

Rapporti statistici

1. I rapporti statistici: definizione e significato

Un rapporto statistico è un quoziente tra due termini di cui uno almeno è di natura statistica (ossia riferito a un fenomeno collettivo) e tale che tra i due termini esista un legame logico ben definito.

Definizione di
rapporto statistico

I rapporti statistici rivestono grande importanza e utilità nell’ambito delle elaborazioni statistiche. Essi infatti consentono – insieme all’uso di nomenclature standardizzate (cfr. cap. 1, par. 3) – di effettuare comparazioni nel tempo, nello spazio o in situazioni diverse, **tra intensità globali o medie** (ad es. prezzi di determinati beni, reddito pro capite ecc.) o **tra frequenze** (ad es. morti per una determinata causa; individui di una data classe di età, stato civile, sesso ecc.), di due fenomeni (caratteri) **omogenei** (ad es. numero nati e ammontare della popolazione) o **eterogenei** (ad es. ammontare del reddito e ammontare della popolazione). Senza l’impiego dei rapporti statistici che – come si vedrà possono essere di molti tipi – i confronti tra i valori assoluti dei caratteri considerati possono portare a conclusioni non corrette e non significative. Consideriamo alcuni esempi.

Si supponga di aver rilevato per un dato anno i dati riportati nella tab. 1.

TABELLA 1

Zona geografica	Nati vivi N.	Morti N.	Quozienti natalità × 1.000 ab.	Quozienti mortalità × 1.000 ab.
Lombardia	76.265	84.437	8,6	9,5
Sardegna	15.486	13.789	9,3	8,3
Italia	552.587	555.043	9,7	9,7

Fonte: ISTAT, *Le Regioni in cifre*, 1995.

I rapporti statistici
per le comparazioni
nel tempo e nello
spazio

Confrontando i valori assoluti dei nati vivi e dei morti della Lombardia e della Sardegna risulta che sia il numero dei nati che dei morti è nettamente superiore in Lombardia rispetto alla Sardegna, e se poi questi vengono confrontati con l'Italia, i valori di quest'ultima risultano di gran lunga superiori alle due Regioni a causa del diverso ammontare delle popolazioni nelle aree geografiche poste a confronto e quindi non comparabili.

Per poter effettuare allora un confronto territoriale al fine di conoscere i diversi livelli di natalità e mortalità, occorre considerare, anziché i valori assoluti dei caratteri, dei rapporti statistici, ad esempio in questo caso dei **quozienti demografici** di natalità e di mortalità (che rientrano nella categoria dei rapporti statistici di derivazione che saranno trattati nel par. 3.8). Con i dati dell'esempio suddetto i **quozienti di natalità**, espressi in millesimi, si calcolano nel modo seguente:

$$- \text{Lombardia: } \frac{76.265}{8.891.715} \times 1.000 = 8,57\text{‰}$$

$$- \text{Sardegna: } \frac{15.486}{1.654.638} \times 1.000 = 9,35\text{‰}$$

$$- \text{Italia: } \frac{552.587}{57.049.395} \times 1.000 = 9,69\text{‰}.$$

ove al numeratore figura il numero dei nati vivi della regione considerata e al denominatore la popolazione residente, a metà anno. Poiché spesso non si conosce la popolazione a metà anno, si può calcolare una media, generalmente aritmetica, fra l'ammontare della popolazione all'inizio dell'anno e quello alla fine dell'anno considerato. Nell'esempio, per la Lombardia la popolazione (residente) a metà anno è stata ottenuta con il calcolo seguente: $(8.882.408 + 8.901.023) : 2 = 8.891.715$; e così per la Sardegna e l'Italia.

Calcolo analogo sarà fatto per ottenere i **quozienti di mortalità**, espressi in millesimi, ad esempio per la Lombardia

$$\frac{84.437}{8.891.715} \times 1.000 = 9,49\text{‰}$$

così per la Sardegna e per l'Italia.

Dai quozienti suddetti risulta che ogni 1.000 ab. la natalità in Lombardia è inferiore a quella della Sardegna di $-0,78\text{‰}$ ($8,57-9,35$) e dell'Italia di $-0,92\text{‰}$. La mortalità in Lombardia è invece superiore a quella della Sardegna ($+1,2\text{‰}$) ma inferiore alla media italiana ($-0,2\text{‰}$). L'impiego di rapporti statistici consente di confrontare i due fenomeni nelle zone consi-

TABELLA 2 Posti-letto e tassi di utilizzazione nel 2002

Zona geografica	Istituti di cura pubb. N. posti-letto	Posti-letto per 1.000 ab.	Occupaz. media annua dei posti-letto per 100 p.-l.
Lazio	29.011	5,56	84,2
Toscana	15.744	4,49	73,9
Italia	253.852	4,44	77

Fonte: ISTAT, *Annuario statistico italiano*, 2004.

derate, mentre dal confronto dei valori assoluti non sarebbe stato possibile effettuare correttamente tali confronti e quantificarli.

Consideriamo ancora un altro esempio. Supponiamo di aver rilevato per il 2002 i dati riportati nella tab. 2.

Anche in questo caso il confronto dei valori assoluti non fornisce una corretta valutazione della diversa disponibilità, nelle regioni considerate, di attrezzature di ricovero ospedaliero. Per tale valutazione infatti occorre considerare il numero dei posti letto disponibili rispetto al potenziale bacino di utenza che se stimato, ad esempio, uguale alla popolazione residente nella regione di utenza, varierà da regione a regione. Per poter allora operare dei confronti significativi occorre considerare un rapporto statistico, in questo caso il numero dei posti-letto per 1.000 ab. (residenti) che rientra nella categoria dei **rapporti statistici medi** (cfr. par. 3.1) e che si ottiene rapportando il numero dei posti-letto (pubblici) della regione considerata all'ammontare della popolazione residente (a metà anno), espresso in genere in millesimi. Si vede subito dal confronto di tali rapporti che la disponibilità di posti-letto ospedalieri in relazione al bacino di utenza potenziale nel Lazio è superiore rispetto alla Toscana. Se volessimo approfondire ulteriormente tali confronti sarebbe, ad esempio, interessante conoscere quanti dei posti-letto ospedalieri (pubblici) disponibili nell'anno considerato sono stati utilizzati dai pazienti. Si tratterebbe in questo caso di calcolare il **tasso di utilizzazione** o occupazione media (annua) dei posti-letto, espresso in percentuale, secondo il calcolo seguente:

$$\text{Tasso di utilizzazione (Tu)} = \frac{\text{tot. giornate di degenza per tutti i ricoveri avvenuti nell'anno}}{\text{numero posti-letto} \times 365} \times 100$$

Tale rapporto statistico permette di valutare per ogni 100 posti-letto pubblici disponibili in ciascuna regione quanti posti-letto sono stati occupati

Indicatori, indici
semplici, indici

per il periodo di tempo considerato (ad es. un anno). Anche in questo caso i confronti risultano significativi poiché è possibile affermare, ad esempio, che il Lazio dispone, come si è visto, di un numero di posti-letto per 1.000 ab. superiore alla Toscana e alla media nazionale.

I rapporti statistici, oltre che consentire confronti non altrimenti possibili, offrono anche, qualora i fenomeni scelti al numeratore e al denominatore abbiano un nesso logico ben precisato, elementi utili all'investigazione dei fenomeni; in altri termini sono **indicatori** di situazioni in cui risultano elementi utili alla investigazione dei fenomeni (individuare relazioni, cause ecc.); in altri termini sono indicatori di situazioni in cui la complessità dei fattori che le determinano (molteplicità e spesso non completa conoscenza) non ne consente una diretta rilevazione.

Esiste una differenza tra **indice** e **indicatore**: per indicatori si intendono misure empiriche indirette di fenomeni o concetti di cui non è possibile una rilevazione empirica diretta tramite indici statistici (ad es. efficienza, salute, intelligenza, qualità della vita, inquinamento ambientale ecc.). Un esempio: il reddito pro capite è un indice (misura empirica diretta) del benessere economico di un paese ma nei paesi a sviluppo economico e tecnologico avanzato non è un buon "indicatore" (misura empirica indiretta) della QdV di quel paese in cui il carattere duale dello sviluppo determina il paradosso che all'aumentare del reddito pro capite aumentano anche i fenomeni di degrado ambientale e sociale che si accompagnano allo sviluppo. Si potrebbe osservare ancora che a sua volta la misurazione empirica del reddito pro capite (concetto complesso) deriva dalla definizione operativa statistica che è stata data per misurarlo. Esistono inoltre gli **indici sintetici** o **composti** o **complessi** che sono una sintesi di più indici (semplici), come ad es. i quozienti standardizzati, gli indici del costo della vita, della produzione industriale e così via.

