

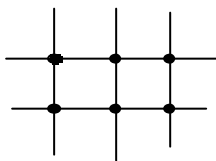
LA MOLTIPLICAZIONE IN PRIMA ELEMENTARE

E' bene presentarla confrontando tra loro varie tecniche:

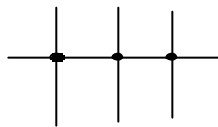
- ♦ **addizione ripetuta;**
- ♦ **prodotto combinatorio (schieramenti).**

Rispetto a quest'ultima tecnica, grande utilità si trova nell'utilizzo grafico di fasci di linee orizzontali e verticali:

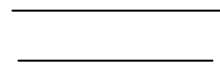
il numero degli incroci corrisponde al prodotto dei numero delle linee orizzontali con quello delle linee verticali. In tal modo sarà anche facilmente comprensibile la moltiplicazione per uno e per zero.



$$3 \times 2$$



$$3 \times 1$$



$$2 \times 0$$

Si è già detto che le attività relative alla comprensione della moltiplicazione possono essere impostate utilizzando vari metodi tra i quali spiccano quello della

E' bene presentarla confrontando tra loro varie tecniche:

- ♦ **addizione ripetuta;**
- ♦ **schieramenti.**

Impostiamo primi approcci partendo dal metodo dell'addizione ripetuta che sembra essere il più naturale e confrontabile con le esperienze che i bambini hanno già fatto a scuola e con quelle che fanno nell'extrascuola, avendo già affrontato l'addizione e ritrovandosi quotidianamente alle prese con problemi pratici, come il dover contare figurine o caramelle.

Cominciamo quindi impegnandoci a creare la situazione problematica all'interno della classe:

*scegliamo a turno 4 bambini e diamo a ciascuno di loro 3 matite, sottolineando ripetutamente il fatto che **il numero delle matite si ripete tante volte quanti sono i bambini chiamati.***

Quindi chiediamo:

- ◆ “Quante matite ha ciascun bambino?”
- ◆ “Quanti sono i bambini che hanno le matite?”
- ◆ “Quante sono in tutto le matite?”
- ◆ “Possiamo dire $3+3+3+3$?”
- ◆ “Quante volte contiamo 3?”
- ◆ “Allora possiamo dire **tre per quattro volte**”.

E' consigliabile far esercitare ogni bambino alla lavagna, ponendo situazioni problematiche diverse e introducendo il **simbolo** della moltiplicazione **x**, o il puntino (**•**).

Sempre sulla base dell'idea di fornire uno svariato numero di modalità tecniche per intuire uno stesso concetto, prendiamo in considerazione ancora la **linea dei numeri** e i **regoli**.

Tramite la linea dei numeri, privilegiando inizialmente sempre quella posta per terra in classe (*poiché su di essa i bambini affrontano le prime esperienze tramite il proprio corpo*), facciamo muovere i bambini chiedendo:

“partendo da 0 fai passi di lunghezza 2 fino ad arrivare ad 8”

- ◆ “Quanti passi da 2 hai fatto?”
- ◆ “Dove sei arrivato?”
- ◆ “Ciò significa che 2 per 4 volte è uguale ad 8, cioè:

$$2 \times 4 = 8$$

Tramite i **numeri in colore** si possono ancora creare altre esercitazioni. A questo proposito si devono usare quei regoli che sono multipli di altri più piccoli: Ad es:

1 regolo marrone (otto) può essere equiparato con 4 rossi (due) oppure con 2 viola (quattro).

Quindi chiediamo:

- ◆ “Quanti rossi servono per formare un marrone?”
- ◆ “Quante volte abbiamo preso il 2 per formare l'8?”
- ◆ “Quindi $2 \times 4 = 8$.”

E allo stesso modo

- ◆ “Quanti viola per formare uno marrone?”
- ◆ “Quante volte abbiamo preso il 4 per formare l'8?”
- ◆ “Quindi $4 \times 2 = 8$.”

Operando ripetutamente in tal modo sarà naturale, come già fatto per la somma, osservare la

proprietà commutativa del prodotto.

