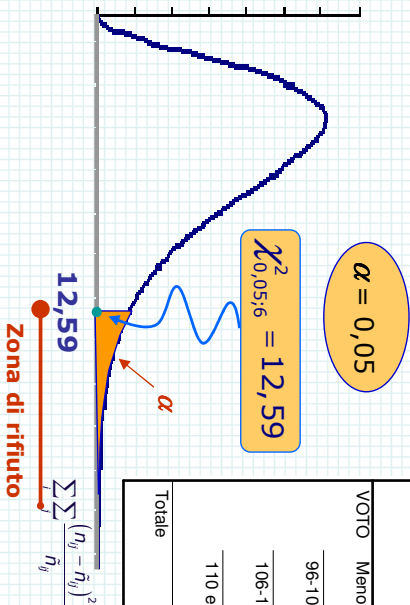
I test non parametrici

- Il test chi-quadrato sull'indipendenza fra mutabili

	OCCUPAZIONE ATTUALE			
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO				
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	61	57	51	169
106-110	25	23	25	73
110 e lode	22	20	28	70
Totale	130	119	133	382

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}}$$

=3,84



		OCCUPAZIONE ATTUALE			
		Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO	Meno di 96	22	19	29	70
	% Conteggio	31,4%	27,1%	41,4%	100,0%
	96-105	61	57	51	169
	% Conteggio	36,1%	33,7%	30,2%	100,0%
	106-110	25	23	25	73
	% Conteggio	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%
	110 e lode	22	20	28	70
	% Conteggio	31,4%	28,6%	40,0%	100,0%
Totale	% Conteggio	34,0%	31,2%	34,8%	100,0%

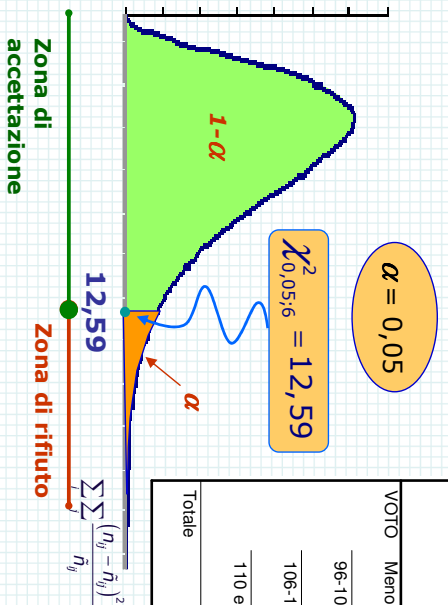
I test non parametrici

- Il test chi-quadrato sull'indipendenza fra mutabili

	OCCUPAZIONE ATTUALE			
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO				
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	61	57	51	169
106-110	25	23	25	73
110 e lode	22	20	28	70
Totale	130	119	133	382

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}}$$

=3,84



		OCCUPAZIONE ATTUALE			
		Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO	Meno di 96	22	19	29	70
	% Conteggio	31,4%	27,1%	41,4%	100,0%
	96-105	61	57	51	169
	% Conteggio	36,1%	33,7%	30,2%	100,0%
	106-110	25	23	25	73
	% Conteggio	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%
	110 e lode	22	20	28	70
	% Conteggio	31,4%	28,6%	40,0%	100,0%
Totale	% Conteggio	34,0%	31,2%	34,8%	100,0%

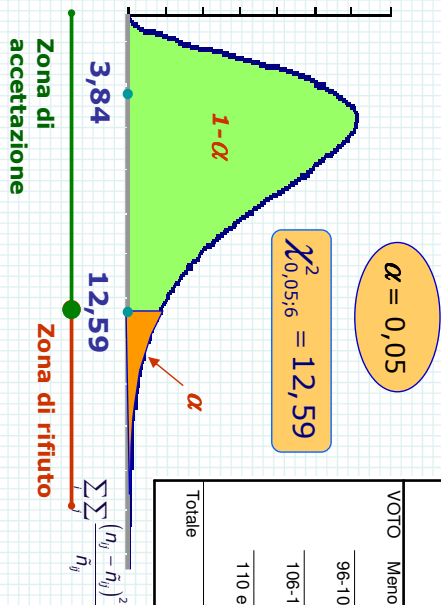
I test non parametrici

- Il test chi-quadrato sull'indipendenza fra mutabili

	OCCUPAZIONE ATTUALE			
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO				
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	61	57	51	169
106-110	25	23	25	73
110 e lode	22	20	28	70
Totale	130	119	133	382



