

## MODULO 2 – NUMERI DECIMALI E FRAZIONI

Questo modulo si articola in due sottomoduli:

- Sottomodulo 2/1: Numeri decimali.
- Sottomodulo 2/2: Frazioni e percentuali.

Ad esso saranno dedicate 3 lezioni, pari a 6 ore complessive.

Gli obiettivi che l'insegnante farà conseguire ai suoi alunni con lo svolgimento di questo modulo riguardano le **classi IV e V**. Sono i seguenti:

- Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.
- Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti.
- Stimare il risultato di una operazione.
- Rappresentare i numeri conosciuti sulla retta e utilizzare scale graduate in contesti significativi per le scienze e per la tecnica.

Alla presentazione del modulo saranno dedicati 2 lezioni (pari a 4 ore complessive). Saranno ripresi argomenti trattati nel modulo 1 con la finalità di potenziare i seguenti obiettivi:

- Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali (*ossia: scritti in notazione decimale*).
- Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.
- Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero.

**MODULO 2/1**  
**- NUMERI DECIMALI -**  
**(Supporto didattico)**

1. “Come introdurre i numeri decimali” (cioè i numeri con la virgola) è un problema serio. A nostro avviso il modo migliore di farlo è di riferirsi a situazioni concrete, come per esempio quella che scaturisce dalla necessità di suddividere delle monete fra alcuni bambini. Conviene partire da un semplice problema che non porta a numeri decimali.

*Ho delle monete per complessivi 8 euro (il maestro ha effettivamente tali monete e le fa vedere ai bambini). Le voglio ripartire in parti uguali fra i miei 2 nipotini Luca e Mario. Come fare?*

I bambini, chiamati in causa, non dovrebbero trovare difficoltà a risolvere la questione.

Il maestro si spinge oltre. Propone una situazione che porta ad un numero decimale finito.

*Le monete ammontano adesso a 9 euro, ma i nipotini sono diventati 4, dal momento che a Luca e Mario si sono aggiunti Giulia e Paola. Quanti euro vanno a ciascuno di loro?*

Come prima i bambini dovrebbero proporre di eseguire la divisione  $9:4$ , solo che adesso il resto non è 0 come nel caso precedente. Rimane 1 euro da suddividere.

|   |   |
|---|---|
| 9 | 4 |
| 1 | 2 |

Come si può fare?

È probabile che qualche bambino proponga di cambiare l'euro in centesimi di euro. Se nessuno lo propone sarà il maestro a indirizzarli (ha avuto l'accortezza di portare con sé gli spiccioli, vale a dire 4 monete da 20 centesimi di euro e 4 monete da 5 centesimi di euro).

Sapete, bambini, come fanno i matematici a cambiare 1 euro in centesimi di euro? Semplicemente moltiplicando 1 per 100, il che si fa ponendo due “zeri” dopo 1. Quindi continuano la divisione (per 4, nel caso specifico). Però, per evitare confusione, dopo il quoziente trovato, cioè 2, si pone una virgola.

|     |      |
|-----|------|
| 9   | 4    |
| 100 | 2,25 |
| 20  |      |
| 0   |      |

Si dice che 9 diviso per 4 è uguale a 2,25 (2 virgola 25) oppure 2 e 25 centesimi.

Quindi a ciascuno dei 4 nipotini vanno € 2,25.

[Alcune annotazioni a beneficio del docente.

- ✓ La marca che indica la divisa – €, \$, £, ecc – è l'unica marca che va anteposta al valore. Si scrive perciò correttamente € 2 e non 2 €. Anche se sono in molti ad usare questa seconda scrittura, in cui la marca è posposta al valore. Cosa che è invece obbligatoria con tutte le altre marche. Cosicché si scrive correttamente: 1 km e non km 1; 4 kg e non kg 4. Va bene invece 4 euro e kilogrammi 4.