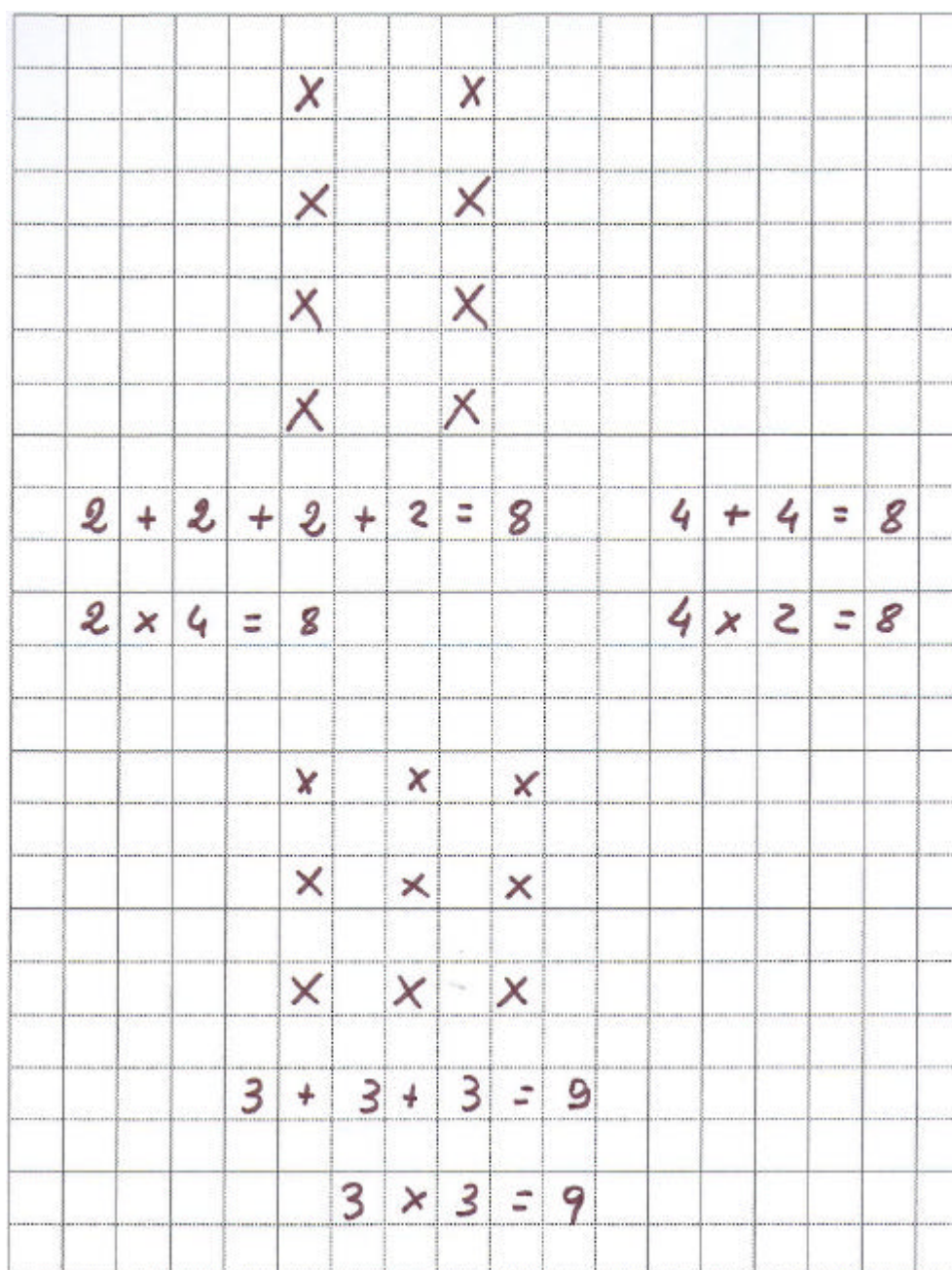
Il metodo dei cosiddetti “***schieramenti***” per l'approccio alla moltiplicazione, può essere presentato legandolo molto ad attività mirate eseguite nell'ambito dell'educazione motoria, come ad esempio ***mettersi in fila***.

Ciò che si deve mettere in fila in modo corretto sono gli oggetti da contare:

mentre col metodo dell'addizione ripetuta si formavano gruppi di oggetti, adesso si formeranno delle **file**, in tal modo si conterà

il numero dei componenti di ogni fila per il numero delle file.

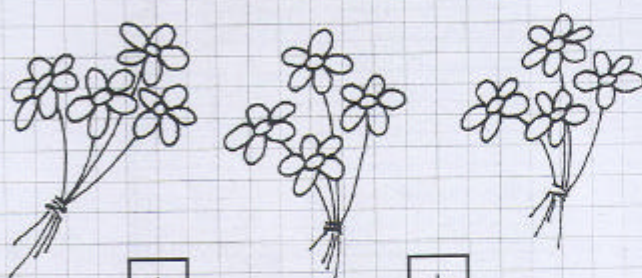
Supportati da opportune rappresentazioni grafiche, si svolgeranno delle attività che già spianano la strada verso la costruzione delle tabelline.



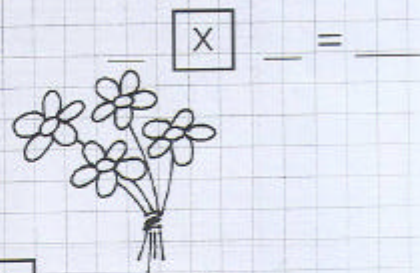
1 Scrivi l'addizione ripetuta e la corrispondente moltiplicazione.



$$\boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$



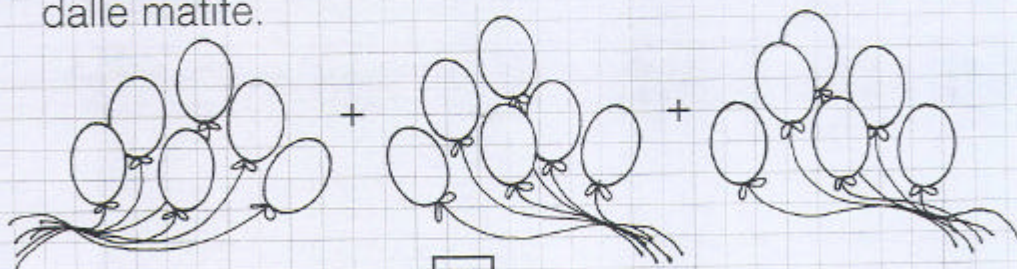
$$\boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} + \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$



$$\boxed{\quad} \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

$$\boxed{\quad} \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

2 Scrivi la moltiplicazione rappresentata dai palloncini e dalle matite.



$$\boxed{\quad} \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$



$$\boxed{\quad} \times \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

LA MOLTIPLICAZIONE IN SECONDA ELEMENTARE

Anche in questo caso, per comprendere il concetto in gioco, cioè ***l'algoritmo di calcolo***, c'è bisogno di delineare un ***percorso didattico*** di cui i bambini devono diventare ***protagonisti***.

