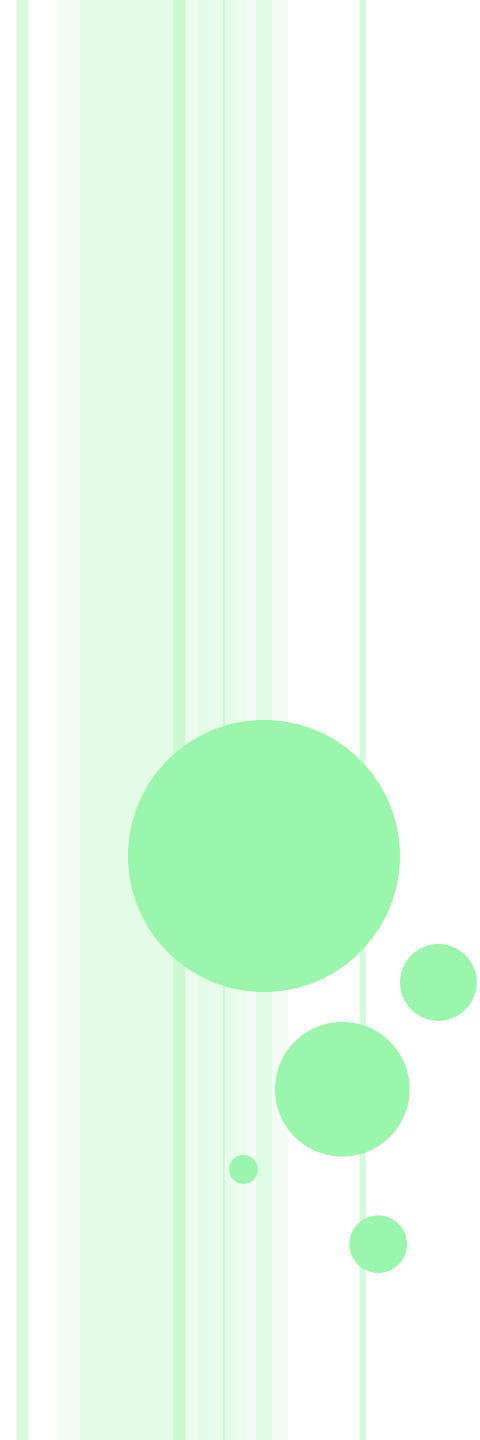


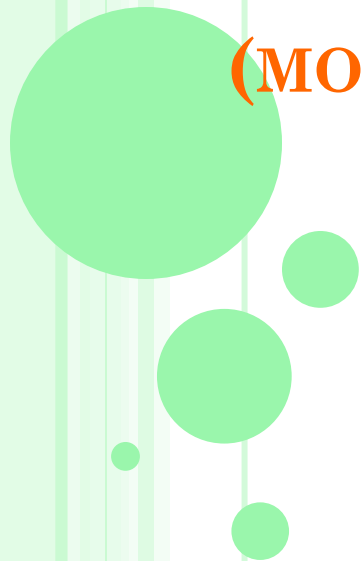


METODI E TECNOLOGIE PER L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA

Lezione n° 8

TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE

(MODULO 3.4)



DALLE INDICAZIONI NAZIONALI:

- Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri. (*entro la classe III*)
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse. (*entro la classe V*)
- Riprodurre in scala una figura assegnata (utilizzando, ad esempio, la carta a quadretti). (*entro la classe V*)



DESCRIVERE, DENOMINARE E CLASSIFICARE FIGURE
GEOMETRICHE, IDENTIFICANDO ELEMENTI SIGNIFICATIVI E
SIMMETRIE, ANCHE AL FINE DI FARLE RIPRODURRE DA ALTRI.
(*ENTRO LA CLASSE III*)

Riguardo a questo punto, ciò che interessa sono le simmetrie e precisamente le figure che presentano particolari simmetrie, vale a dire rette di simmetria e/o centri di simmetria.

Si richiede quindi una elementare conoscenza delle seguenti trasformazioni nel piano:

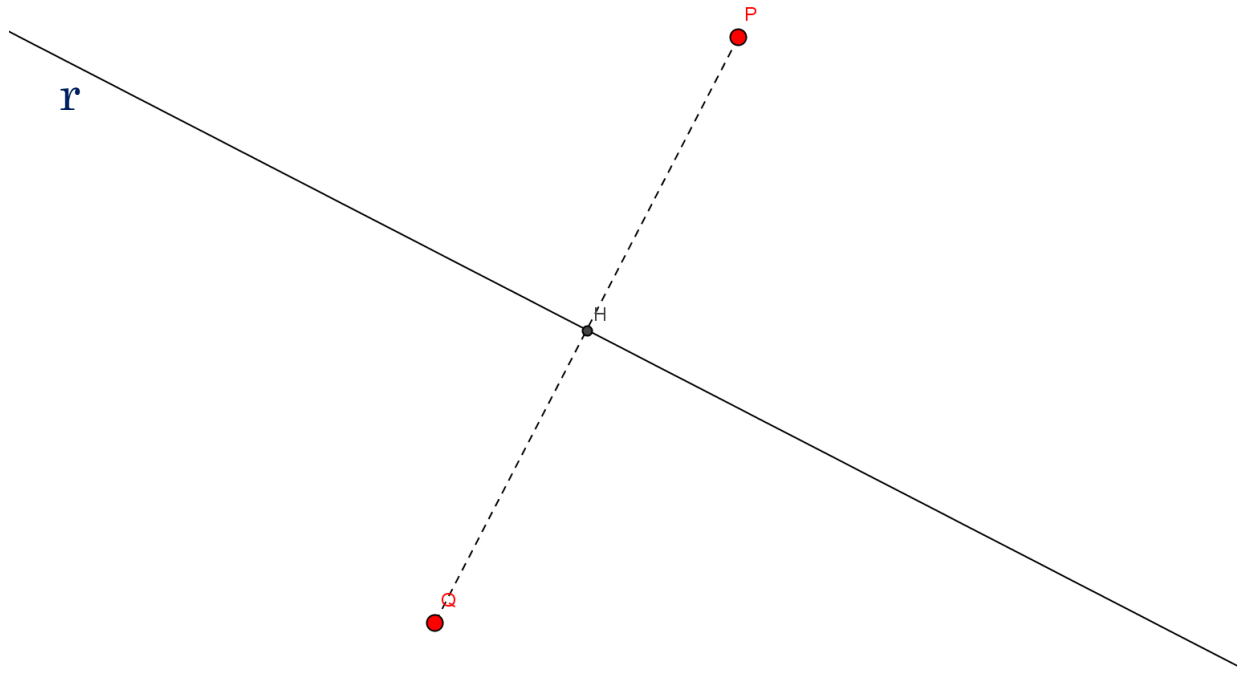
- Simmetria centrale
- Simmetria assiale