$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}} = 3,84$$



Non rifiuto l'ipotesi H0 di indipendenza fra le mutabili

VOTO	OCCUPAZIONE ATTUALE			
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	61	57	51	169
106-110	25	23	25	73
110 e lode	22	20	28	70
Totale	130	119	133	382
	34,0%	31,2%	34,8%	100,0%

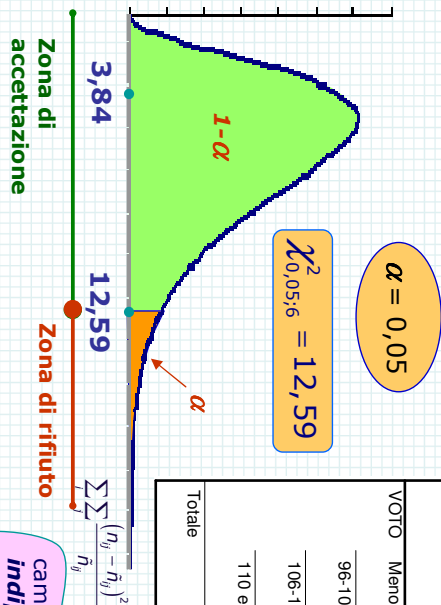
I test non parametrici

- Il test chi-quadrato sull'indipendenza fra mutabili

	OCCUPAZIONE ATTUALE			
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO				
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	61	57	51	169
106-110	25	23	25	73
110 e lode	22	20	28	70
Totale	130	119	133	382



$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}} = 3,84$$



VOTO	OCCUPAZIONE ATTUALE			
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	61	57	51	169
106-110	25	23	25	73
110 e lode	22	20	28	70
Totale	130	119	133	382
	34,0%	31,2%	34,8%	100,0%

Supponiamo che, sulla base di questo risultato campionario, io decida comunque di rifiutare l'ipotesi di indipendenza e concluda per l'associazione tra le mutabili considerate. Qual è la probabilità che stia commettendo un errore?

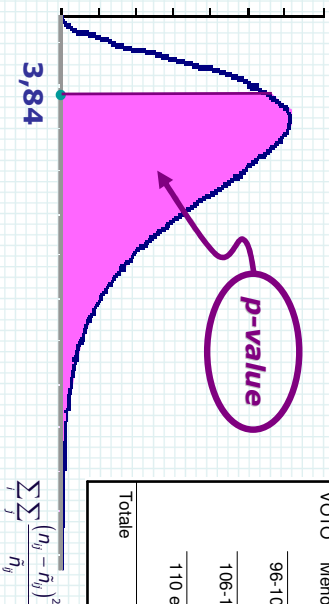
I test non parametrici

- Il test chi-quadrato sull'indipendenza fra mutabili

OCCUPAZIONE ATTUALE				
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO				
96-105	22	19	29	70
106-110	61	57	51	169
110 e lode	25	23	25	73
Totale	130	20	28	70
	130	119	133	382

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}} = 3,84$$

OCCUPAZIONE ATTUALE				
VOTO	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	31,4%	27,1%	41,4%	100,0%
Conteggio	61	57	51	169
106-110	36,1%	33,7%	30,2%	100,0%
Conteggio	25	23	25	73
110 e lode	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%
Conteggio	22	20	28	70
%	31,4%	28,6%	40,0%	100,0%
Totale	130	119	133	382
Conteggio	34,0%	31,2%	34,8%	100,0%



Il p-value è la probabilità di commettere un errore nel rifiutare l'ipotesi H_0 sulla base del valore campionario osservato. Quanto più è piccolo, tanto più tenderemo a rifiutare H_0 .