- ✓ Il modo corretto di indicare un numero decimale implica l'uso della virgola, ma esistono calcolatrici o strumenti di calcolo automatico in genere, che invece utilizzano il punto]

L'insegnante troverà a questo punto il modo di spiegare che se serve una sola cifra decimale basta aggiungere un solo zero al resto, ancora uno zero se servono due cifre decimali, ancora uno zero se ne servono tre e così via.

Quando si presenterà l'occasione (e questo accadrà allorché si vorranno effettuare misure di grandezza) l'insegnante farà notare agli alunni che a volte non è necessario trovare tutte le cifre decimali, ma basta fermarsi a quelle che servono. Ottenendo naturalmente un "valore approssimato". Così, per esempio, volendo fermarsi alla seconda cifra decimale, si ha:  $37:6 \approx 6,16$ . Il segno " $\approx$ " si usa per l'appunto per indicare un valore approssimato: si legge. "approssimativamente uguale a ...".

Non c'è necessità, a questo livello di studi, di distinguere tra decimali finiti e decimali periodici. L'argomento sarà oggetto di studio nel prosieguo degli studi alla scuola secondaria di 1° grado.

2. Una delle operazioni più importanti con i numeri decimali è il loro confronto. Per questo è necessario che gli alunni imparino fin dalle prime battute che uno 0 posto dopo l'ultima cifra decimale non muta il valore del numero. In altri termini:  $2,5 = 2,50 = 2,500 = \dots$  ; analogamente:  $2 = 2,0 = 2,00 = \dots$  .

[Annotazione a beneficio del docente.

Questo è vero se si ha a che fare con numeri puri, ossia con numeri senza marca. Ma se si tratta di misure di grandezze le cose non sono così semplici. Per esempio, se si confrontano i numeri puri 9,8 e 9,80 si scrive correttamente  $9,8 = 9,80$ . Ma se quei numeri sono le misure in metri al secondo quadrato dell'accelerazione di gravità, è errato scrivere  $9,8 \text{ m/s}^2 = 9,80 \text{ m/s}^2$ . E questo perché il primo valore indica certezza sulla prima cifra decimale, il secondo valore indica certezza anche sulla seconda cifra decimale. E nella misura di una grandezza, spesso il passaggio dalla certezza su una cifra decimale a quella sulla cifra successiva comporta fatiche enormi sul piano sperimentale!!]

Detto questo, è opportuno far presente agli alunni che **se si vogliono confrontare due numeri decimali è opportuno che essi abbiano lo stesso numero di cifre decimali**. Per esempio, non è raro sentir dire (e questo purtroppo anche in una prima classe di scuola superiore) che 0,19 è maggiore di 0,2. Ciò succede perché l'alunno è trascinato dal confronto fra 19 e 2, che però nel caso specifico è fuori luogo. Se invece si tiene presente la "regola" suddetta, il confronto avviene fra 0,19 e 0,20 e non ci dovrebbero essere più problemi.

A questo punto, è utile ritornare alla retta dei numeri e proporre agli alunni di *completare la retta sottostante, inserendo i numeri decimali mancanti in corrispondenza delle tacche (fig. 1)*

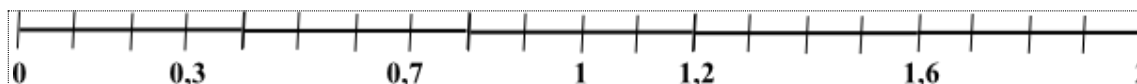


fig. 1

3. Un altro passo importante è quello relativo alle operazioni con i numeri decimali. Per l'**addizione** e la **sottrazione** le difficoltà sono minime. Basta insistere sul fatto che quando si eseguono le operazioni i numeri scritti in colonna devono essere tali che le virgole devono

essere allineate. Poi bisogna sottolineare (ed è bene farlo anche per l'addizione benché non ce ne sarebbe necessità) che i numeri che si sommano o si sottraggono devono presentare lo stesso numero di cifre decimali.

Riguardo alla **moltiplicazione** di due numeri è sufficiente far presente che dapprima si moltiplicano i numeri presi senza la virgola e nel prodotto ottenuto si staccano tante cifre decimali quante ne dà la somma delle cifre decimali dei due numeri. (Fermo restando che poi si possono assumere valori approssimati, se necessario).