Vediamo le definizioni (per il docente!!!)



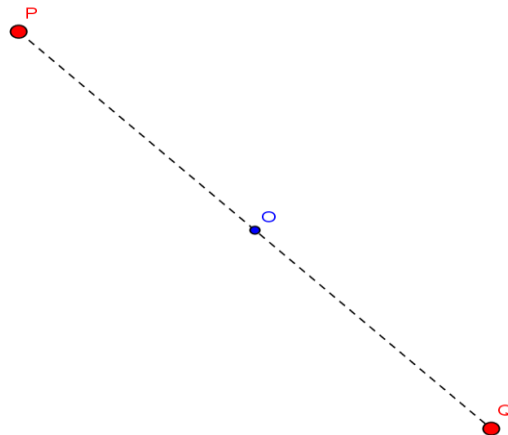
SIMMETRIA ASSIALE (RIFLESSIONE)

Si dice simmetria assiale di asse r la trasformazione che associa ad ogni punto della retta r se stesso e ad ogni punto P del piano, non appartenente ad r , il punto Q tale che il segmento PQ sia perpendicolare ad r e tale che il punto medio di PQ appartenga ad r .



SIMMETRIA CENTRALE

Si dice simmetria centrale di centro O la trasformazione che ad O associa se stesso e che ad ogni punto P , diverso da O , associa il punto Q , per il quale O è punto medio del segmento PQ



Scopriamo alcune proprietà:

a) con Geogebra

b) con il disegno

- In una simmetria la distanza tra due punti è uguale alla distanza tra le rispettive immagini.
- Il simmetrico di un segmento è ancora un segmento
- Il simmetrico di un angolo è un angolo della stessa ampiezza
- Il simmetrico di un triangolo è un triangolo congruente o isometrico ad esso
-



ATTIVITÀ

- Dipingere con la tempera metà foglio di carta da pacchi poi piegarlo; cosa si ottiene?
- Oppure disegnare su un foglio piegato sopra uno di carta carbone....si possono vedere sia simmetrie centrali che riflessioni
- Osservare oggetti, foglie, fiori, il proprio corpo....
- Ci sono simmetrie tra le lettere dell'alfabeto?
- Usiamo gli specchi (ovviamente li usa solo il docente e i bimbi guardano, oppure si mette in mano ai bambini materiale sicuro)
-





TORNIAMO ALLE FIGURE SIMMETRICHE

Ora si può lavorare su domande del tipo:

- *Quali figure hanno assi di simmetria? Quanti?*
- *Quali figure hanno centri di simmetria?*

Proviamo a rispondere:

- Tra i triangoli?
- Tra i quadrilateri?
- Cosa possiamo dire del cerchio?



RICONOSCERE FIGURE RUOTATE, TRASLATE E RIFLESSE. (*ENTRO LA CLASSE V*)

Entrano qui in gioco altre due trasformazioni:

- Traslazione
- Rotazione

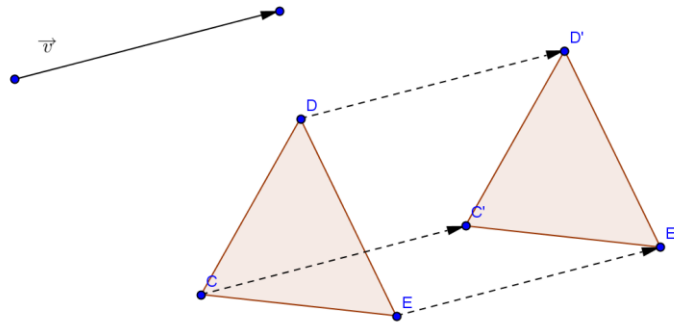
Anche in questo caso vediamo le definizioni.



TRASLAZIONE

La traslazione è una trasformazione che sposta ogni punto di una figura della stessa distanza e nella stessa direzione e stesso verso.

Utilizzando un linguaggio più rigoroso, si può anche dire: la traslazione fa corrispondere ad ogni punto P del piano un punto P' , tale che $\overrightarrow{PP'} = \vec{v}$, essendo $\vec{v}$ il vettore assegnato.