La moltiplicazione è già stata introdotta in prima classe, associata ai concetti di

addizione ripetuta e schieramento;

quindi essa è già stata compresa concettualmente dai bambini.

L'obiettivo da raggiungere in seconda è l'esecuzione della

***moltiplicazione sul piano simbolico oltre il 20
con l'aiuto di opportune rappresentazioni grafiche.***

L'unica differenza rispetto alla prima consiste nel lavorare con

numeri più grandi.

senza coinvolgere ancora l'algoritmo di calcolo

Proponiamo situazioni in cui la soluzione del problema può essere raggiunta attraverso la tecnica dello ***schieramento***:

Costruiamo con materiale comune o rappresentiamo alla lavagna uno, ad es.

20 figurine schierate su 5 file,

chiediamo ai bambini di contarle.

Alcuni conteranno eseguendo un'addizione ripetuta

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

altri eseguiranno la moltiplicazione

$$4 \cdot 5 = 20$$

Compito dell'insegnante stimolare la discussione sul fatto che entrambe le operazioni sono esatte, guidando i bambini verso la consapevolezza che la moltiplicazione

permette di arrivare più velocemente al risultato.

Per una reale comprensione risulta utile effettuare l'esercizio inverso: ***presentare*** una moltiplicazione e farla ***tradurre*** ai bambini sotto forma di schieramento o di addizione ripetuta.

Durante il secondo anno si potrà tendere all'acquisizione di una terminologia più precisa da parte dei bambini che gradualmente giungeranno ad un corretto uso dei termini

fattore e prodotto.

Fino a questo punto non abbiamo proposto nulla di nuovo rispetto alla prima classe se non il coinvolgimento di numeri più grandi, tenendo sempre presente di lavorare con fattori ad una sola cifra.

Il lavoro con gli schieramenti permette all'insegnante di ***formalizzare*** ciò che in prima classe era stato solamente ***osservato***:

la proprietà commutativa della moltiplicazione.

I bambini a questo punto sono pronti per distinguere in uno schieramento ***le righe dalle colonne***:

gli oggetti schierati sulle linee ***orizzontali*** formano le “***righe***”,

gli oggetti schierati sulle linee ***verticali*** formano le “***colonne***”.

Tramite opportune e ripetute rappresentazioni faremo osservare come sia partendo dalle colonne che partendo dalle righe, il risultato non cambia.

LA MOLTIPLICAZIONE IN TERZA ELEMENTARE

La grande novità della terza classe è rappresentata dalla

modalità di esecuzione di moltiplicazione e divisione.

Per entrambe, infatti, viene introdotta per la prima volta la procedura di **calcolo in colonna**.

L'acquisizione di tale tecnica rappresenta ***l'obiettivo finale*** di un percorso che inizierà ricollegandosi a quello dell'anno precedente e, ***attraverso passaggi gradual***, si compierà verso ***la fine dell'anno***.

In seconda, il metodo predominante per operare la moltiplicazione è stato quello degli **schieramenti**.

A partire da schieramenti liberamente formati dai bambini stessi con oggetti reperibili in classe, essi saranno chiamati a contare

- ❖ ***le righe;***
- ❖ ***gli oggetti presenti su ogni riga;***
- ❖ ***il numero totale degli oggetti.***

Quindi si stimola la riflessione, già suscitata nell'anno precedente, che la moltiplicazione costituisce una operazione veloce per arrivare subito al risultato.

E' utile accompagnare tale concetto con quello ***dell'addizione ripetuta***, ribadendo così la relazione che intercorre tra le due operazioni.

Si ripropone quindi tutto il percorso seguito nell'anno precedente, mirando a creare il terreno sul quale fondare i nuovi obiettivi tra i quali occupano un posto preminente

la costruzione,

la comprensione,

la memorizzazione

delle tabelline,

la cui importanza per il raggiungimento dell'obiettivo della moltiplicazione in colonna è ribadita anche dai NP.

La linea metodologica che sembra più proficua per impostare il percorso di conseguimento di tale obiettivo sembra quella dei ***raggruppamenti*** con i quali i bambini hanno ampiamente familiarizzato nelle prime due classi

Sicuri della manipolazione dei raggruppamenti si può passare ad un secondo momento importante per introdurre alla moltiplicazione in colonna:

eseguire le moltiplicazioni per 10 e per 100.

Per condurre alla piena interiorizzazione di tale operazione, l'insegnante prenderà in considerazione **non solo la base dieci**, ma anche le altre già familiari ai bambini che

sanno leggere e scrivere i numeri in tutte le basi e manipolare il materiale idoneo, ad es. i B.A.M..