Chi-quadrato			
Chi-quadrato di Pearson	Valore	df	Sig.
	3,835	6	.699

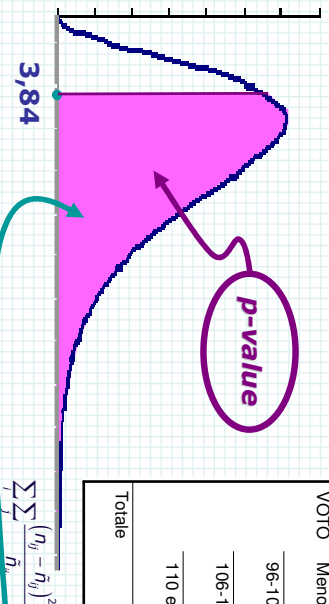
I test non parametrici

- Il test chi-quadrato sull'indipendenza fra mutabili

OCCUPAZIONE ATTUALE				
	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
VOTO				
96-105	22	19	29	70
106-110	61	57	51	169
110 e lode	25	23	25	73
Totale	130	20	28	70
	130	119	133	382

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}} = 3,84$$

OCCUPAZIONE ATTUALE				
VOTO	Non occupato	Precario	Occ. stabile	Totale
Meno di 96	22	19	29	70
96-105	31,4%	27,1%	41,4%	100,0%
Conteggio	61	57	51	169
106-110	36,1%	33,7%	30,2%	100,0%
Conteggio	25	23	25	73
110 e lode	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%
Conteggio	22	20	28	70
%	31,4%	28,6%	40,0%	100,0%
Totale	130	119	133	382
Conteggio	34,0%	31,2%	34,8%	100,0%



Il p-value è la probabilità di commettere un errore nel rifiutare l'ipotesi H_0 sulla base del valore campionario osservato. Quanto più è piccolo, tanto più tenderemo a rifiutare H_0 .

Chi-quadrato			
Chi-quadrato di Pearson	Valore	df	Sig.
	3,835	6	.699

I test non parametrici

- Il test *chi-quadrato* sull'indipendenza fra mutabili

Si riporta, di seguito, la tabella che incrocia il *Voto di laurea* con la *Frequenza alle lezioni* di 382 laureati della Facoltà di Economia.

E' possibile affermare che esiste relazione tra i due caratteri osservati?

		VOTO					
		Meno di 96	96-105	106-110	110 e lode	Totale	
FREQ.	<30% delle lez.	43	82	29	13	167	
	%	25,7%	49,1%	17,4%	7,8%	100,0%	
	30-50% delle lez.	27	68	31	33	159	
	%	17,0%	42,8%	19,5%	20,8%	100,0%	
	>50% delle lez.		19	13	24	56	
	%		33,9%	23,2%	42,9%	100,0%	
Totale		70	169	73	70	382	
	%	18,3%	44,2%	19,1%	18,3%	100,0%	

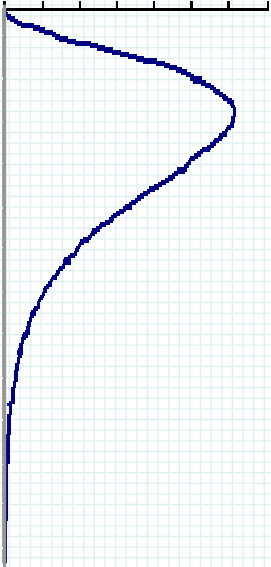
I test non parametrici

- Il test *chi-quadrato* sull'indipendenza fra mutabili

		VOTO				
		Meno di 96	96-105	106-110	110 e lode	Totale
FREQ.	<30% delle lez.	43	82	29	13	167
	%	25,7%	49,1%	17,4%	7,8%	100,0%
	30-50% delle lez.	27	68	31	33	159
	%	17,0%	42,8%	19,5%	20,8%	100,0%
	>50% delle lez.		19	13	24	56
	%		33,9%	23,2%	42,9%	100,0%
Totale		70	169	73	70	382
		18,3%	44,2%	19,1%	18,3%	100,0%