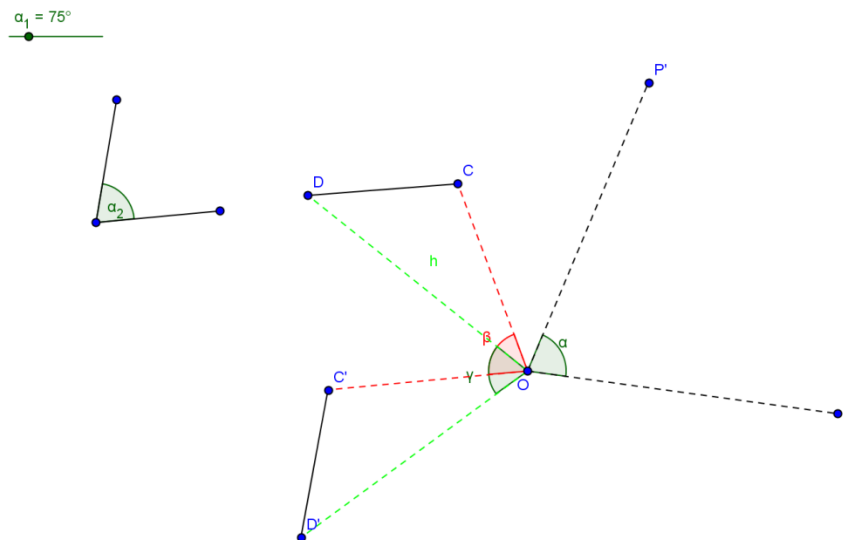


ROTAZIONE

Dato un piano ed un suo punto O , viene chiamata rotazione di centro O ed angolo α , quella trasformazione del piano in sé che fa corrispondere ad ogni punto P del piano il punto P' , anch'esso del piano, in modo che risulti:

- $\widehat{POP'} \cong \alpha$
- $OP' \cong OP$

Si considera l'angolo α positivo se la rotazione avviene in senso antiorario, negativo se avviene in senso orario.



Scopriamo alcune proprietà:

a) con Geogebra

b) con il disegno

- In una traslazione e in una rotazione la distanza tra due punti è uguale alla distanza tra le rispettive immagini.
- Il trasformato di un segmento è ancora un segmento
- Il trasformato di un angolo è un angolo della stessa ampiezza
- Il trasformato di un triangolo è un triangolo congruente ad esso
-



ISOMETRIE E CONGRUENZE

Tutte le trasformazioni che abbiamo introdotto conservano angoli e distanze, mantengono cioè inalterate forma e dimensioni delle figure sulle quali agiscono. Per tale ragione vengono chiamate **isometrie**.

C'è però una differenza:

- Se prendiamo una figura e la sua traslata, facendola muovere quest'ultima nel piano, possiamo portarla a sovrapporsi alla figura di partenza.
- Così accade per la figura ruotata
- Ma la stessa cosa non accade per la figura riflessa: se vogliamo portare la trasformata a coincidere con la figura di partenza, dobbiamo **uscire dal piano** ed effettuare un **ribaltamento** nello spazio

Per tale ragione **rotazione** e **traslazione** vengono chiamate **congruenze**, o **isometrie dirette** o **movimenti rigidi**.

La **simmetria assiale** viene invece detta **isometria indiretta**, o **ribaltamento**



E LA SIMMETRIA CENTRALE? FACCIAMO UNA RICERCA

Cosa accade se applichiamo ad un oggetto una simmetria, e poi al risultato la stessa? Oppure una simmetria e poi un'altra diversa?

Proviamo con Geogebra



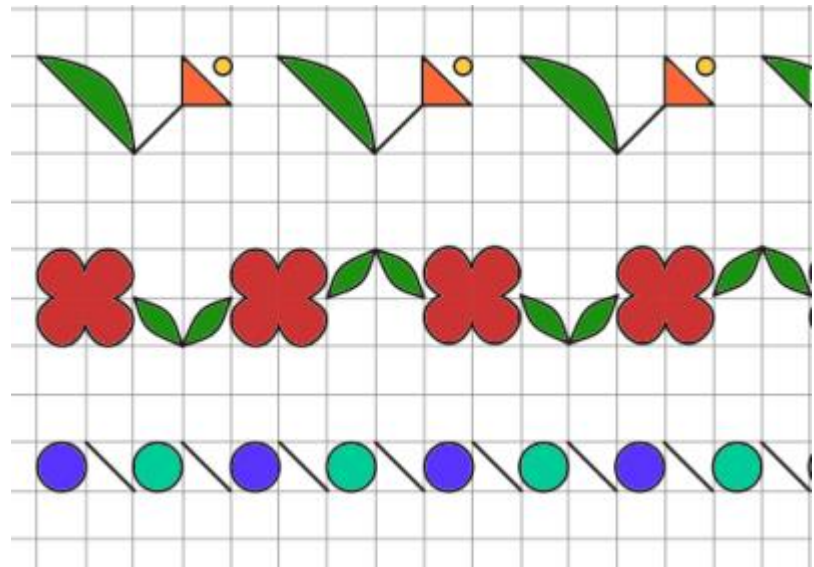
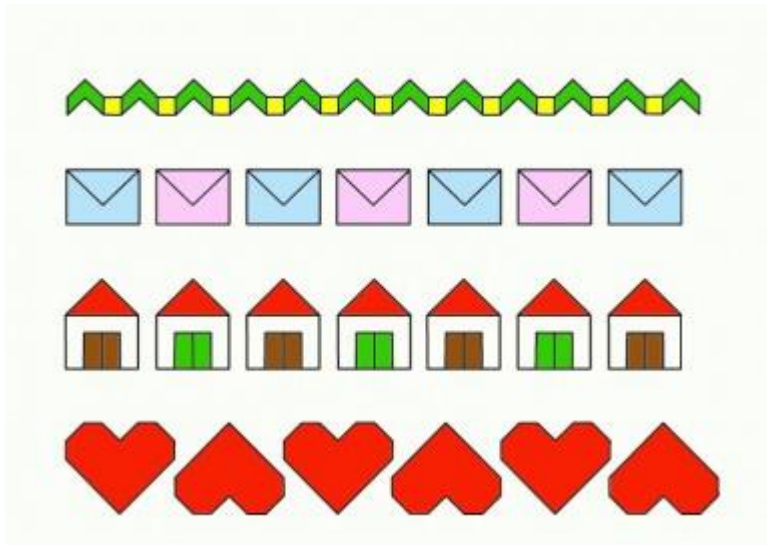
CONCLUSIONI

- Applicando due volte la stessa simmetria si torna alla posizione di partenza
- Applicando due simmetrie assiali con assi paralleli si ottiene una traslazione
- Applicando due simmetrie assiali con assi incidenti si ottiene una rotazione di angolo doppio di quello individuato dai due assi
- Se gli assi sono perpendicolari si ottiene una simmetria centrale, ma anche una rotazione di 180° —————> la simmetria centrale è una isometria diretta!!!