I rapporti statistici
come indicatori

Il semplice esempio sopra citato dei posti-letto consente di stabilire, qualora sia fissato un livello "standard" di disponibilità di posti-letto per abitante (come in genere avviene nei Piani socio-sanitari regionali), se l'area considerata è sottodimensionata, adeguatamente dimensionata o eccessivamente dimensionata rispetto al fabbisogno (per taluni reparti ospedalieri ciò può verificarsi); il **tasso di utilizzo**, invece, può essere **indicatore di disfunzioni organizzative** che vanno individuate mediante ulteriori e più particolareggiate indagini *ad hoc* nelle singole realtà, in caso si voglia intraprendere un'iniziativa di intervento.

In generale la costruzione di rapporti statistici consente **confronti significativi** della realtà esaminata (sia a scopo semplicemente descrittivo che investigativo) poiché essi possono evidenziare elementi che portano alla necessità di ulteriori approfondimenti.

La scelta dei fenomeni da porre a numeratore e a denominatore rifletterà

dunque gli scopi dell'indagine, il livello di conoscenza dei fenomeni e, non ultima, la disponibilità (quantitativa e qualitativa) di dati statistici per costruirli, che si pone spesso alla base della significatività o meno dei rapporti statistici costruiti o costruibili.

2. Classificazione dei rapporti statistici

In base al tipo di legame logico esistente tra i due termini (fenomeni) posti a numeratore e denominatore del rapporto è possibile classificare i rapporti statistici, come indicato nella tab. 3.

TABELLA 3 Classificazione dei rapporti statistici secondo il legame logico esistente tra numeratore e denominatore

La classificazione dei rapporti statistici

RAPPORTI CHE SI SEMPLIFICANO: rapporti che danno luogo ad un concetto analogo a quello espresso da uno dei due termini	{	1. Rapporti medi	{	a base fissa
		2. Numeri indici semplici		a base mobile
		3. Numeri indici complessi	{	generici
		4. Rapporti di coesistenza		specifici
	{	5. Rapporti di composizione	{	
		6. Rapporti di derivazione		
RAPPORTI CHE SI RISOLVONO: rapporti che danno luogo ad un concetto diverso da quello espresso da ognuno dei due termini	{	1. Rapporti di durata		
		1. Rapporti di ripetizione		

Nei paragrafi che seguono essi saranno esaminati dettagliatamente.

3. I rapporti che si semplificano

Il rapporto che si semplifica è un quoziente tra due fenomeni che dà luogo a un concetto analogo a uno dei due fenomeni posti in relazione.

In generale esso si costruisce ponendo a denominatore una quantità fissa (ad es. ammontare della popolazione a metà anno, totale dei casi osservati ecc.) espresso in termini unitari o moltiplicato per 10, 100, 1.000 ecc. La scelta del denominatore, come si vedrà esaminando i diversi tipi di rapporti statistici che si semplificano, non ha criteri unici di scelta e va effettuata in relazione al *significato logico che si vuole abbia il rapporto in relazione agli scopi della ricerca*. È conveniente, ad esempio, assumere come termine variabile (numeratore) il fenomeno di cui si vuole studiare la variabilità e fare

in modo che il denominatore sia espresso da numeri interi (1, 10, 100, 1.000 ecc.) in modo da rendere più immediatamente visibile la relazione tra i due fenomeni di cui uno (numeratore) è una quantità variabile e l'altro (denominatore) è una quantità fissa.

I rapporti medi

3.1. I rapporti medi La media aritmetica – come è noto (cfr. cap. 4) – è il rapporto tra l'ammontare totale di un carattere ($\sum_{i=1}^N x_i$) ed il numero dei

casi riguardanti le unità statistiche del carattere considerato. Ad esempio, la **statura media** degli iscritti alla leva nati in un dato anno, ottenuta effettuando la media aritmetica della distribuzione degli iscritti secondo le diverse classi di statura; il **numero medio dei componenti per famiglia** dato dal rapporto tra il numero totale dei componenti le famiglie di un dato territorio e tempo e il numero totale delle famiglie di quel territorio e tempo (escludendo le convivenze; cfr. cap. 2, tab. 8) e così via.

In generale un rapporto medio è un quoziente tra l'intensità o frequenza di un fenomeno e le **unità di intensità** o frequenza di un altro fenomeno. Ad esempio: l'indice di affollamento si ottiene dividendo il numero degli occupanti le abitazioni per il numero di stanze effettivamente adibite ad abitazione (escluse quindi le stanze che pur facendo parte dell'abitazione sono adibite esclusivamente a uso diverso, ad es. studio professionale ecc.); l'indice di densità demografica di un certo territorio è dato dal rapporto tra l'ammontare della popolazione (residente) e la superficie (in km²) del territorio considerato; il reddito medio per occupato dipendente, il reddito medio pro capite, i consumi medi per abitante, il Prodotto interno lordo (PIL) per abitante e così via.

Ponendo il secondo termine (denominatore) uguale all'unità, i rapporti medi indicano l'intensità o frequenza che competerebbe a ogni unità statistica (denominatore) se **tutte** avessero un'**uguale intensità** o frequenza del fenomeno posto a numeratore (ad es. stesso reddito, stesso numero di occupanti per stanza ecc.).

Numeri indici semplici

3.2. I numeri indici semplici I numeri indici semplici consentono di confrontare le intensità di **uno stesso fenomeno in tempi diversi** o in **luoghi diversi** o in situazioni diverse. Essi si costruiscono ponendo al denominatore un'intensità della stessa natura del fenomeno che è al numeratore, scelta come **intensità base** e riferita a un dato tempo o situazione. I rapporti possono essere espressi, come avviene generalmente, in termini percentuali. Tale base può essere rappresentata dall'intensità assunta in un dato tempo, luogo o situazione dal fenomeno posto a numeratore oppure può essere un valore medio. In ogni caso la base scelta costituirà il termine di confronto

per le variazioni subite nel tempo, luogo o situazione dall'intensità posta a numeratore.

I numeri indici a base fissa e a base mobile Occorre distinguere – soprattutto per gli indici temporali, che misurano cioè le variazioni di uno stesso fenomeno nel tempo (anni, mesi ecc.) – i **numeri indici semplici a base fissa** e i **numeri indici semplici a base mobile**. Nei numeri indici semplici a base fissa il denominatore scelto è sempre uguale a una stessa intensità base (ad es. l'ammontare della popolazione di un dato anno come denominatore dei diversi ammontare della popolazione in vari anni); nei numeri indici semplici a base mobile (o variabile o a catena) il denominatore invece varia e corrisponde all'anno, luogo o situazione (posti tutti in ordine di successione) precedente a quella dell'intensità posta a numeratore.

Esempi Supponiamo di voler quantificare le variazioni intervenute nell'ammontare della popolazione (residente a fine anno) italiana del 1901 al 2001 e di avere i dati riportati nella tab. 4.

TABELLA 4 Esempi di numeri indici a base fissa e a base mobile

Anni	Popolaz. res. a fine anno (migliaia di abitanti)	Numeri indici (base 1901 = 100)	Numeri indici (base mobile per 100)	Numeri indici (base 1961 = 100)
1901	35.199	100,0	100,0	69,5
1911	37.504	106,5	106,5	74,0
1921	39.459	112,1	105,2	77,9
1931	42.807	121,6	108,4	84,4
1941	45.900	130,4	107,2	90,5
1951	50.372	143,1	109,7	99,4
1961	50.675	143,9	100,6	100,0
1971	54.189	154,0	106,9	106,9
1981	56.536	160,6	104,3	111,5
1991	56.778	161,3	100,4	112,0
2001	57.844	164,3	101,9	114,1

Fonte: ISTAT, *Le Regioni in cifre*, 1995 e *L'Italia in cifre*, 2001.