I bambini hanno già riflettuto su fatto che **10** è la rappresentazione della base in tutte le basi, quindi si potrà cominciare spiegando che moltiplicare per

10 (uno e zero),

significa:

decuplicare se si opera in base **dieci**,

triplicare se si opera in base **tre**,

quadruplicare se si opera in base **quattro**, etc.

Arrivare alla comprensione di tale concetto richiede molto lavoro
impennato su svariate prove pratiche con i B.A.M.

121 in base quattro = 1 piatto, 2 lunghi, 1 unità.

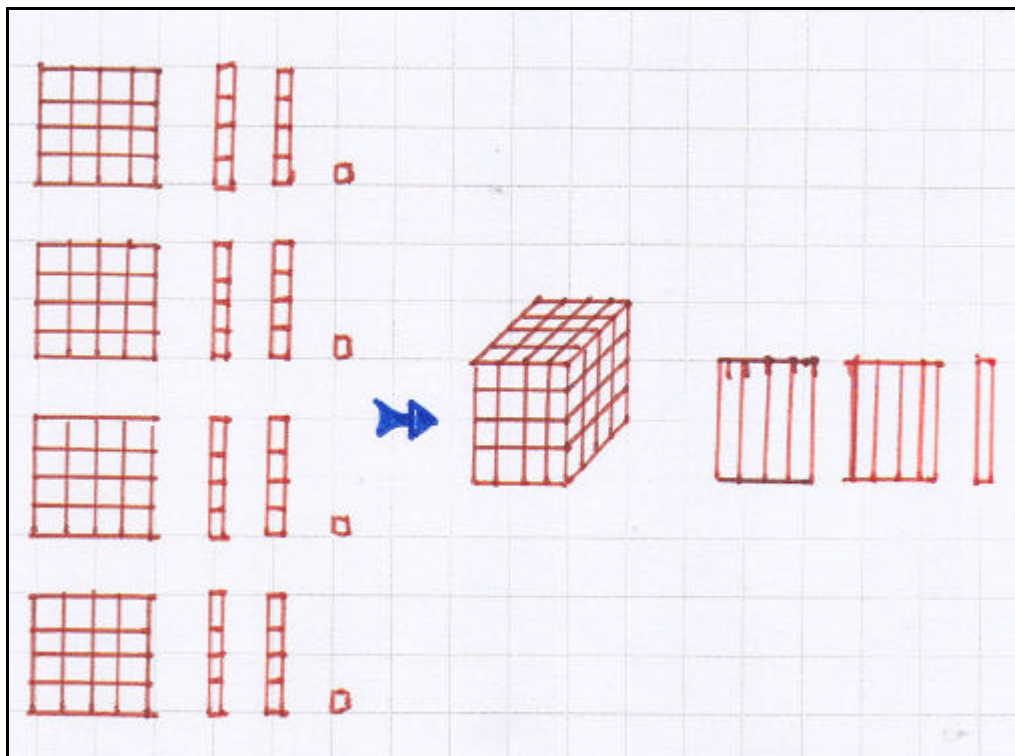
Rappresentare in **base quattro** con i blocchi l'operazione

121 ÷ 10

significherà prendere

4 piatti (1 cubo), 8 lunghi (2 piatti), 4 unità (1 lungo),

cioè in cifre **1210 in base quattro**.



Molti esercizi guideranno i bambini in modo naturale alla regola:

per moltiplicare per 10 un numero in una base qualunque, si aggiunge uno zero a destra del numero.

Analogamente si può introdurre la **moltiplicazione per 100**.

A questo punto si affrontano le argomentazioni riguardanti

le proprietà della moltiplicazione.

- ❖ **sempre possibile;**
- ❖ **commutativa;**
- ❖ **associativa.**

Lo strumento più idoneo per raggiungere tale obiettivo è rappresentato dall'osservazione critica delle tabelle delle tre operazioni che i bambini completano a scuola.

Dalla presentazione contemporanea di esse risulterà evident

quelle dell'addizione e della moltiplicazione si presentano complete, quella della sottrazione no.

Il motivo gli è già noto:

non è possibile sottrarre un numero più grande da uno più piccolo.

Lo scopo è quello di renderli consapevoli che questa è **una regola importante** e come tale **deve essere ricordata**.

La **proprietà commutativa** sarà facilmente chiarita con l'osservazione degli schieramenti:

ogni schieramento rappresenta una moltiplicazione che rimane invariata nel risultato se la eseguiamo moltiplicando

le righe per le colonne

o

le colonne per le righe.

La **proprietà associativa**, come per l'addizione verrà proposta richiamandone lo spontaneo utilizzo che se ne fa nel calcolo mentale.

Si propongono ai bambini vari calcoli mentali di moltiplicazioni semplici con **tre fattori**.

Ogni bambino, spontaneamente, prima di dare il risultato effettuerà due moltiplicazioni; l'unico compito dell'insegnante sarà quello di far notare loro questa particolarità traducendola in regola matematica.