QUALCHE APPLICAZIONE

➤ Le cornicette



QUALCHE APPLICAZIONE

➤ Il caleidoscopio

è uno strumento ottico che si serve di specchi e frammenti di vetro o plastica colorati, per creare una molteplicità di strutture simmetriche.

Il più rudimentale caleidoscopio è formato da un semplice tubo di cartone rivestito internamente di almeno due specchi (montati solitamente fra loro in modo da formare angoli di 60°); nella parte anteriore, separati dal corpo centrale da un vetro rotondo trasparente, sono inseriti dei frammenti colorati di varie forme e colori. Un vetro smerigliato chiude il tubo all'estremità.



Immagine di un
caleidoscopio a tre
specchi



QUALCHE APPLICAZIONE

- La tassellazione del piano

http://www.istitutocomprensivoviggiano.it/tassellazioni_01.htm

<http://archiviomacmat.unimore.it/geometria/geotupertu/mostrageotupertu/tassel.htm>

- Verifica di equivalenze tra figure. (Geogebra)



NELLO SPAZIO

L'argomento "simmetrie" può essere esteso alle figure solide, purché lo si limiti al **centro di simmetria** ed ai **piani di simmetria**. La ricerca di assi di simmetria in generale è molto impegnativa e non alla portata dei bambini della scuola primaria. L'argomento, ad ogni buon conto, non dovrebbe essere affrontato prima della IV classe.

Esempi:

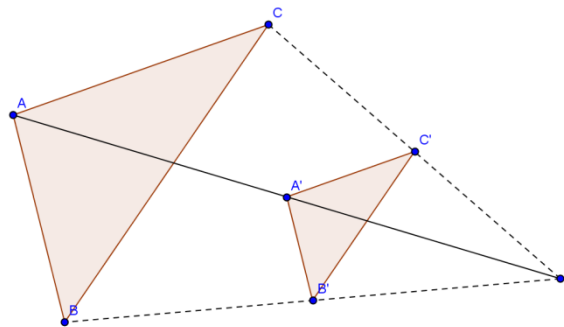
- Lo specchio è un piano di simmetria
- Il nostro corpo ha un piano di simmetria?
- Un cubo ha piani di simmetria, quanti?
- E un cono?
-



RIPRODURRE IN SCALA UNA FIGURA ASSEGNATA (UTILIZZANDO, AD ESEMPIO, LA CARTA A QUADRETTI). (*ENTRO LA CLASSE V*)

Implicita in tale obiettivo è la trasformazione chiamata **omotetia**.

Definizione: Dato un numero reale $k > 0$, si definisce **omotetia** con centro O e rapporto k quella trasformazione che fa corrispondere ad un generico punto A del piano un punto A' , allineato con O e con A , tale che sia: $OA'/OA = k$.



L'omotetia, quindi, trasforma una figura geometrica in una figura avente la stessa forma di quella data, cioè simile a quella data; precisamente:

- gli angoli corrispondenti sono congruenti
- i lati corrispondenti sono proporzionali.

L'omotetia è la base della riproduzione in scala.



RIPRODURRE IN SCALA

Ridurre in **scala** è l'operazione fondamentale per la **rappresentazione su carta del territorio** o di qualsiasi **oggetto**, di **grosse dimensioni**.

Scala di riduzione: rapporto tra la **lunghezza misurata sulla carta geografica** e la corrispondente **lunghezza reale** sulla superficie della terra.

Tanto maggiore è la superficie che dobbiamo rappresentare sulla carta è più grande sarà la **scala di riduzione** che dobbiamo impiegare.

Es: Se su una carta geografica trovo scritto **1: 1.000.000** significa che 1 cm sulla carta corrisponde a 1.000.000 di cm nella realtà, cioè a 10 km.

LA SCALA - RIDUZIONI

La Scala è un rapporto

$$\text{scala} = \frac{\text{distanza sulla carta}}{\text{distanza reale}} = \frac{dc}{dR}$$

La scala si esprime in centimetri

$$\text{Es. } 1 : 1.250.000 = \frac{1}{1.250.000}$$



RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

La distanza Terni Perugia su una carta con scala 1 a 1.250.000 è di 5 cm.
Quanto distano realmente le 2 città?