Nella terza colonna della tab. 4 figurano i numeri indici semplici a **base fissa**, con base scelta uguale all'intensità del fenomeno (ammontare della popolazione residente italiana) nel 1901, ottenuti con il calcolo seguente ed espressi in termini percentuali:

Numeri indici a base fissa

$${}_0I_0 = 35.199 / 35.199 \times 100 = 100,0$$

$${}_0I_1 = 37.504 / 35.199 \times 100 = 106,5$$

$${}_0I_2 = 39.459 / 35.199 \times 100 = 112,1$$

.....

$${}_0I_9 = 56.778 / 35.199 \times 100 = 161,3$$

$${}_0I_{10} = 57.844 / 35.199 \times 100 = 164,3$$

In generale il calcolo dei numeri **indici semplici a base fissa**, in termini percentuali, può essere indicato come segue:

$${}_bI_0 = \frac{a_0}{a_b} \times 100; \quad {}_bI_1 = \frac{a_1}{a_b} \times 100; \quad {}_bI_2 = \frac{a_2}{a_b} \times 100; \quad \dots; \quad {}_bI_n = \frac{a_n}{a_b} \times 100$$

in cui ${}_bI_i$ ($i = 0, 1, 2 \dots n$) sta per numero indice semplice a base fissa b relativo all' i -mo termine della serie (temporale, territoriale) considerata; a_i ($i = 0, 1, 2 \dots n$) indica l'intensità i -ma del fenomeno considerato; a_b l'intensità del tempo-base (o territorio-base o situazione-base).

I numeri indici semplici a base fissa mettono in evidenza le **variazioni** d'intensità subite dal fenomeno nel tempo, luoghi o situazioni *rispetto alla intensità del fenomeno assunta in un dato tempo base* (territorio-base, situazione-base). Nell'esempio su riportato, ad esempio, si può vedere attraverso i numeri indici qual è stata la **variazione percentuale** nell'ammontare della popolazione italiana in ciascuno dei 10 anni considerati rispetto all'anno base (1901). Ad esempio nel 2001 la popolazione italiana è aumentata, rispetto al 1901, del + 64,3% (161,3 – 100); nel 1911 del + 6,5% (106,5 – 100) e così via. In generale il calcolo delle *variazioni percentuali* (o differenze relative) si effettua rapportando l'incremento (o decremento) assoluto verificatosi nel fenomeno considerato in un dato periodo all'intensità del fenomeno all'inizio del periodo considerato (o all'intensità media nel periodo) ed esprimendo poi il rapporto generalmente in termini percentuali (cfr. par. 5). Nel caso dei numeri indici il calcolo delle variazioni percentuali suddetto equivale a calcolare la differenza tra i numeri indici considerati.

Se invece, partendo dagli stessi dati assoluti dell'esempio su riportato volessimo esaminare le variazioni intervenute nell'ammontare della popolazione residente italiana *da un anno al successivo* occorrerebbe calcolare *numeri indici semplici a base mobile* in base ai dati della tab. 4 nel modo seguente:

$${}_0I_1 = 37.504 / 35.199 \times 100 = 106,5$$

$${}_1I_2 = 39.459 / 37.504 \times 100 = 105,2$$

$${}_2I_3 = 42.807 / 39.459 \times 100 = 108,4$$

.....

$${}_8I_9 = 56.778 / 56.536 \times 100 = 100,4$$

$${}_9I_{10} = 57.844 / 56.778 \times 100 = 101,9$$

In generale il calcolo dei numeri indici semplici a base mobile, in termini percentuali, può essere indicato come segue:

Numeri indici a base mobile

$${}_0I_1 = \frac{a_1}{a_0} \times 100; \quad {}_1I_2 = \frac{a_2}{a_1} \times 100; \quad {}_2I_3 = \frac{a_3}{a_2} \times 100; \quad \dots; \quad {}_{n-1}I_n = \frac{a_n}{a_{n-1}} \times 100$$

in cui ${}_{i-1}I_i$ ($i = 1 \dots n$) indica il numero indice semplice a base mobile $i - 1$ relativo all' i -mo termine della serie.

I numeri indici semplici a base mobile mettono in evidenza le **variazioni**, generalmente espresse in %, subite dal fenomeno in un dato tempo, luogo o situazione rispetto al tempo o luogo o situazione che lo **precede**. Nell'esempio della tab. 4 si può vedere che nel 1961 si è avuta una variazione nell'ammontare della popolazione italiana del + 0,6% ($100,6 - 100$) rispetto al 1951; nel 1991 del + 0,4% rispetto al 1981 ($100,4 - 100$) e così via.

È da osservare che non è possibile calcolare i numeri indici semplici a base fissa se i dati non sono confrontabili ossia se il collettivo di riferimento varia da un anno all'altro. Se ad esempio si dispone di una serie temporale, per 10 anni, del numero dei componenti delle famiglie di un dato territorio ma il numero delle famiglie non è sempre lo stesso nei vari anni, sarà possibile calcolare numeri indici a base mobile ma non a base fissa per vedere la variazione nel tempo del numero dei componenti le famiglie; oppure si può considerare il numero medio dei componenti per famiglia, eliminando quindi l'influenza del diverso ammontare delle famiglie, e calcolare poi su tali rapporti i numeri indici a base fissa.

Le proprietà dei numeri indici semplici I numeri indici semplici hanno tre importanti e utili proprietà.

1. Proprietà dell'identità:

Proprietà dell'identità

$$\text{se } a_i = a_j \quad \Rightarrow \quad {}_jI_i = \frac{a_i}{a_j} = 1$$

Da una serie a base
fissa ad una serie a
base mobile

Ciò significa che se le due situazioni messe a confronto sono uguali, cioè di uguale intensità, il numero indice semplice assume valore 1.

2. **Proprietà della reversibilità delle basi:** per passare da una serie di numeri indici a base fissa alla corrispondente serie di numeri indici a base mobile è sufficiente dividere ciascun numero indice a base fissa, espresso in termini unitari, per il suo precedente. Ad esempio se si ha una serie temporale a base fissa (base scelta = intensità del fenomeno al tempo 0) la corrispondente serie a base mobile si otterrà nel modo seguente:

Serie a base fissa $\Rightarrow$ *Serie a base mobile*

$${}_0I_0 = \frac{a_0}{a_0}$$

$${}_0I_1 = \frac{a_1}{a_0}$$

$${}_0I_2 = \frac{a_2}{a_1}$$

.....

$${}_0I_n = \frac{a_n}{a_0}$$

$${}_0I_1 = \frac{a_1}{a_0}$$

$${}_1I_2 = \frac{a_2}{a_0} : \frac{a_1}{a_0} = \frac{a_2}{a_0} \times \frac{a_0}{a_1}$$

.....

$${}_{n-1}I_n = \frac{a_n}{a_0} : \frac{a_{n-1}}{a_0} = \frac{a_n}{a_0} \times \frac{a_0}{a_{n-1}}$$

3. **Proprietà circolare:** per passare da una serie di numeri indici a base mobile alla corrispondente serie di numeri indici a base fissa aventi come base il termine iniziale della serie, basta moltiplicare fra loro gli indici a base mobile dal tempo base 0 al tempo considerato. Ad esempio se si ha una serie temporale a base mobile, scegliendo come base fissa l'intensità del fenomeno al tempo 0, si otterrà la corrispondente serie a base fissa nel modo seguente:

Da una serie a base
mobile ad una serie
a base fissa

Serie a base mobile $\Rightarrow$ *Serie a base fissa*

$${}_0I_0 = \frac{a_0}{a_0} = 1$$

$${}_0I_1 = \frac{a_1}{a_0}$$

$${}_1I_2 = \frac{a_2}{a_1}$$

.....

$${}_{n-1}I_n = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

$${}_0I_1 = \frac{a_1}{a_0}$$

$${}_0I_2 = \frac{a_1}{a_0} \times \frac{a_2}{a_1}$$

$${}_0I_3 = \frac{a_1}{a_0} \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2}$$

.....

$${}_0I_n = \frac{a_1}{a_0} \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \dots \times \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

Se la base della serie dei numeri indici a base fissa non fosse rappresentata dal primo termine della serie e fosse, ad esempio, rappresentata dal termine a_7 occorrerebbe moltiplicare tutti i prodotti ottenuti con il procedimento

suddetto per il rapporto: $\frac{a_0}{a_7}$ detto *coefficiente di raccordo*.