La **divisione** di due numeri richiede solamente che il divisore sia preso senza la virgola, purché nel dividendo la virgola sia spostata verso destra di tanti posti quante sono le cifre decimali (trascurate) del divisore, sopperendo con zeri alle eventuali cifre mancanti.

Una volta che sono state introdotte le 4 operazioni con i numeri decimali, possono essere proposti agli alunni esercizi come questo:

Inserisci nel segnaposto □ il segno di operazione giusto:

$$9,6 \square 3,2 = 12,8; \quad 9,6 \square 3,2 = 6,4; \quad 9,6 \square 3 = 28,8; \quad 9,6 \square 3 = 3,2.$$

#### 4. Laboratorio di matematica

Le attività che andiamo a proporre, come d'altronde quelle proposte negli altri moduli, devono essere concepite come spunti ma non certamente come esempi da seguire acriticamente. Può darsi benissimo che il libro di testo adottato o lo stesso insegnante siano in grado di proporre di più efficaci.

- Esempio 1.

Al fine di acquisire dimestichezza con l'addizione di numeri decimali può essere utile invitare gli alunni a portare in classe qualche scontrino della spesa effettuata dai loro genitori al supermercato o, in alternativa, il maestro procura personalmente qualche scontrino. Importante è che si tratti di uno scontrino con il dettaglio della spesa oltre che con il totale. L'insegnante riporta allora alla lavagna il contenuto dello scontrino, sotto forma di tabella, invitando i bambini a riprodurre la tabella medesima (per esempio, tab. 1) ed a verificare il totale registrato sullo scontrino.

Tab. 1 – Tabella della spesa

| <i>prodotto acquistato</i> | <i>costo in euro</i> |
|----------------------------|----------------------|
| pane                       | 1,80                 |
| vino                       | 4,50                 |
| carne in scatola           | 4,99                 |
| tonno sott'olio            | 3,42                 |
| totale                     |                      |

- Esempio 2.

Una tabella analoga può essere utilizzata per la sottrazione inserendo per esempio un buono sconto di 2,5 euro. Cosicché la tabella diventa la seguente (tab. 2).

Tab. 2 – Tabella della spesa

| <i>prodotto acquistato</i> | <i>costo in euro</i> |
|----------------------------|----------------------|
| pane                       | 1,80                 |
| vino                       | 4,50                 |

|                  |      |
|------------------|------|
| carne in scatola | 1,69 |
| tonno sott'olio  | 2,42 |
| totale           |      |
| buono sconto     | 2,50 |
| totale scontato  |      |

• Esempio 3.

Ancora una tabella della spesa può tornare utile per familiarizzarsi con la moltiplicazione. Bisogna però complicare un pochino le cose, come nell'esempio sottostante (tab. 3).

Tab. 3 – Tabella della spesa

| <i>prodotto acquistato</i>    | <i>unità acquistate</i> | <i>costo unitario in euro</i> | <i>costo in euro</i> |
|-------------------------------|-------------------------|-------------------------------|----------------------|
| panini                        | 3                       | 0,25                          |                      |
| scatolette di tonno sott'olio | 2                       | 1,85                          |                      |
| bottiglie di vino             | 2                       | 4,50                          |                      |
| scatolette di carne           | 3                       | 1,69                          |                      |
| totale                        |                         |                               |                      |

**Nota Bene.**

Nei tre esempi esaminati lo schema matematico è di fatto già confezionato. Con tali esempi infatti si vuol fare in modo che gli alunni si familiarizzino con le operazioni con numeri decimali e null'altro.

Diversa (e per loro notevolmente più complicata) diventa la faccenda se allo schema devono pervenire da soli, interpretando un testo scritto, come il seguente:

*La signora Rosa si reca al supermercato con la lista della spesa:*

- 2 filette di pane, al costo di 1,37 euro ciascuna;
- 2 scatole di pomodori pelati, al costo di 0,99 euro a scatola;
- 8 etti di carne, al costo di 17,40 €/kg;
- una confezione di 6 bottiglie di acqua minerale, al costo di 0,46 euro a bottiglia;
- 1 kg di pere e 2 kg di mele, entrambe al costo di 2,08 €/kg.