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}} = 47,56$$

Chi-quadrato			
	Valore	df	Sig.
Chi-quadrato di Pearson	47,559	6	,000



47,56 $\sum_j \frac{(n_{.j} - \tilde{n}_{.j})^2}{\tilde{n}_{.j}}$

I test non parametrici

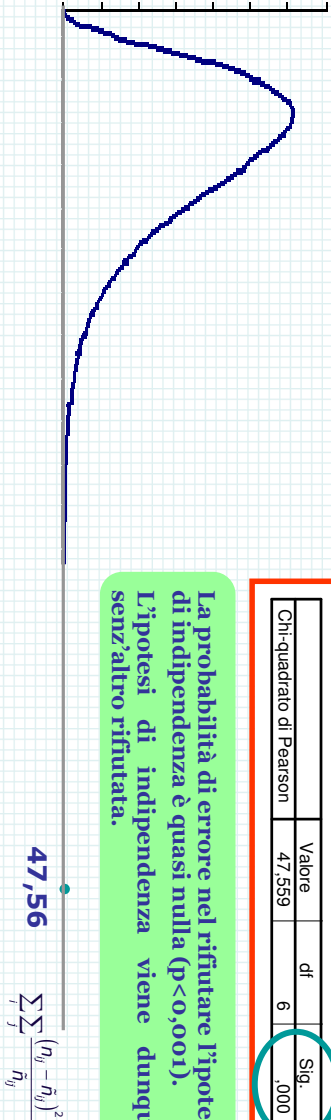
- Il test *chi-quadrato* sull'indipendenza fra mutabili

		VOTO				
FREQ.	<30% delle lez.	Meno di 96	96-105	106-110	110 e lode	Totale
	%	43	82	29	13	167
	30-50% delle lez.	25,7%	49,1%	17,4%	7,8%	100,0%
	%	27	68	31	33	159
	>50% delle lez.	17,0%	42,8%	19,5%	20,8%	100,0%
	%	19	19	13	24	56
Totale		70	169	73	70	382
		18,3%	44,2%	19,1%	18,3%	100,0%

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}} = 47,56$$

Chi-quadrato		
	Valore	df
Chi-quadrato di Pearson	47,559	6
		Sig. .000

La probabilità di errore nel rifiutare l'ipotesi di indipendenza è quasi nulla (p<0,001). L'ipotesi di indipendenza viene dunque senz'altro rifiutata.



I test non parametrici

- Il test *chi-quadrato* sull'adattamento ad una distribuzione nota

In 600 lanci di un dado si sono ottenuti i risultati riportati in tabella. Determinare, con significatività $\alpha=0,05$, se il dado può considerarsi truccato.

Risultato	1	2	3	4	5	6
Freq. Osservate	94	123	88	102	115	78

Dado non truccato ➡ Distribuzione uniforme dei risultati

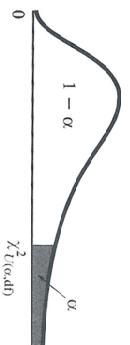
Risultato	1	2	3	4	5	6
Freq. Osservate	94	123	88	102	115	78
Freq. Teoriche	100	100	100	100	100	100

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}} = \frac{(94 - 100)^2}{100} + \frac{(123 - 100)^2}{100} + \frac{(88 - 100)^2}{100} + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(115 - 100)^2}{100} + \frac{(78 - 100)^2}{100}$$