Esempi Considerando i dati della tab. 4 riguardanti l'ammontare della popolazione residente italiana, il calcolo del **passaggio dalla serie** di numeri indici **a base fissa** (1901 = 1) alla corrispondente **serie a base mobile** (quarta colonna della tab. 4), espressa in termini unitari sarebbe il seguente:

Corrispondente serie a base mobile

$$\begin{aligned} {}_0I_1 &= 1,065 : 1 = 1,065 \\ {}_1I_2 &= 1,121 : 1,065 = 1,052 \\ &\dots\dots\dots \\ {}_8I_9 &= 1,613 : 1,606 = 1,004 \\ {}_9I_{10} &= 1,643 : 1,613 = 1,019 \end{aligned}$$

Nel caso inverso, invece, ossia disponendo della serie di numeri indici a base mobile e volendo passare ad una serie a base fissa scegliendo come base l'ammontare della popolazione nel 1901, il calcolo espresso in termini unitari sarebbe il seguente:

Corrispondente serie a base fissa (base scelta: 1901)

$$\begin{aligned} {}_0I_1 &= 1 \times 1 = 1 \\ {}_0I_2 &= 1 \times 1,065 = 1,065 \\ {}_0I_3 &= 1 \times 1,065 \times 1,052 = 1,120 \\ &\dots\dots\dots \\ {}_0I_9 &= 1 \times 1,065 \times 1,052 \times 1,084 \times \dots \times 1,004 = 1,608 \\ {}_0I_{10} &= 1 \times 1,065 \times 1,052 \times 1,084 \times \dots \times 1,004 \times 1,019 = 1,643 \end{aligned}$$

Supponiamo ancora, servendoci della proprietà circolare, di voler *cambiare base alla serie dei numeri indici semplici a base fissa*. Nell'esempio considerato cambiare la base 1901 = 100, e fissare, ad esempio, come nuova base 1961 = 100. Si potrebbe ovviamente ricalcolare la nuova serie di numeri indici con la base nuova oppure operare sulla vecchia serie nel modo seguente: dividendo ciascun numero indice a base fissa della vecchia serie per il coefficiente di raccordo.

Il **coefficiente di raccordo** è dato dal rapporto:

$$\frac{\text{intensità del fenomeno scelto come nuova base}}{\text{intensità del fenomeno al tempo base 0}}$$

Il coefficiente di raccordo per cambiare la base

Nell'esempio considerato il coefficiente di raccordo sarebbe uguale a 1,439 corrispondente al numero indice a base fissa (1901 = 1) dell'anno 1961, espresso in termini unitari, infatti:

$$\frac{50.675}{35.199} = 1,439$$

Si ottiene la serie di numeri a **base fissa nuova** (1961 = 1) espressa in termini unitari, effettuando il seguente calcolo sulla vecchia serie a base fissa (1901 = 1).

Serie di numeri indici con base (fissa) nuova (1961 = 1)

$${}_{1961}I_1 = 1 : 1,439 = 0,695$$

$${}_{1961}I_2 = 1,065 : 1,439 = 0,740$$

$${}_{1961}I_3 = 1,121 : 1,439 = 0,779$$

.....

$${}_{1961}I_9 = 1,613 : 1,439 = 1,120$$

$${}_{1961}I_{10} = 1,643 : 1,439 = 1,141$$

È da osservare che con il passare del tempo la base scelta per il calcolo dei numeri indici semplici a base fissa può perdere di significato ossia non essere più un termine di confronto significativo. Ciò accade, ad esempio, nel caso di numeri indici semplici dei prezzi di una data merce a causa delle variazioni nei prezzi che si verificano nel corso degli anni rispetto all'anno scelto come base. Occorre allora cambiare, "slittare" la base e calcolare i numeri indici successivi con la nuova base. Si pone allora il problema di poter *confrontare la "vecchia" serie di numeri indici semplici con la nuova serie* di numeri indici aventi nuova base fissa. Attraverso la proprietà circolare di cui godono i numeri indici semplici è possibile, come si è visto nell'esempio, trasformare una serie a base fissa in un'altra serie avente base fissa diversa, senza dover ricalcolare gli indici partendo dai dati originali.

3.3. I numeri indici complessi I numeri indici complessi consentono di ottenere un valore sintetico (valore assunto dall'indice complesso) indicante la variazione di un insieme di fenomeni (elementi) rispetto ad un tempo o luogo base anziché soltanto di un fenomeno come nel caso visto degli indici semplici.

I numeri indici complessi si distinguono dai numeri indici semplici perché essi sono ottenuti come medie (aritmetiche o geometriche o armoniche ecc.), semplici o ponderate, dei numeri indici semplici. Si tratta quindi di medie di rapporti.

I numeri indici complessi trovano largo impiego nelle statistiche economiche e sociali; tra i più noti numeri indici complessi vi sono quelli calcolati

dall'ISTAT riguardanti: i **prezzi al consumo** per le famiglie di operai e impiegati (già indici del **costo della vita**) o per l'intera collettività nazionale; i numeri indici dei **prezzi all'ingrosso**; i numeri indici del costo di costruzione di un fabbricato residenziale; i numeri indici del commercio con l'estero; i numeri indici della produzione industriale ecc.

Per il calcolo di un numero indice complesso occorre operare una serie di scelte per le quali non esistono criteri unici o regole fisse e ciò costituisce uno dei problemi più complessi nella costruzione di un indice sintetico poiché scelte diverse portano a diversi risultati finali. Occorrerà allora tenere conto nella lettura di un numero indice complesso oltre che dei valori numerici finali anche del significato concettuale dell'indice stesso in relazione ai criteri in base ai quali esso è stato costruito. Come si vedrà, ad esempio, nel caso dei numeri indici dei prezzi al consumo sono possibili sintesi diverse a seconda del tipo di beni e servizi considerati, del collettivo di riferimento, del tipo di formule adottate per la loro sintesi. Sono molti i fattori che concorrono alla costruzione di un numero indice complesso.

Dal punto di vista statistico i principali momenti di scelta riguardano:

- a) scelta degli **elementi** (numero e tipo) che comporranno il numero indice complesso e definizione delle modalità per la loro rilevazione;
- b) scelta della **base** per la costruzione dei numeri indici semplici;
- c) scelta della **formula di sintesi** (tipo di media e tipo di pesi in caso di ponderazione) degli indici semplici.

Le principali scelte
nella costruzione di
un indice complesso

A ciò si aggiunga una difficoltà di carattere pratico, che tuttavia si riflette spesso anche nelle scelte teoriche, di disporre dei dati statistici necessari e in tempi ragionevoli (utili) per la costruzione di un numero indice complesso, in genere molti, assai analitici e di rilevazione onerosa.

Per fissare le idee, supponiamo di voler calcolare un indice dei **prezzi al consumo**, ossia di voler disporre di un indice sintetico che serva a misurare le variazioni nel tempo nel livello dei prezzi dei beni e servizi consumati da una data popolazione e quindi anche della capacità di acquisto della moneta che ne è il reciproco (se il livello medio dei prezzi aumenta diminuisce la capacità di acquisto della moneta).

Supponiamo allora di aver effettuato le scelte seguenti:

- a) scelta del **numero e tipo** di beni e servizi che si vuole entrino nel computo dell'indice sintetico. Indicheremo con m il numero e tipo di beni e servizi scelti e con p_{ij} il prezzo rilevato nel tempo i -esimo per ciascuna merce o servizio j -esimo;
- b) scelta della **base (tempo)** per costruire, per ciascuno degli m beni e servizi considerati, il numero indice semplice a base fissa.