DATI

TR - PG = 5 cm
Scala = 1 : 1.250.000
dR = X

IMPOSTARE LA PROPORZIONE

$$1 : 1.250.000 = 5 : x$$

↓ ↓ ↓ ↓
dc dR dc dR

$$X = 1.250.000 \cdot 5 = 6.250.000$$

$$\text{Fare equivalenza} \rightarrow \text{cm } 6.250.000 = \text{Km } 62,5$$



ATTIVITÀ

- Mappa dell'aula
- Mappa di un percorso
- Calcolo di distanze attraverso la carta geografica
-

Analizziamo una scheda



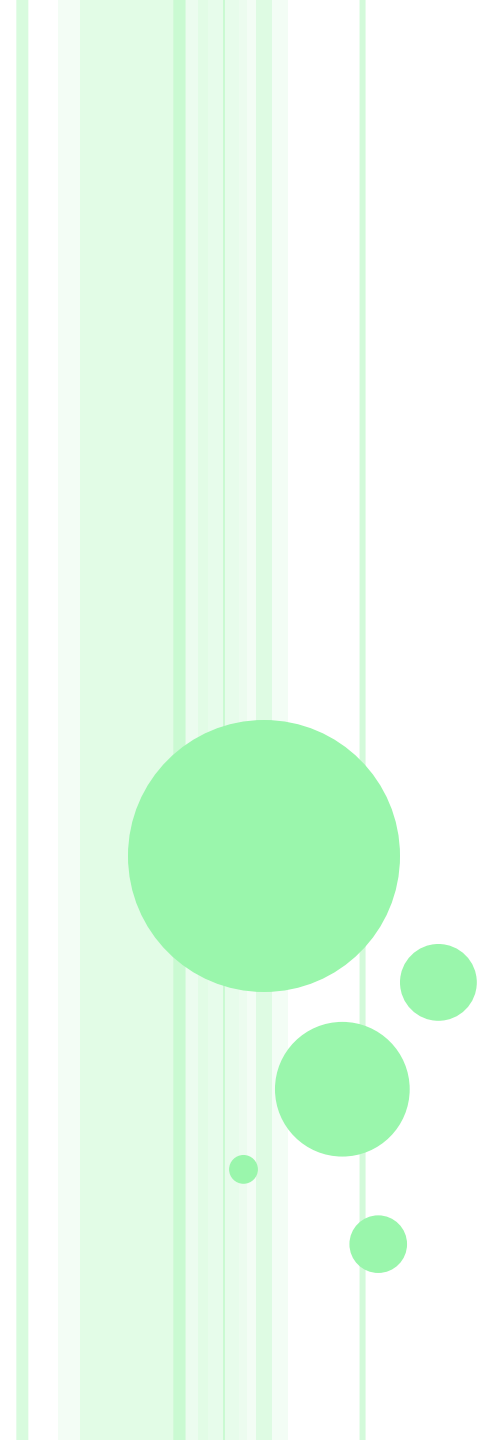
ESERCIZI

1) Su un foglio a quadretti disegnare un triangolo. Fissare un vettore, un centro di rotazione e la misura dell'angolo di rotazione. Applicare al triangolo prima la traslazione di vettore fissato, poi la rotazione di centro e angolo fissati.

Allo stesso triangolo di partenza applicare prima la rotazione poi la traslazione. Confrontare i risultati ottenuti. Cosa si può dedurre?

2) Si vuole riportare su cartina una zona la cui ampiezza massima in larghezza è 220 km, in lunghezza è 360 km. Si dispone di un foglio largo 20 cm e lungo 30 cm. Quale scala devo utilizzare, se voglio occupare quanto più possibile del foglio?





DATI E PREVISIONI

(MODULO 4.1)

OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO AL TERMINE DELLA CLASSE TERZA DELLA SCUOLA PRIMARIA

Relazioni, dati e previsioni

- Classificare numeri, figure, oggetti in base a una o più proprietà, utilizzando rappresentazioni opportune, a seconda dei contesti e dei fini.
- Argomentare sui criteri che sono stati usati per realizzare classificazioni e ordinamenti assegnati.
- Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.
- Misurare grandezze (lunghezze, tempo, ecc.) utilizzando sia unità arbitrarie sia unità e strumenti convenzionali (metro, orologio, ecc.).

OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO AL TERMINE DELLA CLASSE QUINTA DELLA SCUOLA PRIMARIA

Relazioni, dati e previsioni

- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.
- Usare le nozioni di frequenza, di moda e di media aritmetica, se adeguata alla tipologia dei dati a disposizione.
- Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura.
- Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime.
- Passare da un'unità di misura a un'altra, limitatamente alle unità di uso più comune, anche nel contesto del sistema monetario.
- In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.
- Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.



- Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle. (fine classe III)
- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni. (fine classe V)

Di cosa si parla?

1) Dati due insiemi A e B, si dice **relazione tra A e B** una qualsiasi corrispondenza tra elementi di A ed elementi di B.

Es.1: Se A è l'insieme delle Province e B l'insieme delle regioni, una relazione può essere: **la provincia x sta nelle regione y**

Es.2: Nell'insieme dei naturali: **a è multiplo di b**

2) Il **diagramma** è una rappresentazione di dati che si prefigge lo scopo di renderli facilmente visibili.

Es.: piano cartesiano, istogramma, areogramma.....

Per fare cosa?

- Leggere
- Rappresentare
- Ricavare informazioni



ESAMINIAMO ALCUNI QUESITI INVALSI

La lunghezza di una scarpa è espressa da un numero. Questo numero, a parità di lunghezza della scarpa, varia da nazione a nazione, come risulta dalla tabella che segue.