$$= 0,36 + 5,29 + 1,44 + 0,04 + 2,25 + 4,84 = 14,22$$

I test non parametrici

Tavola della distribuzione χ^2



Gradi di libertà	Area nella coda destra										
	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,750	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010
1			0,001	0,004	0,016	0,102	1,323	2,706	3,441	5,024	6,635
2			0,051	0,103	0,211	0,575	2,773	4,605	5,991	7,378	9,210
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	1,213	4,108	6,251	7,715	9,348	11,345
4	0,207	0,287	0,484	0,711	1,064	1,923	5,385	8,277	9,488	11,143	13,277
5	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	3,455	7,841	10,645	11,070	12,833	15,086
6	0,872	1,237	1,635	2,167	2,833	4,255	9,037	12,017	14,067	16,013	18,475
7	0,989	1,299	1,690	2,167	2,733	3,490	5,071	10,219	13,362	15,507	20,090
8	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	5,071	10,219	13,362	15,507	17,535	20,090
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	5,899	11,389	14,684	16,919	19,023	21,666
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	6,737	12,549	15,987	18,307	20,483	23,209
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	7,584	13,701	17,275	19,675	21,920	24,725
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	8,438	14,845	18,549	21,026	23,337	26,217
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	9,299	15,984	19,812	22,362	24,736	27,688
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	10,165	17,117	21,064	23,685	26,119	29,141
15	4,601	5,229	6,282	7,261	8,547	11,037	18,245	22,307	24,996	27,488	30,578
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	11,912	19,369	23,542	26,296	28,845	32,000
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	12,792	20,489	24,769	27,587	30,191	33,409
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	13,675	21,605	25,989	28,869	31,526	34,805
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	14,562	22,718	27,204	30,144	32,852	36,191
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	15,452	23,828	28,412	31,410	34,170	37,566
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	16,344	24,935	29,615	32,671	35,479	38,932
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	17,240	26,039	30,813	33,924	36,791	40,289

I test non parametrici

- Il test *chi-quadrato* sull'adattamento ad una distribuzione nota

In 600 lanci di un dado si sono ottenuti i risultati riportati in tabella. Determinare, con significatività $\alpha=0,05$, se il dado può considerarsi truccato.

Risultato	1	2	3	4	5	6
Freq. Osservate	94	123	88	102	115	78

Dado non truccato ➡ Distribuzione uniforme dei risultati

Risultato	1	2	3	4	5	6
Freq. Osservate	94	123	88	102	115	78
Freq. Teoriche	100	100	100	100	100	100

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}} = \frac{(94 - 100)^2}{100} + \frac{(123 - 100)^2}{100} + \frac{(88 - 100)^2}{100} + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(115 - 100)^2}{100} + \frac{(78 - 100)^2}{100}$$
$$= 0,36 + 5,29 + 1,44 + 0,04 + 2,25 + 4,84 = 14,22$$

$$\chi^2_{0,05;5} = 11,07$$

$$14,22 > 11,07 \quad \Rightarrow$$

Rifiuto l'ipotesi di distribuzione uniforme (quindi concludo che il dado è truccato) con probabilità di errore $\alpha=0,05$.

I test non parametrici

- Il test *chi-quadrato* sull'adattamento ad una distribuzione nota

In 600 lanci di un dado si sono ottenuti i risultati riportati in tabella. Determinare, con significatività $\alpha=0,05$, se il dado può considerarsi truccato.

Risultato	1	2	3	4	5	6
Freq. Osservate	94	123	88	102	115	78

Dado non truccato ➡ Distribuzione uniforme dei risultati

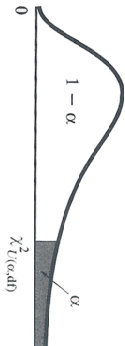
Risultato	1	2	3	4	5	6
Freq. Osservate	94	123	88	102	115	78
Freq. Teoriche	100	100	100	100	100	100

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j \frac{(n_{ij} - \hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}} = \frac{(94 - 100)^2}{100} + \frac{(123 - 100)^2}{100} + \frac{(88 - 100)^2}{100} + \frac{(102 - 100)^2}{100} + \frac{(115 - 100)^2}{100} + \frac{(78 - 100)^2}{100}$$
$$= 0,36 + 5,29 + 1,44 + 0,04 + 2,25 + 4,84 = 14,22$$

p-value?