Disporremo, quindi, della seguente serie di numeri indici semplici dei prezzi, ad esempio, relativi al tempo 1 rispetto al tempo base 0 per tutti gli m beni e servizi considerati:

$$\frac{p_{1,1}}{p_{0,1}}; \frac{p_{1,2}}{p_{0,2}}; \frac{p_{1,3}}{p_{0,3}}; \dots; \frac{p_{1,m}}{p_{0,m}}$$

La sintesi con la media aritmetica semplice

Occorrerà allora effettuare la scelta della formula di sintesi dei numeri indici semplici sopra rilevati e calcolati.

Si potrebbe in un primo momento pensare di scegliere come formula di sintesi la media aritmetica semplice dei numeri indici semplici a base fissa rilevati (detta “formula del Carli” e impiegata per la prima volta nel 1764):

$$I_C = \frac{100}{m} \sum_{j=1}^m \frac{p_{1,j}}{p_{0,j}}$$

Occorre tuttavia fare alcune brevi considerazioni sull’impiego della media aritmetica semplice per il calcolo dell’indice sintetico.

L’impiego della media aritmetica semplice non consente di tener conto della **diversa importanza** dei beni e servizi considerati nel complesso dei consumi: due prezzi per i quali risultasse una stessa variazione di prezzo (rispetto al tempo base) avrebbero la stessa influenza sul valore finale del numero indice complesso così calcolato.

Si pensi che nel “paniere” dei beni e servizi scelti, ad esempio dall’ISTAT, per il computo dei numeri indici dei prezzi al consumo per l’intera collettività nazionale (circa 907 beni e servizi) o per le famiglie di operai e impiegati figurano beni assai diversi ossia aventi un diverso “peso” nella **struttura dei consumi** della popolazione considerata. Con tale calcolo essa non sarebbe presa in considerazione. Occorrerà allora introdurre nel calcolo della media una **ponderazione**, ossia attribuire dei **coefficienti di ponderazione** o pesi a ciascun numero indice semplice affinché esso assuma un peso differenziato nella **struttura del paniere di beni** che si sta considerando.

La ponderazione dei numeri indici semplici

In altri termini, occorrerà considerare una **media** aritmetica (o di altro tipo) **ponderata** anziché semplice e occorrerà quindi effettuare un’ulteriore scelta: quali pesi attribuire ai singoli numeri indici semplici.

Non esistono criteri unici o regole fisse per l’attribuzione dei pesi, e diversi sistemi di pesi porteranno a risultati finali (valori degli indici complessi) diversi. Qui esamineremo, dal punto di vista statistico, solo alcuni dei più impiegati metodi di calcolo di numeri indici complessi dei prezzi con diversi criteri di attribuzione dei pesi.

Esistono ovviamente molti altri metodi per la costruzione di indici complessi che impiegano diversi criteri di attribuzione dei pesi e diversi tipi di sintesi che tuttavia qui non tratteremo rinviando alla letteratura sull’argomento (cfr. ad es. Benedetti, 1981; Martini, 1992).

È da osservare tuttavia che il fatto che non esistano criteri unici di scelta

non significa che il criterio adottato, qualunque esso sia, sia arbitrario. Dal punto di vista statistico, interessa infatti che esso sia razionale ossia basato su criteri oggettivi, nel senso di verificabilità e ripetibilità da chiunque nelle stesse condizioni e non basato sull'arbitrarietà, l'abilità o la conoscenza di singoli individui. In altri termini qualunque sia il criterio scelto esso dovrà essere scientifico.

***3.4. I numeri indici sintetici dei prezzi** Ottenuta la serie dei numeri indici elementari relativi, ad esempio, ai prezzi di ciascun bene e servizio del paniere dei beni e servizi considerati per la collettività di riferimento, occorre sintetizzarli in un unico valore o numero indice complesso.

Si è già detto come l'impiego di medie semplici sia sconsigliabile mentre adeguate risultano le medie ponderate (aritmetica, geometrica ecc.) per la sintesi di più indici. Si pone, quindi, il problema della scelta del sistema di pesi ossia dei coefficienti di ponderazione **per l'insieme** dei beni e servizi considerati per poter effettuare il calcolo della media ponderata. Occorre distinguere due casi: la ponderazione con valori e la ponderazione con quantità.

1. *La ponderazione con valori* Una ponderazione razionale si ha attribuendo a ciascun numero indice elementare un peso uguale al valore, al tempo base nel luogo di riferimento, della quantità consumata (se l'indice si riferirà ai prezzi al consumo) o scambiata (se l'indice si riferirà ai prezzi all'ingrosso) di ciascun bene e servizio considerato per la popolazione di riferimento.

La ponderazione per valori

Indicando con $q_{0,j}$ le quantità consumate o scambiate al tempo base 0 della merce j (per $j = 1, 2, \dots, m$) e con $p_{0,j}$ il rispettivo prezzo al tempo base, con $q_{1,j}$ le quantità consumate o scambiate al tempo 1 della merce j e con $p_{1,j}$ il rispettivo prezzo al tempo 1, si avrebbero le seguenti quattro possibili combinazioni di ponderazioni:

$$\begin{aligned} p_{0,j} q_{0,j} \\ p_{0,j} q_{1,j} \\ p_{1,j} q_{1,j} \\ p_{1,j} q_{0,j} \end{aligned}$$

Le prime due sono quelle più impiegate.

In particolare scegliendo il coefficiente di ponderazione per cui moltiplicare ciascun numero indice elementare dato dal prodotto $(p_{0,j} \cdot q_{0,j})$ ossia dalla quantità consumata o scambiata del bene j -esimo nel tempo base espressa in valori ed impiegando per la sintesi degli indici elementari la **media aritmetica ponderata** con i coefficienti di ponderazione suddetti, si ottiene il seguente numero indice complesso dei prezzi, detto anche **indice di Laspeyres** (I_L):

La media aritmetica ponderata

L'indice di Laspeyres

$$I_L = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{p_{1,j}}{p_{0,j}} \cdot (p_{0,j} \cdot q_{0,j})}{\sum_{j=1}^m p_{0,j} \cdot q_{0,j}} = \frac{\sum_{j=1}^m p_{1,j} \cdot q_{0,j}}{\sum_{j=1}^m p_{0,j} \cdot q_{0,j}}$$

in cui i simboli hanno il significato già indicato.

Un altro tipo di ponderazione si potrebbe avere scegliendo come coefficiente il prodotto $(p_{0,j} \cdot q_{1,j})$ ossia il prezzo del bene j al tempo base per la quantità consumata o scambiata al tempo 1.

Impiegando sempre la media aritmetica ponderata con tali coefficienti si avrà il seguente numero indice complesso dei prezzi, detto **indice di Paasche** (I_P):

L'indice di Paasche

$$I_P = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{p_{1,j}}{p_{0,j}} \cdot (p_{0,j} \cdot q_{1,j})}{\sum_{j=1}^m p_{0,j} \cdot q_{1,j}} = \frac{\sum_{j=1}^m p_{1,j} \cdot q_{1,j}}{\sum_{j=1}^m p_{0,j} \cdot q_{1,j}}$$

in cui i simboli hanno il significato usuale.

Sarebbe possibile considerare anche gli altri due tipi di ponderazioni costituiti rispettivamente dai coefficienti $(p_{1,j} \cdot q_{1,j})$ oppure $(p_{1,j} \cdot q_{0,j})$. Focalizzeremo tuttavia l'attenzione sui due sistemi di ponderazione che portano alle formule di Laspeyres e di Paasche essendo quelle di più largo impiego. È anzitutto da osservare che i due metodi di ponderazione impiegati nell'indice di Laspeyres e in quello di Paasche portano a risultati diversi ossia a valori diversi dell'indice sintetico finale. Non esistono criteri unici o regole fisse per la scelta di uno o dell'altro. Può essere utile allora fare alcune considerazioni circa le differenze tra i due indici.