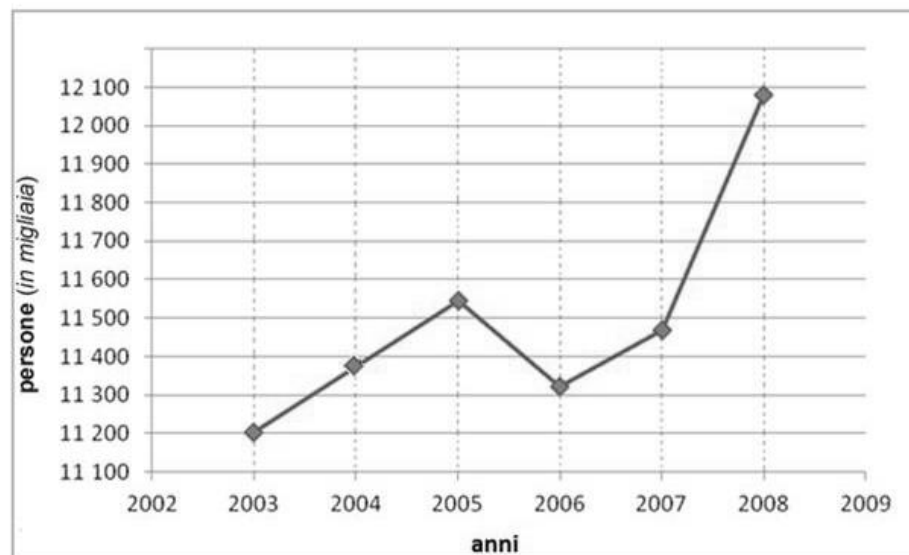
	Numeri scarpe							
ITALIA	38	39	40	41	42	43	44	45
USA	6	7	8	9	10	11	12	13
GIAPPONE	25	26	27	28	29	30	31	32
AUSTRALIA	5	6	7	8	9	10	11	12

- Un giapponese che porta scarpe numero 28, quale numero dovrà chiedere se acquista scarpe in Italia?
- Un italiano che acquista scarpe negli USA quanto deve aggiungere al numero locale per sapere a quale numero italiano corrisponde?

Si tratta di una **relazione** rappresentata da una **tabella**, da cui **ricavare informazioni**



Il seguente grafico riporta per gli anni dal 2003 al 2008 il numero di persone (in migliaia) di età superiore ai 6 anni che praticano sport con regolarità.



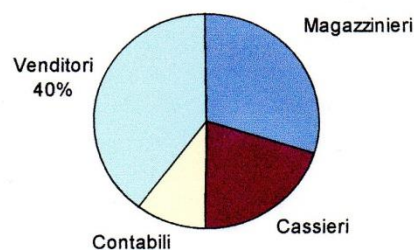
Quale fra le seguenti affermazioni è corretta?

- A. ☐ Il numero di persone che praticano sport è sempre cresciuto di anno in anno
- B. ☐ Nel 2007 le persone che praticavano sport erano meno che nel 2005
- C. ☐ Nel 2003 le persone che praticavano sport erano meno di 11 200
- D. ☐ Dal 2007 al 2008 il numero di persone che praticavano sport è cresciuto di meno che dal 2006 al 2007

Si tratta di un insieme di **dati**, rappresentata da una **diagramma a linee**, da cui **ricavare informazioni e formulare giudizi**

4.4 In una grande libreria gli impiegati sono così suddivisi:

Mansione	Numero di impiegati
Magazzinieri	?
Cassieri	4
Venditori	8
Contabili	2



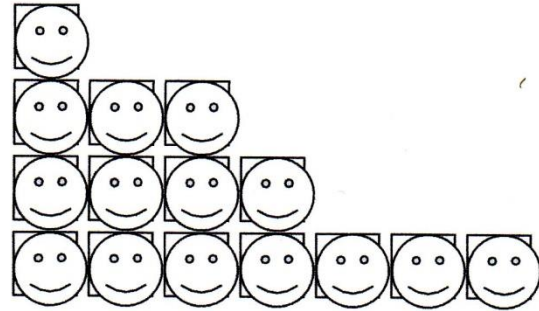
Qual è il numero dei magazzinieri?

Risposta _____

Scrivi il procedimento che hai seguito.

- ♦ Classe terza secondaria di I grado
- ♦ Usare e interpretare diverse forme di rappresentazione di dati per rispondere a domande e risolvere problemi

In questo quesito ,
destinato a studenti di
scuola secondaria di I
grado, i dati sono
rappresentati sotto forma
di **grafico a torta**.
Il problema ha un certo
livello di complessità,
perché richiede la
progettazione di un
procedimento.
Proviamo a risolverlo.

4. MISURA, DATI E PREVISIONI	
1.4 Il disegno rappresenta in quale stagione sono nati i bambini di una classe.	♦ Classe seconda primaria ♦ Usare informazioni da dati rappresentati in tabelle, pittogrammi, e/o grafici a barre per operare scelte e/o rispondere a domande
Primavera Estate Autunno Inverno  SIGNIFICA: 1 bambino Quanti sono i bambini di quella classe?	

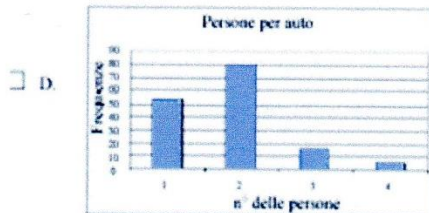
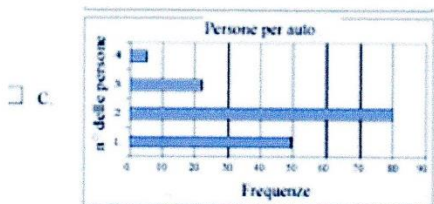
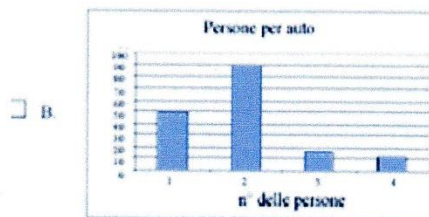
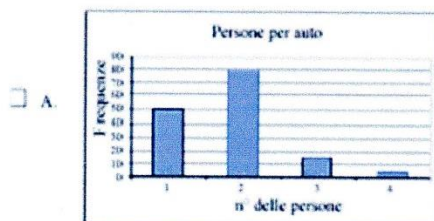
In questo quesito la rappresentazione usata si può chiamare **pittogramma**, cioè un'immagine creata dall'uomo per comunicare in modo rapido e chiaro senza l'uso della parola.