*Alla cassa paga con una banconota da € 50 ed esibisce un buono sconto di € 2,5.*

*Quanto riceve di resto dalla cassiera del supermercato?*

Il coefficiente di difficoltà di questo, che è un vero e proprio problema, è notevolmente superiore a quello degli esempi precedenti che tutto sommato si configurano come esercizi.

Adesso la difficoltà maggiore è l'interpretazione del testo, poi la sua traduzione nello schema (la tabella) ed infine il calcolo effettivo. Se dall'eventuale incapacità di risolvere il problema da parte di un alunno, il maestro conclude che l'alunno non sa operare con i numeri decimali, rischia di prendere un abbaglio. Forse l'alunno non sa risolvere il problema perché è molto complesso e non riesce a capire il testo ed a tradurlo perciò nello schema adatto.

Insomma, bisogna andarci cauti. Detto per inciso, il problema preso in considerazione è piuttosto complesso per un bambino di quarta elementare. Bisogna accontentarsi di problemi più semplici. Lo abbiamo proposto solamente per far riflettere sulla questione.

• Esempio 4.

Ammettiamo che i bambini abbiano capito non solo come si risolvono, ma anche il significato di questioni come per esempio quella che dice di trovare quale numero (naturale) bisogna

inserire nel segnaposto “□” perché risulti:  $2 \times \square = 6$ ; oppure, più complicato, perché risulti:  $12 \times \square = 156$ . Si può allora chiedere di trovare quale numero decimale bisogna inserire nel segnaposto perché risulti:  $1,2 \times \square = 4,08$ . La ricerca del risultato porta ovviamente ad eseguire la divisione  $4,08:1,2$ .

Ci rendiamo conto che si tratta di una questione molto delicata, che per questo va trattata con le dovute cautele.

Ribadiamo comunque: solo se si è capito il significato dell’operazione di divisione tra due numeri naturali può essere affrontata la questione suddetta. In caso contrario bisogna soprassedere.

• Esempio 5.

Ricordiamo di aver paventato in un altro modulo il rischio concreto della nascita di un misconcetto: quello di pensare che il prodotto di due numeri sia sempre e comunque maggiore di ciascuno dei due fattori. Proprio per evitare questo pericolo l’insegnante può proporre alla classe di risolvere questioni come le seguenti.

- a) *Adesso dico un numero. Invito Luca a dare lui un altro numero in modo che moltiplicando il mio numero per il suo il prodotto sia un numero **maggiore** di quello che ho dato io. Il mio numero è 25,6. Quale numero proponi, Luca?*

Probabilmente, anzi certamente, il bambino chiamato in causa non troverà difficoltà a dare il suo numero. Il maestro potrà ripetere l’esperimento con altri bambini. Quasi sicuramente non ci saranno risposte sbagliate.

- b) *Adesso dico un numero. Invito Elisa a dare lei un altro numero in modo che moltiplicando il mio numero per il suo il prodotto sia un numero **minore** di quello che ho dato io. Il mio numero è 25,6. Elisa, qual è il tuo numero?*

Qui le cose si complicano e molto probabilmente non solo Elisa, ma nessuno dei bambini che saranno chiamati in causa daranno un numero “giusto”.

A questo punto l’insegnante farà notare che i numeri dati dai bambini (che avrà avuto l’accortezza di registrare) sono tutti maggiori di 1. (Veramente supponiamo che sia così. In effetti crediamo che nessun bambino penserà a numeri decimali del tipo 0,... Se ci sbagliamo ne siamo felici).

*E allora – dice il maestro – cosa possiamo fare?*

Forse qualche bambino avrà il coraggio di dire che allora bisogna moltiplicare per un numero minore di 1. Se nessuno lo farà, alla fine l’insegnante si vedrà costretto a farlo lui.