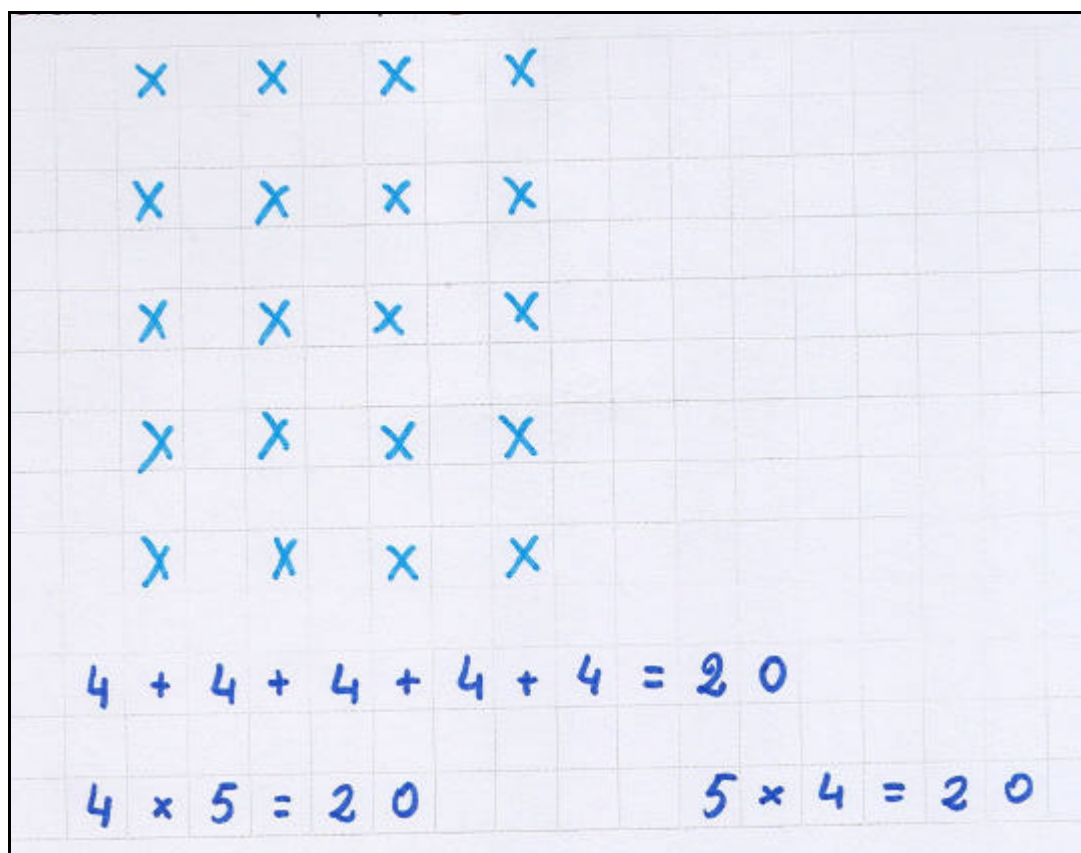
Il successivo obiettivo da raggiungere è l'esecuzione di

moltiplicazioni con un fattore a due o tre cifre.

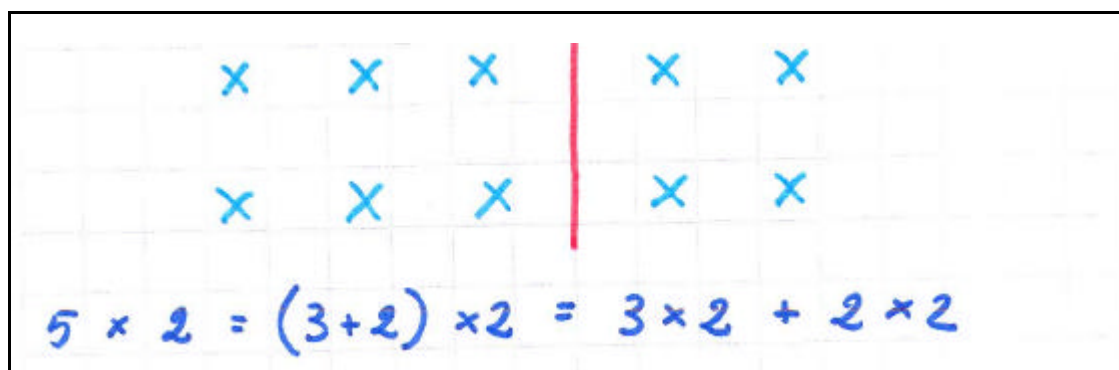
A questo scopo bisogna indurre i bambini alla comprensione e al consapevole utilizzo della

proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.

Ancora una volta si propongono gli schieramenti.