Struttura dei
consumi: stabile
o variabile

L'impiego dell'indice di Laspeyres assume nel tipo di ponderazione impiegata una quantità **fissa** consumata o scambiata nel tempo base mentre l'indice di Paasche assume una quantità **variabile**. Se la **struttura dei consumi** della collettività cui l'indice si riferisce è abbastanza stabile nel tempo, l'indice di Laspeyres sarà una misura significativa della variabilità dei prezzi subita dal paniere considerato rispetto all'anno base; se invece si può ipotizzare una struttura dei consumi molto elastica ossia in cui le variazioni nelle quantità consumate dei vari beni e servizi considerati variano significativamente nel tempo occorrerà assumere una ponderazione del tipo di quella impiegata nell'indice di Paasche. Occorre rilevare, tuttavia, che entrambi gli indici si riferiscono ad **uno stesso insieme di beni e servizi** la cui rappresentatività rispetto ai gusti, lo stile di vita, la quantità e qualità dei beni e servizi prodotti ogni anno e disponibili sul mercato, la moda e la

pubblicità, può cambiare velocemente; ciò almeno per certe categorie di consumi (ad es. i beni e servizi vari) che possono mutare sia come tipo di beni e servizi che come prezzi. In altri termini l'indice di Paasche nella situazione ora ipotizzata "invecchierebbe meno rapidamente" dell'indice di Laspeyres ma perderebbe ugualmente di significatività col passare del tempo. È allora necessario per superare il problema dell'invecchiamento degli indici **cambiare** frequentemente **la base** affinché il sistema di ponderazione impiegato e i beni e servizi inclusi nel calcolo siano quanto più possibile significativi (rappresentativi) della struttura dei consumi della collettività considerata. Nel cambiamento della base impiegata per la costruzione degli indici sintetici nuovi potranno essere inseriti nuovi beni e servizi ed eliminati altri il cui consumo ha perso significatività nel tempo, ossia variare la composizione del "paniere" di beni e servizi. Ciò pone dal punto di vista statistico il problema della comparabilità delle nuove serie di indici con le vecchie. L'ISTAT fornisce, ad esempio, dei **coefficienti di raccordo** che consentono appunto di confrontare indici aventi base diversa.

Invecchiamento degli
indici dei prezzi

Circa la comparabilità degli indici si rileva che l'adozione di nomenclature standardizzate dei prodotti, come ad esempio quella COICOP95 (*Classification of Individual Consumption by Purpose*) impiegata dall'ISTAT e adottata dai paesi della Comunità europea, assicura la comparabilità nel tempo e nello spazio delle varietà e qualità dei beni e servizi considerati nel computo degli indici.

La classificazione
COICOP

In relazione a quanto ora detto tra i problemi più delicati nella costruzione di un indice sintetico dei prezzi vi è quello della *scelta del numero e tipo di beni e servizi* da includere nel computo affinché essi siano rappresentativi nello spazio e col passare del tempo della struttura dei consumi della collettività di riferimento, dei suoi gusti, comportamenti di consumo, stile di vita, soprattutto in contesti industriali avanzati ad alto impiego della tecnologia, come è il nostro, in cui i mutamenti sociali sono più veloci che nel passato. Assumono allora in tale contesto particolare rilievo gli studi statistici tendenti a rilevare tipologie di comportamento degli individui non più riferite al solo aspetto monetario (consumi) ma più in generale di comportamento quotidiano nel senso del modo di vivere, delle abitudini di vita, stili di vita ecc. che possono fornire ulteriori elementi utili, e in tempi brevi, sulle differenze e i **mutamenti sociali**. Già il contributo delle indagini campionarie effettuate periodicamente dall'ISTAT sui consumi delle famiglie ha costituito una svolta importante nella migliore definizione della struttura dei consumi delle famiglie italiane; esse hanno contribuito infatti a modificare il paniere dei beni e i coefficienti di ponderazione precedentemente impiegati per il calcolo degli indici dei prezzi al consumo, nonché ai successivi aggiornamenti. Tra gli studi utili a fornire informazioni sul modo di vivere e gli stili di vita delle diverse categorie di popolazione, particolare interesse hanno gli studi statistici sui *Bilanci del tempo* (*time-budget*

Il paniere dei beni
e servizi

Bilanci di famiglia e
bilanci del tempo

studies) e le indagini sull'uso del tempo (*time-use surveys*) ormai rilevati in molti paesi ed inseriti nelle pubblicazioni periodiche degli istituti nazionali di statistica.

È stato provato che il problema della rappresentatività degli indici dei prezzi rispetto alla struttura dei consumi non è superabile se viene aumentato il numero di beni e servizi in esso inclusi poiché, essendo impossibile in pratica considerarli tutti, esiste il problema di definire una **tipologia sostanziale** e non solo formale dei beni e servizi da inserire nel computo.

Tornando alle differenze tra i due indici sintetici di Laspeyres e Paasche, il primo presenta una tendenziosità positiva rispetto alla ponderazione impiegata nel secondo; in altri termini nell'indice di Laspeyres gli aumenti dei prezzi sono sopravvalutati mentre le diminuzioni sono sottovalutate. Infatti poiché tra quantità e prezzi esiste una relazione inversa (all'aumentare dei prezzi la quantità domandata diminuisce) si può prevedere che se $p_{1,j} > p_{0,j}$ sarà $q_{1,j} < q_{0,j}$ e quindi con il fattore di ponderazione ($p_{0,j} \times q_{0,j}$) gli aumenti subiranno una ponderazione maggiore di quella che si avrebbe con il coefficiente di ponderazione ($p_{0,j} \times q_{1,j}$) l'inverso accadrà se $p_{1,j} < p_{0,j}$.

Condizionante la scelta tra uno dei due indici, I_L e I_P , è tuttavia anche un fattore di ordine pratico, cui si è già accennato, della disponibilità, in tempi brevi, dei dati statistici necessari alla costruzione dei due numeri indici complessi. In tal senso si spiega spesso la maggior preferenza (impiego) dell'indice I_L rispetto all'indice I_P . L'indice di Laspeyres, infatti, consente di determinare il fattore di ponderazione ($q_{0,j} \cdot p_{0,j}$) una sola volta, l'anno scelto come base, finché non si deciderà di cambiare la base dell'indice, mentre il sistema dei pesi impiegato nell'indice di Paasche presuppone che siano rilevate le quantità $q_{i,j}$ ogni anno i per ogni bene j . Poiché la rilevazione delle quantità è assai più onerosa di quella dei prezzi, spesso si preferisce impiegare l'indice di Laspeyres anziché quello di Paasche.

L'indice ideale di
Fisher

Il numero indice complesso dei prezzi calcolato secondo la formula "ideale", detta di Fisher (I_F), gode di alcune proprietà che non si riscontrano negli indici I_L e I_P . Esso è uguale alla **media geometrica** dei due indici di Laspeyres e Paasche suddetti, ossia:

$$I_F = \sqrt{I_L \times I_P}$$

Con tale formula, pur restando i problemi di ordine pratico suddetti, è possibile tener conto di entrambe le ipotesi sulla struttura dei consumi relativa al paniere di beni considerati nell'indice.

Proprietà degli indici
complessi

Circa le proprietà già viste per i numeri indici semplici (cfr. par. 3.2), occorre rilevare che esse sono solo parzialmente soddisfatte dai tre indici sintetici su considerati:

a) **proprietà dell'identità**: è verificata da tutti e tre gli indici sintetici I_L , I_P , I_F ;

b) **proprietà della reversibilità delle basi**: è verificata solo dall'indice I_F ;

c) **proprietà circolare**: non è verificata da alcuno dei tre indici sintetici considerati.

A tal proposito uno dei vantaggi nell'impiegare come media di sintesi la *media geometrica* anziché aritmetica risiederebbe nella possibilità di ottenere indici sintetici che verificano le proprietà *b* e *c* (cfr. Guarini, Tassinari, 1996).

2. *La ponderazione con quantità fisiche* Quanto fin qui detto è estensibile al caso in cui anziché riferirsi a coefficienti di ponderazione espressi in valori ci si riferisca a **quantità**. In tal caso le formule di Laspeyres e Paasche sarebbero le seguenti:

La ponderazione per quantità

$$I_L = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{p_{1,j}}{p_{0,j}} \times q_{0,j}}{\sum_{j=1}^m q_{0,j}}$$

$$I_P = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{p_{1,j}}{p_{0,j}} \times q_{1,j}}{\sum_{j=1}^m q_{1,j}}$$

sulle quali tuttavia non ci soffermeremo.