Deve essere trovato un simbolo che in qualche modo sia facilmente associabile ad esso tramite l'esperienza condivisa del target di riferimento; il contenuto del simbolo rappresentato deve essere chiaramente comprensibile, ma anche la sua rappresentazione grafica deve essere semplice, diretta abbastanza da rendere possibile una **veloce e chiara identificazione**. Di fatto, in questo caso, la faccia stilizzata corrisponde ad un bambino.

2.4 La classe prima A decide di attivare un'indagine sul numero di persone trasportate con l'automobile. Un certo giorno e per la durata di un'ora, Andrea e Marco hanno così avuto l'incarico di registrare quante persone ci fossero (incluso il guidatore) nelle 150 auto che sono passate davanti alla scuola. Hanno poi costruito la seguente tabella.

Numero di persone in auto	Frequenze
1	49
2	80
3	16
4	5
Totale	150

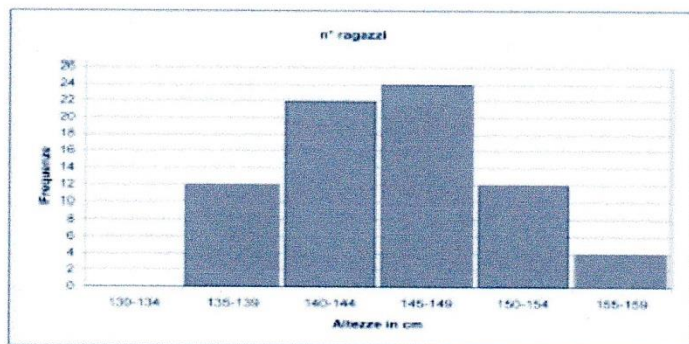
Quale dei seguenti grafici rappresenta i dati della tabella?



- ♦ Classe quinta scuola primaria
- ♦ Saper passare da un grafico a una tabella di frequenza e viceversa

In questo caso i dati sono rappresentati sotto forma di **istogramma** (o diagramma a barre) e viene chiesto di individuare il diagramma corrispondente alla tabella, attività che richiede la capacità di saper leggere e interpretare dati strutturati.

3.4 Il seguente grafico rappresenta le altezze, in centimetri, dei ragazzi delle classi prime.



Quale delle seguenti tabelle corrisponde al grafico?

A.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	22
145-149	24
150-154	12
155-159	4



B.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	22
145-149	24
150-154	4
155-159	12

C.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	12
140-144	24
145-149	20
150-154	12
155-159	4



D.

Altezze in cm	Frequenze
135-139	4
140-144	12
145-149	22
150-154	24
155-159	12

- ◆ Classe prima secondaria di I grado
- ◆ Saper passare da un grafico a una tabella di frequenza e viceversa

Quesito analogo al precedente; in questo caso, dato il grafico, si deve individuare la tabella corrispondente.

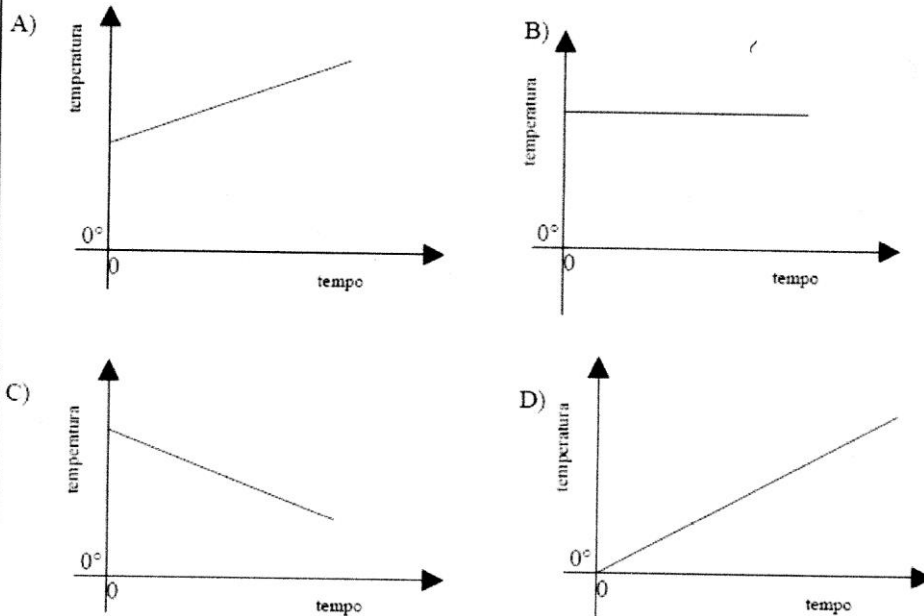
GRAFICI con EXCEL

(cenno)



3. RELAZIONI E FUNZIONI

3.1 Una pentola contiene acqua a temperatura ambiente (18°C) che viene scaldata. Quale grafico descrive quello che succede?