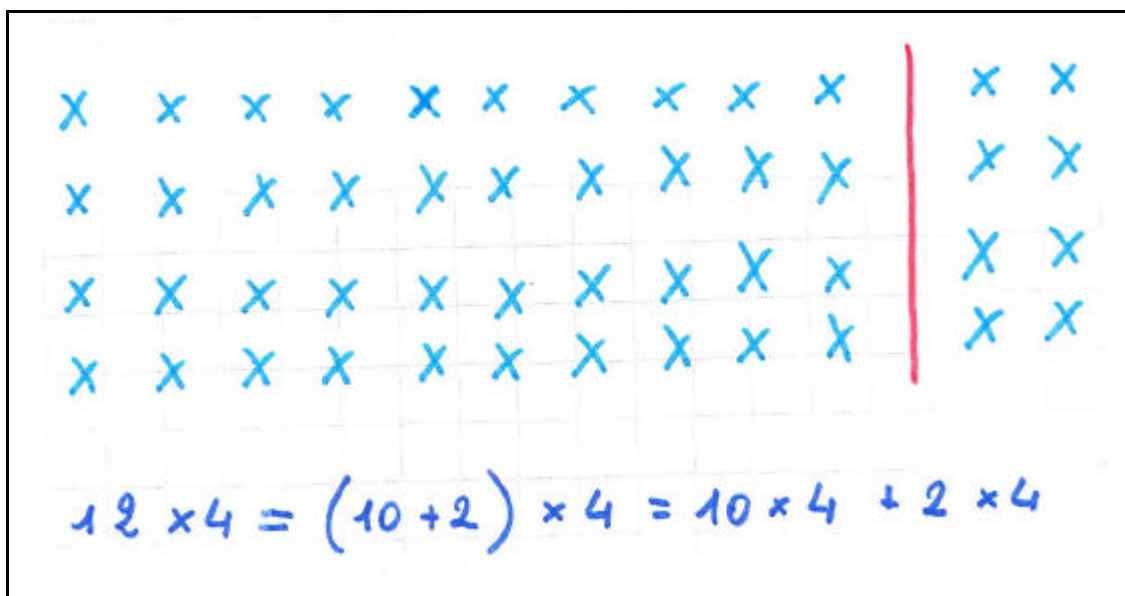


In un secondo tempo verranno effettuati sugli schieramenti i cosiddetti “**tagli**” per presentare tutti i modi possibili di rappresentare una moltiplicazione.



Lasciando liberi i bambini di operare i tagli si potrà evidenziare come, per uno stesso schieramento si possono avere moltiplicazioni **diverse ma equivalenti**.

Per passare a moltiplicare fattori con due cifre, bisognerà formare schieramenti che abbiano, su ciascuna riga, più di dieci elementi, in modo che operando l'apposito taglio ci si riconduca a moltiplicazioni note.



Quando **tutti** i bambini avranno raggiunto la necessaria sicurezza nell'**individuare** il numero da scomporre e nell'**effettuare la sua scomposizione**, si passerà a fattori di **tre cifre** seguendo lo stesso metodo:

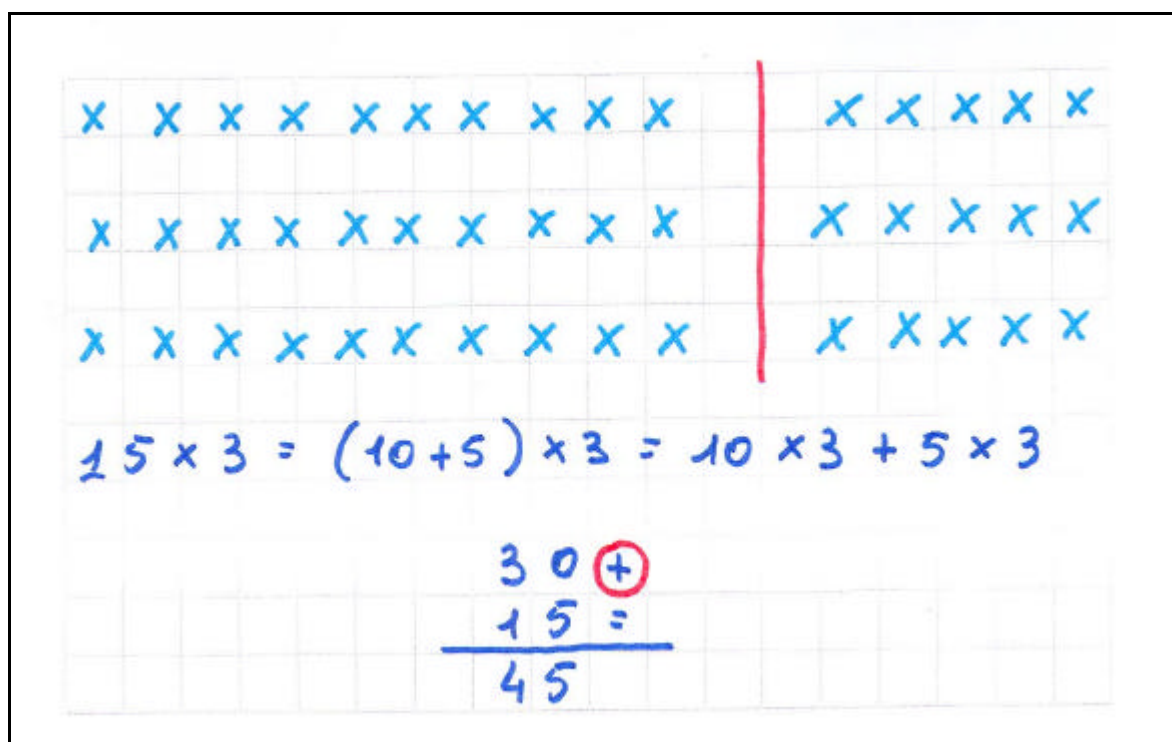
$$123 \cdot 3 = (100 \cdot 3) + (20 \cdot 3) + (3 \cdot 3).$$

A questo punto si può passare ad affrontare la

***moltiplicazione in colonna,
con e senza il cambio entro il 1000.***

Primo passo: moltiplicazione in colonna con un moltiplicatore ad una cifra.