Poiché nella pratica il calcolo degli indici sintetici dei prezzi comporta una serie di passaggi da sintesi di indici di ordine inferiore a sintesi di ordine superiore fino a quella finale riguardante l'indice generale dei prezzi, si preferisce rinviare al paragrafo che segue per una esemplificazione di alcuni numeri indici complessi dei prezzi calcolati dall'ISTAT, con riferimento in particolare a quelli al consumo.

I procedimenti ora visti di sintesi dei numeri indici elementari mediante la media aritmetica ponderata di Laspeyres con i diversi coefficienti di ponderazione sono alla base delle diverse sintesi effettuate dall'ISTAT per il calcolo degli indici sintetici.

***3.5. I numeri indici dei prezzi al consumo calcolati dall'ISTAT** Gli indici dei prezzi al consumo misurano le **variazioni nel tempo dei prezzi** di un **paniere** rappresentativo di tutti i beni e servizi destinati al consumo finale delle famiglie, acquistabili sul mercato attraverso transazioni monetarie (sono escluse le transazioni a titolo gratuito, gli autoconsumi, i fitti figurativi ecc.). Gli indici dei prezzi al consumo sono calcolati utilizzando l'indi-

Definizione e significato degli indici dei prezzi al consumo calcolati dall'ISTAT

ce a catena del tipo Laspeyres in cui sia il paniere sia il sistema dei pesi vengono **aggiornati annualmente**.

L'ISTAT calcola tre diversi numeri indici sintetici dei prezzi al consumo:

a) l'indice nazionale per l'intera collettività nazionale (NIC): è calcolato con riferimento ai consumi dell'intera popolazione presente nel territorio nazionale;

b) l'indice per le famiglie di operai e impiegati (già indici del costo della vita) (FOI): si riferisce ai consumi delle famiglie che hanno come persona di riferimento un lavoratore dipendente extra-agricolo (operaio o impiegato);

c) l'indice armonizzato su base comunitaria (IPCA): è riferito alla generalità delle famiglie presenti ma con un campo di osservazione limitato ai consumi di beni e servizi che hanno regimi di prezzo comparabili nei diversi paesi dell'Unione europea.

L'indice dei prezzi al consumo per l'intera collettività nazionale (NIC) viene utilizzato dall'Eurostat quale indicatore ufficiale dell'andamento dei prezzi al consumo nel nostro Paese, come misura dell'inflazione a livello dell'intero sistema economico, in altre parole considera l'Italia come se fosse un'unica grande famiglia di consumatori, all'interno della quale le abitudini di spesa sono ovviamente molto differenziate. Il NIC rappresenta, per gli organi di governo, il parametro di riferimento per la realizzazione delle politiche economiche, ad esempio, per indicare nel Documento di programmazione economica e finanziaria (DPEF) il tasso d'inflazione programmata, cui sono collegati i rinnovi dei contratti collettivi di lavoro.

L'indice dei prezzi al consumo per famiglie di operai e impiegati (FOI) trova prevalenti, se non esclusive, utilizzazioni nazionali, è usato per adeguare periodicamente i valori monetari e costituisce ormai un costante riferimento per il legislatore nella definizione di meccanismi di indicizzazione legale (ad es. gli affitti o gli assegni dovuti al coniuge separato). L'indice armonizzato su base comunitaria (IPCA) è stato sviluppato per assicurare una misura dell'inflazione comparabile a livello europeo. Infatti viene assunto come indicatore per verificare la convergenza delle economie dei paesi membri dell'Unione europea. Tale indice viene calcolato e pubblicato dall'ISTAT e inviato all'Eurostat mensilmente secondo un calendario prefissato. L'Eurostat a sua volta diffonde gli indici armonizzati dei singoli paesi dell'UE ed elabora e diffonde l'indice sintetico europeo, calcolato sulla base dei primi.

I tre indici si basano su **un'unica rilevazione** e sulla **stessa metodologia** di calcolo, condivisa a livello internazionale. NIC e FOI si basano sullo **stesso paniere**, ma il peso attribuito a ogni bene o servizio è diverso, a seconda dell'importanza che questi rivestono nei consumi della popolazione di riferimento. Per il NIC la popolazione di riferimento è l'intera popolazione italiana, ovvero la grande famiglia di oltre 57 milioni di persone; per il FOI è

Finalità dei tre indici;
NIC, FOI, IPCA

Differenze fra i tre
indici

l'insieme di famiglie che fanno capo a un operaio o un impiegato. Un'ulteriore differenziazione fra i tre indici riguarda il **concetto di prezzo** considerato: il NIC e il FOI considerano sempre il prezzo pieno di vendita. L'IPCA si riferisce invece al prezzo effettivamente pagato dal consumatore. Ad esempio, nel caso dei medicinali, mentre per gli indici nazionali viene considerato il prezzo pieno del prodotto, per quello armonizzato europeo il prezzo di riferimento è rappresentato dalla quota effettivamente a carico del consumatore (il ticket). Inoltre, l'IPCA tiene conto anche delle riduzioni temporanee di prezzo (saldi e promozioni).

Importante è il significato che va attribuito agli indici dei prezzi al consumo.

Anzitutto, occorre ricordare che l'indice dei prezzi al consumo misura le variazioni dei prezzi dell'insieme dei beni e servizi acquistabili nel Paese. È sempre difficile, per il consumatore, riconoscere le variazioni di prezzo della propria spesa quotidiana in quelle riferite alla spesa complessiva della "grande famiglia Italia" e rappresentate dall'indice generale dei prezzi al consumo. Le ragioni della discrepanza fra variazioni di prezzo rilevate dall'ISTAT e variazioni percepite possono essere molteplici: alcuni prodotti, che pure subiscono rincari significativi, hanno comunque una bassa incidenza sulla spesa media familiare e, di conseguenza, l'impatto degli aumenti di prezzo sul calcolo dell'indice generale è limitato. Vale a dire che se pure le patate aumentano del 21% (come è accaduto fra dicembre 2002 e dicembre 2003), incidono comunque poco nella spesa familiare effettiva. Infatti, il peso delle patate all'interno del paniere, è pari allo 0,2%. Inoltre, alcuni prodotti ad acquisto frequente sono osservati – e ricordati – con maggiore attenzione dal consumatore. È questo il caso dei prodotti alimentari non lavorati (carne e pesce freschi, prodotti ortofrutticoli freschi), che fra dicembre 2001 e dicembre 2003 hanno registrato aumenti del 10,4% rispetto al + 5,4% dell'indice generale NIC. Nello stesso periodo sono rimasti stabili o addirittura diminuiti i prezzi di alcuni prodotti che si acquistano raramente (beni durevoli in generale, e in particolare PC, televisori, motocicli, elettrodomestici, cellulari), ma che comunque partecipano al calcolo dell'indice generale dei prezzi.

Significato degli indici

I dati più aggiornati si possono trovare sul web dell'ISTAT (<http://www.istat.it/Economia/Prezzi/index.htm>), presso i centri d'informazione statistica (<http://www.istat.it/Sedi-regio/index.htm>) e su Televideo Rai.

A titolo di esempio si riportano nella tab. 5 gli indici dei prezzi al consumo NIC e FOI per capitoli di spesa e generale dal 1999 al 2003 con base 1995 = 100.