I test non parametrici

Tavola della distribuzione χ^2



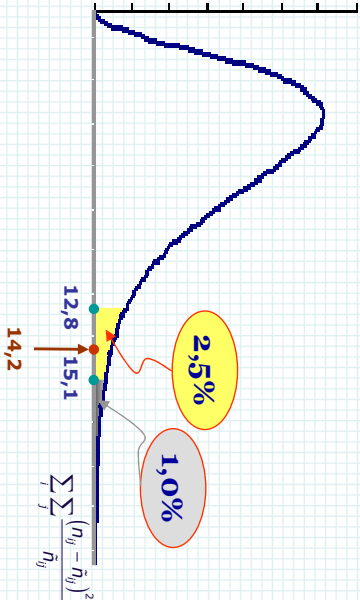
Gradi di libertà	Area nella coda destra										
	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,750	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010
1			0,001	0,004	0,016	0,102	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635
2	0,072	0,115	0,201	0,302	0,211	0,575	2,773	4,605	5,991	7,378	9,210
3			0,584	0,132	0,153	0,418	6,251	7,815	9,348	11,445	13,845
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	1,923	5,385	7,779	9,488	11,445	13,845
5	0,676	0,872	1,237	1,636	2,204	3,455	7,841	10,645	12,592	14,833	17,086
6	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	4,255	9,037	12,017	14,067	16,013	18,475
7			2,180	2,733	3,490	5,071	10,219	13,362	15,507	17,535	20,090
8	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	5,071	11,389	14,684	16,919	19,023	21,666
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	5,889	12,549	15,987	18,307	20,483	23,209
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	6,737	12,549	15,987	18,307	20,483	23,209
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	7,584	13,701	17,275	19,675	21,920	24,725
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	8,438	14,845	18,549	21,026	23,337	26,217
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	9,299	15,984	19,812	22,362	24,736	27,688
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	10,165	17,117	21,064	23,685	26,119	29,141
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	11,037	18,245	22,307	24,996	27,488	30,578
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	11,912	19,369	23,542	26,296	28,845	32,000
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	12,792	20,489	24,769	27,587	30,191	33,409
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	13,675	21,605	25,989	28,869	31,526	34,805
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	14,562	22,718	27,204	30,144	32,852	36,191
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	15,452	23,828	28,412	31,410	34,170	37,566
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	16,344	24,935	29,615	32,671	35,479	38,932
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	17,240	26,039	30,813	33,924	36,781	40,289

I test non parametrici

Il test chi-quadrato sull'adattamento ad una distribuzione nota

In 600 lanci di un dado si sono ottenuti i risultati riportati in tabella. Determinare, con significatività $\alpha=0,05$, se il dado può considerarsi truccato.

Risultato	1	2	3	4	5	6
Freq. Osservate	94	123	88	102	115	78



$\chi^2 = 14,22$

p-value?

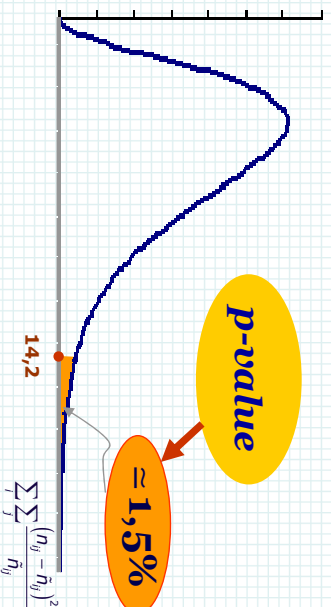
I test non parametrici

- Il test *chi-quadrato* sull'adattamento ad una distribuzione nota

In 600 lanci di un dado si sono ottenuti i risultati riportati in tabella. Determinare, con significatività $\alpha=0,05$, se il dado può considerarsi truccato.

Risultato	1	2	3	4	5	6
Freq. Osservate	94	123	88	102	115	78

$$\chi^2 = 14,22$$



La probabilità di errore nel rifiutare l'ipotesi di indipendenza, sulla base del valore campionario osservato, è dunque pari a circa 0,015.