- A. Il grafico A
- B. Il grafico B
- C. Il grafico C
- D. Il grafico D

- ◆ Classe terza secondaria di I grado
- ◆ Identificare un grafico o una formula che esprime relazioni fra grandezze in fatti e fenomeni

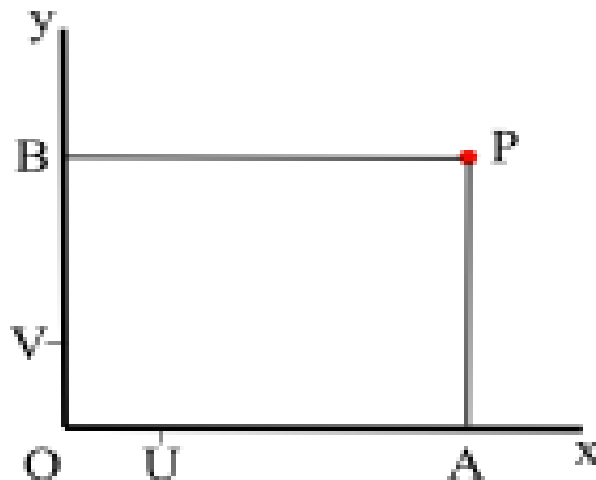
Esempio di
una **relazione**
tra tempo e
temperatura,
rappresentata
in un **piano**
cartesiano



IL PIANO CARTESIANO

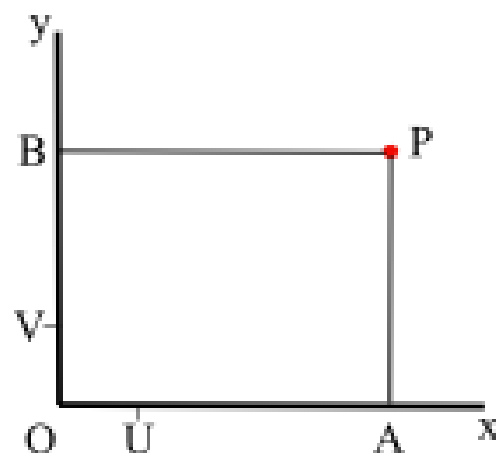
La geometria analitica è il metodo tramite il quale enti geometrici corrispondono ad enti algebrici e viceversa; si basa sulla corrispondenza tra punti del piano e coppie ordinate di numeri reali.

Consideriamo a questo riguardo in un piano α due rette numeriche perpendicolari x ed y (per comodità scegliamo x orizzontale) e sia O la loro origine comune.



Fissiamo due punti importanti: il punto U al quale corrisponde il numero 1 sulla semiretta x ed il punto V al quale corrisponde il numero 1 sulla retta y . Si dice che il piano α è stato riferito ad un **sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy)** o che esso è un **piano cartesiano ortogonale**. Le rette x ed y si chiamano **assi cartesiani**.

In genere i punti U e V si scelgono alla stessa distanza da O , ma può capitare che sia più conveniente sceglierli a distanze diverse. Bisogna valutare di volta in volta. Ad ogni modo, salvo rare eccezioni, noi supporremo che i segmenti OU ed OV abbiano la stessa lunghezza o, come anche si dice, che il sistema sia **monometrico**.



Preso ora un qualsiasi punto P conduciamo per esso la perpendicolare all'asse x (sia A il punto intersezione ed a il numero che gli corrisponde) e la perpendicolare all'asse y (sia B il punto intersezione e b il numero che gli corrisponde). Il numero a si chiama **ascissa** di P ed il numero b si chiama **ordinata** di P . Al punto P risulta così associata la coppia ordinata di numeri (a,b) .

Viceversa, presa la coppia ordinata di numeri (a,b) ed invertendo la costruzione precedente, ad essa risulta associato il punto P .

Si scrive: $P(a,b)$ e si legge: «il punto P di coordinate cartesiane a,b ». Evidentemente risulta: $O(0,0)$, $U(1,0)$, $V(0,1)$.

Bastano questi pochi elementi per guidare i bambini a perseguire l'obiettivo: *“utilizzare il piano , cartesiano per localizzare punti”* , avendo cura di far fare il percorso in un senso (dato il punto nel piano cartesiano, trovarne le coordinate) e nell'altro (date le coordinate disegnare il punto).



OBIETTIVI RELATIVI ALLE MISURE

- Misurare grandezze (lunghezze, tempo, ecc.) utilizzando sia unità arbitrarie sia unità e strumenti convenzionali (metro, orologio, ecc.) (classe III)
- Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime. (classe V)
- Passare da un'unità di misura a un'altra, limitatamente alle unità di uso più comune, anche nel contesto del sistema monetario. (classe V)



Abbiamo già introdotto il concetto di misura nella lezione precedente, ci limitiamo qui a riportare alcune informazioni relative ad altre unità di misura non trattate precedentemente.

Misure di massa

Multipli	Mg	1000 <i>Kg</i>	10^3
Unità	<i>Kg</i>	1 <i>Kg</i>	10^0
Sottomultipli	<i>hg</i>	0,1 <i>Kg</i>	10^{-1}
	<i>dag</i>	0,01 <i>Kg</i>	10^{-2}
	<i>g</i>	0,0001 <i>Kg</i>	10^{-3}



Misure di capacità

Multipli	<i>hl</i>	100 <i>l</i>	10^1
	<i>dal</i>	10 <i>l</i>	10^2
Unità	<i>l</i>	1 <i>l</i>	10^0
Sottomultipli	<i>cl</i>	0,1 <i>l</i>	10^{-1}
	<i>dl</i>	0,01 <i>l</i>	10^{-2}
	<i>ml</i>	0,001 <i>l</i>	10^{-3}

Misure di tempo

Multipli	h	60 m= 3600 s	
	m	60 s	
Unità	s	1s	10^0
Sottomultipli	ms	0,001 s	10^{-3}



ESERCIZI

- 1) Della prova INVALSI per la classe III , anno 2012-2013, della Scuola secondaria di I grado (inserita nella cartella) svolgere senza calcolatrice (come indicato nella prova stessa) i quesiti n° 1,2,3,5, 8,9,11, 14,15, 16, 21,24,25.
- 2) Della prova INVALSI per la classe III , anno 2011-2012, della Scuola secondaria di I grado (inserita nella cartella) svolgere senza calcolatrice (come indicato nella prova stessa) i quesiti n° 1,4, 6, 8,9,10, 12,14, 17, 18, 20,22,23.