Per ricollegarsi al discorso precedente si presenta alla lavagna uno schieramento con un numero di oggetti su ogni fila maggiore di 10 e, applicando l'apposito taglio, si scompone la moltiplicazione, sia sul piano simbolico, che su quello numerico



A questo punto si mette in evidenza il

concetto di cambio.

Si invitano i bambini ad incolonnare i numeri contrassegnando ogni colonna con il relativo simbolo **h**, **da**, **u** così da non creare ambiguità quando si effettuerà un cambio.

Il concetto di cambio nella moltiplicazione non presenta difficoltà, essendo stato più volte trattato; molti esercizi renderanno i bambini autonomi anche in questo contesto.

Più complesso risulta, in genere, il

Secondo passo: *moltiplicazione in riga e in colonna con entrambi i fattori di due cifre.*

Prerequisiti necessari al raggiungimento di tale obiettivo sono:

- ❖ ***saper moltiplicare per 10;***
- ❖ ***saper effettuare opportune scomposizioni dei numeri: sapere, ad es., che moltiplicare per 30 significa moltiplicare per 3 e poi per 10;***
- ❖ ***saper applicare la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione.***

Si comincia a lavorare con gli ***schieramenti***, questa volta molto grandi, e si applica a ciascuna moltiplicazione rappresentata, la proprietà distributiva rispetto alla somma, ripercorrendo ancora una volta la strada della scomposizione di uno dei due fattori.

Difficoltà maggiormente incontrata dai bambini
incolonnamento dei prodotti parziali.

Obiettivo primario è renderli consapevoli delle motivazioni dei singoli passaggi: essi sanno già che

$$15 \times 32 = 15 \times 30 + 15 \times 2,$$

quindi effettueranno in colonna la somma dei prodotti parziali.

Vari esempi renderanno chiaro ai bambini il motivo per cui nella moltiplicazione in colonna, dovranno incolonnare il secondo prodotto parziale mettendo le unità sotto le decine:

$$\begin{array}{r}
 \text{R} \text{ de} \text{ u} \\
 15 \times \\
 32 = \\
 \hline
 30 \\
 450 \\
 \hline
 480
 \end{array}$$

Moltiplicando il 3 per il 15, si stanno moltiplicando delle **decine** (il valore posizionale del 3 nel numero 32) per **unità e decine**.

Procedimento di calcolo delle moltiplicazioni

1° esempio

$$43 \times 2$$

con la proprietà distributiva

$$\begin{aligned}
 43 \times 2 &= (40 + 3) \times 2 = 40 \times 2 + 3 \times 2 = \\
 &= 80 + 6 = 86
 \end{aligned}$$