- c) *Vi propongo una questione difficile. Dovete darmi due numeri il cui prodotto sia minore di **ciascuno** dei due numeri. Potete parlarne tra voi.*

Ovviamente i due numeri che si moltiplicano devono essere **entrambi** minori di 1.

Per concludere ed a solo beneficio dell’insegnante:

- i.  $a \times b > a$  se e solo se  $b > 1$ ;
- ii.  $a \times b < a$  se e solo se  $b < 1$ ;
- iii.  $a \times b < 1$  se e solo se  $a < 1$  e  $b < 1$  (purché positivi)

Da proporre agli alunni per verifica:

*Dire quali delle seguenti relazioni sono vere e quali invece sono false:*

- a)  $2,37 > 2,4$ ; b)  $0,201 < 0,21$ ; c)  $37 \times 1,3 > 37$ ;  
d)  $73 \times 0,6 < 73$ ; e)  $1,2 \times 0,01 > 1$ ; f)  $0,5 \times 0,9 < 1$ .

- Esempio 6.

*Le fettine di carne di vitello costano 17,90 €/kg (euro al kilogrammo). Quanto costano 4 ettogrammi di fettine?*

Si capisce che la risoluzione di questo problemino presuppone che i bambini non solo conoscano le misure di peso ma anche le relative equivalenze, vale a dire le seguenti uguaglianze:

1 kg = 10 hg, 1 hg = 0,1 kg, eccetera.

La strategia più efficace, per incominciare, è quella di calcolare dapprima quanto costa 1 hg di carne e poi quanto costano 4 hg di carne. Può aiutare uno schema come il seguente (fig. 4):

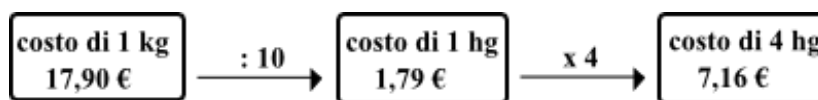


fig. 4

Un altro problemino (valgono naturalmente le stesse riflessioni riguardo alle misure di capacità):

*75 cl di vino costano 4,86 €. Quanto costa 1 l di vino?*

Se si utilizza uno schema (fig. 5) simile al precedente il problema si risolve esattamente come quell'altro.

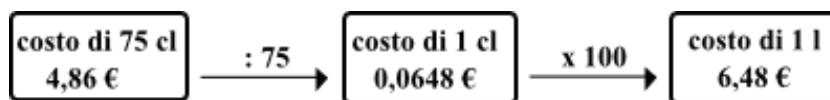


fig. 5

Naturalmente l'insegnante gradirebbe che ad un certo momento saltasse fuori il procedimento più immediato.

Ora, nel caso del primo problema questo procedimento è abbastanza semplice:

siccome  $4 \text{ hg} = 0,4 \text{ kg}$ , allora il costo di 4 hg di carne è  $17,90 \times 0,4 \text{ €} = 7,16 \text{ €}$ .

Nel caso del secondo problema ci sono delle difficoltà, che possono essere superate però dopo l'introduzione delle frazioni. Infatti:

siccome  $1 \text{ l} = \frac{100}{75} \times 75 \text{ cl}$ , allora il costo di 1 l di vino è  $4,86 \times \frac{100}{75} \text{ €} = 6,48 \text{ €}$ .

- Esempio 7.

In questo problema gli alunni, oltre a saper fare ciò che è stato detto sopra, devono inventarsi una strategia. Ancora una volta l'insegnante li lascerà liberi di discutere e di proporre soluzioni (lo ribadiamo per l'ennesima volta, anche sbagliate, senza aggredirli).

*Nel banco dei dolci, al supermercato, sono esposti sacchetti di caramelle di vario peso e diverso costo. In particolare, un sacchetto di caramelle del peso di 300 g costa € 5,4 mentre un sacchetto di caramelle del peso di 500 g costa € 8. Il costo delle caramelle per kilogrammo è maggiore nel primo o nel secondo caso?*