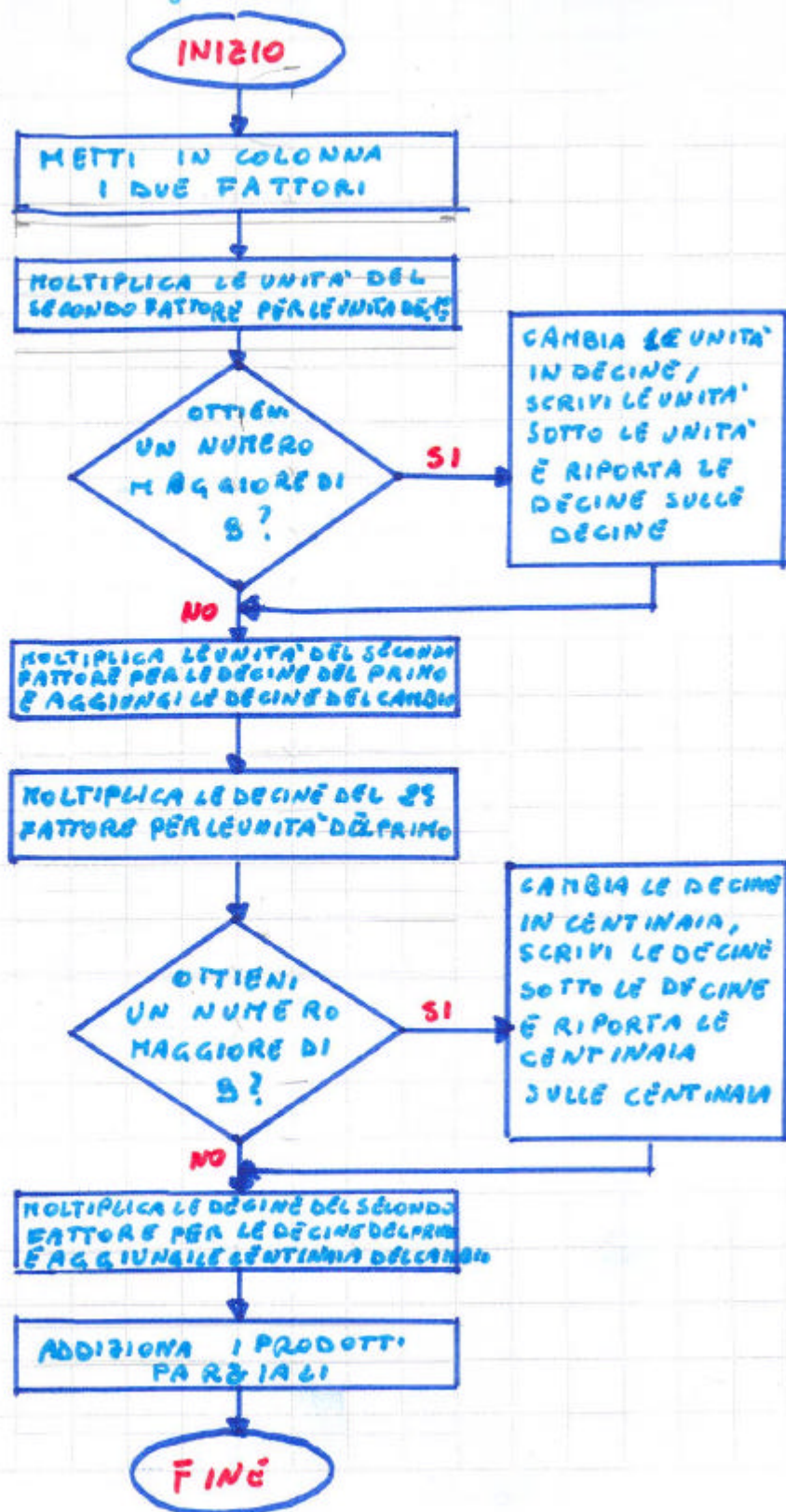
con la tabella

R	de	u	
	4	3	$\times$
		2	$=$
		6	
	8	0	
	8	6	

in breve

$$\begin{array}{r}
 43 \times \\
 2 = \\
 \hline
 86
 \end{array}$$

Diagramma di flusso per la moltiplicazione



QUARTA ELEMENTARE

Anche per la moltiplicazione il primo passo sarà quello di formalizzarne alcune proprietà:

- ❖ **annullamento del prodotto;**
- ❖ **elemento neutro.**

Ancora una volta un utile supporto è dato dalle tabelle

[illegible]

Si stimola l'osservazione e il dibattito sulla prima riga e prima colonna sulle quali ***compare solo lo zero***, e si arriva quindi a tradurre il fenomeno in ***regola matematica***:

**LO ZERO ANNULLA TUTTO
(LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO).**

Analoghe attività sulla **seconda** riga e **seconda** colonna, porteranno a dedurre la regola:

***L'1 NON HA INFLUENZA NELLA MOLTIPLICAZIONE,
DUNQUE L'1 E' L'ELEMENTO NEUTRO DELLA MOLTIPLICAZIONE.***

Il secondo passo da affrontare riguarda la

moltiplicazione fra numeri decimali.

Una **prima osservazione** importante, in analogia con quanto fatto in terza per i numeri naturali, riguarda il comportamento dei numeri decimali quando vengono

moltiplicati per 10, 100 e 1000,

per capire il **motivo** degli **spostamenti della virgola**.

Uno strumento utile è dato dalle **tabelle di incolonnamento**.

Tramite delle frecce si evidenzieranno gli spostamenti e verrà spiegato il ruolo dello zero, "segnaposto" da mettere nel caso in cui **le cifre da inserire non bastano**.

k	h	de	u	d	c	m
			7	9	6	
		7	9	6		
	7	9	6			
7	9	6	0			

Risulta particolarmente utile presentare tale moltiplicazione accanto alla **divisione di decimali per 10, 100 e 1000**:

Opportune esercitazioni faciliteranno quindi la comprensione del concetto moltiplicare e dividere per la stessa quantità lascia invariato il valore di partenza.

k	h	de	u	d	c	m
	3	5	7			
		3	5	7		
			3	5	7	
			0	3	5	7

Il **secondo** momento preliminare alla *moltiplicazione con i numeri decimali*, è la

moltiplicazione tra naturali dati da tre cifre.

Affrontato in terza il problema della moltiplicazione con fattori di due cifre, e superato lo “**scoglio**” dell'**incolonnamento dei prodotti parziali**, rimane da far osservare che il procedimento rimane analogo se i numeri coinvolti sono più grandi, riprendendo il discorso della **somma dei prodotti parziali**.

Finalmente a questo punto la classe è pronta per parlare di

moltiplicazione tra numeri decimali.

L'interesse dell'insegnante deve essere prevalentemente quello di **far capire** i passaggi dell'algoritmo di calcolo che, essendo molto semplici, possono indurre ad una

memorizzazione senza comprensione.

Prima di dare la **regola** nota per l'esecuzione veloce di tale operazione spieghiamo i passaggi aritmetici che la generano:

- ❖ si moltiplicano i fattori per 10 o per 100 per renderli numeri interi,
- ❖ si esegue la moltiplicazione con il solito procedimento;
- ❖ si divide il prodotto finale per un numero di volte equivalente a quello per cui si sono moltiplicati i due fattori.

In un secondo momento, eseguendo una moltiplicazione con l'applicazione della regola si farà osservare che i risultati ottenuti, seguendo l'uno o l'altro procedimento, sono uguali.

Non sarà difficile capire, da parte dei bambini, che una moltiplicazione con i numeri decimali si esegue seguendo un procedimento analogo a quella già conosciuta con i naturali, con l'accortezza di separare alla fine con la virgola le opportune cifre decimali