È possibile rilevare dai dati della tab. 5 sia le variazioni percentuali avutesi nell'andamento dei prezzi al consumo (distintamente per l'indice NIC e per l'indice FOI) nei quattro anni considerati rispetto all'anno 1995 (anno base) per i diversi capitoli di spesa (leggendo la tabella per riga); sia le variazioni

TABELLA 5 Indici dei prezzi al consumo NIC e FOI per capitolo di spesa e generale. Base 1995 = 100. Anni 1999-2003

Per l'intera collettività nazionale (NIC)					
Capitoli di spesa	1999	2000	2001	2002	2003
Indice generale					
<i>Con tabacchi</i>	110,0	112,8	115,9	118,8	122,0
<i>Senza tabacchi</i>	109,9	112,7	115,9	118,8	121,9
<i>Capitoli di spesa</i>					
Prodotti alimentari e bevande analcoliche	105,8	107,5	111,9	116,0	119,6
Bevande alcoliche e tabacchi	118,1	119,6	122,6	125,2	133,8
Abbigliamento e calzature	111,6	114,1	117,4	120,8	124,4
Abitazione, acqua, elettricità e combustibili	112,5	119,0	122,6	123,0	127,1
Mobili, articoli e servizi per la casa	109,4	111,4	113,7	115,9	118,3
Servizi sanitari e spese per la salute	113,5	116,7	119,4	121,3	121,7
Trasporti	109,9	114,3	116,1	118,4	121,4
Comunicazioni	99,3	95,7	93,7	92,4	90,8
Ricreazione, spettacoli, cultura	106,7	107,3	110,9	114,2	115,9
Istruzione	109,8	112,5	116,1	119,5	122,9
Alberghi, ristoranti e pubblici esercizi	113,0	116,7	121,3	126,8	131,8
Altri beni e servizi	111,6	114,3	118,2	122,0	126,4
Per le famiglie di operai e impiegati (FOI)					
Capitoli di spesa	1999	2000	2001	2002	2003
Indice generale					
<i>Con tabacchi</i>	109,5	112,2	115,3	118,0	121,0
<i>Senza tabacchi</i>	109,3	112,1	115,1	117,9	120,8
<i>Capitoli di spesa</i>					
Prodotti alimentari e bevande analcoliche	105,4	107,0	111,5	115,6	119,2
Bevande alcoliche e tabacchi	118,2	119,7	122,8	125,3	134,3
Abbigliamento e calzature	111,2	113,7	117,1	120,4	123,9
Abitazione, acqua, elettricità e combustibili	114,3	120,4	124,0	124,5	128,7
Mobili, articoli e servizi per la casa	108,6	110,6	112,9	115,1	117,4
Servizi sanitari e spese per la salute	111,2	114,4	117,0	119,1	119,5
Trasporti	109,4	113,9	115,4	117,6	120,7
Comunicazioni	102,5	98,9	96,5	95,1	93,4
Ricreazione, spettacoli, cultura	107,2	107,8	111,2	114,4	116,0
Istruzione	111,1	113,9	117,5	120,8	124,1
Alberghi, ristoranti e pubblici esercizi	111,4	114,7	118,8	124,1	128,7
Altri beni e servizi	109,0	111,4	115,2	118,8	123,0

Fonte: *Annuario statistico italiano*, 2004.

avutesi in ciascun anno rispetto all'anno base (1995) nei diversi capitoli di spesa (per colonna).

Nella tab. 6 si riporta invece per il **confronto** degli indici dei prezzi al consumo **tra i paesi** dell'Unione europea l'indice armonizzato dei prezzi al consumo (IPCA) per i Paesi dell'Unione europea per capitoli di spesa per l'anno 2003. Dai dati della tab. 6 è possibile rilevare e confrontare le variazioni percentuali avutesi nel 2003 nei prezzi al consumo dei paesi dell'UE per i vari capitoli di spesa rispetto all'anno base 1996.

***3.6. Metodologia degli indici dei prezzi al consumo dell'ISTAT** La classificazione dei prodotti e servizi è basata sulla classificazione COICOP95 (*Classification of Individual Consumption by Purpose*) nella versione Rev. 1. Il primo livello della classificazione considera 12 capitoli di spesa; il secondo è quello costituito da 38 categorie e il terzo è formato da 107 gruppi di prodotto. Nella classificazione nazionale i 107 gruppi di prodotto si suddividono, poi, in 207 voci di prodotto che descrivono in maniera esaustiva l'insieme dei consumi considerati e rappresentano il massimo dettaglio di classi di consumo omogeneo. Le voci di prodotto sono a loro volta rappresentate da un insieme definito e limitato di beni e servizi denominati "posizioni rappresentative" e scelti sulla base di una pluralità di fonti e tra le tipologie maggiormente consumate. L'individuazione, all'interno delle 207 voci di prodotto, delle "posizioni rappresentative", si basa sul criterio di "prevalenza": vengono selezionati infatti i prodotti cui corrispondono le maggiori quote di consumo. La scelta tiene anche conto del criterio del "peso medio", secondo il quale maggiore è il peso di una "voce di prodotto" sul totale dei consumi delle famiglie, maggiore deve essere il numero di posizioni che contribuiscono a misurare l'evoluzione dei prezzi. Questo principio non vige in modo automatico in quanto va integrato da valutazioni specifiche riguardanti le caratteristiche dei prodotti inclusi in ciascuna voce. Nel 2004 le posizioni rappresentative sono 569, a fronte delle 577 considerate nel 2003. Di queste, alcune sono di natura composita, cioè formate da più prodotti (ad esempio gli ortaggi freschi, i medicinali, le diverse tariffe dei servizi di telefonia, i diversi modelli di automobile o le differenti fasce di utenza dell'energia elettrica); nel paniere del 2004 sono presenti complessivamente 1.031 prodotti.

I dati sono raccolti attraverso due rilevazioni: una a livello territoriale effettuata dai Comuni (che ha un peso sull'indice pari al 78,7%) e una centralizzata effettuata dall'ISTAT (peso pari al 21,3%). Entro il giorno 15 del mese considerato, i rilevatori degli uffici di statistica degli 86 Comuni coinvolti provvedono a rilevare i prezzi elementari della maggior parte dei prodotti inclusi nel paniere, secondo le procedure definite dall'ISTAT. All'inizio di ogni anno, infatti, l'ISTAT invia agli uffici comunali di statistica un

La classificazione dei
beni e servizi coicop

Come sono raccolti i
dati

TABELLA 6 Indici armonizzati dei prezzi al consumo per i paesi dell'Unione europea (pca) per capitolo di spesa. Base 1996 = 100. Anno 2003

Paesi	Alimentazione, bevande analcoliche	Bevande alcoliche e tabacco	Abbigliamento e calzature	Abitazione, acqua, elettricità e combust.	Mobili, arredam. e servizi domestici per la salute	Servizi sanitari e spese	Trasporti	Comunicazioni	Ricreazione, spettacoli, cultura	Istruzione	Alberghi, ristoranti, bar	Beni e servizi gener. vari	Indice
Italia	114,8	125,2	116,2	122,6	113,7	130,3	116,1	90,9	110,2	118,1	126,4	121,4	117,0
Austria	110,5	116,1	98,7	114,7	106,5	113,9	111,7	88,9	104,3	159,6	116,5	111,4	110,2
Belgio	114,2	118,0	103,1	117,3	109,3	108,4	116,3	90,0	105,6	107,0	119,9	113,8	112,3
Danimarca	114,6	109,3	89,6	126,5	111,3	108,6	119,8	85,0	111,2	147,6	119,4	125,7	115,6
Finlandia	112,4	113,0	99,0	121,6	106,8	120,5	112,3	98,9	111,7	130,2	120,5	117,5	113,5
Francia	117,3	134,3	101,7	109,9	107,4	112,2	110,7	84,7	99,9	114,0	117,3	111,1	110,7
Germania	106,0	118,9	101,9	115,1	103,6	108,6	115,9	75,0	102,1	122,9	112,1	112,8	108,8
Grecia	133,0	151,0	130,2	126,0	123,2	97,9	119,3	77,1	124,6	139,4	151,1	130,8	129,0
Irlanda	125,5	148,2	70,3	127,6	115,9	152,9	120,2	79,1	128,3	158,1	141,7	141,3	126,3
Lussemburgo	118,9	128,1	108,7	117,5	111,6	108,3	111,1	70,8	112,1	133,2	119,6	112,9	115,0
Paesi Bassi	118,8	130,2	105,1	135,6	117,4	124,7	119,2	91,4	109,9	124,5	128,8	122,8	120,8
Portogallo	119,8	131,1	101,3	124,8	118,2	128,0	132,6	88,5	109,5	138,0	130,0	133,5	122,3
Regno Unito	106,5	130,9	68,0	114,0	98,0	124,2	116,9	84,5	104,9	149,6	127,5	120,3	109,8
Spagna	119,5	143,1	118,2	121,0	115,2	117,8	117,8	92,9	116,5	130,3	132,1	121,1	120,5
Svezia	111,9	117,6	106,1	123,1	107,1	123,2	111,6	94,8	101,6	84,9	117,6	114,5	112,3
UE15	113,4	127,5	101,4	117,1	107,6	119,6	115,5	83,2	105,5	130,8	123,8	116,8	113,0
Euro zone12(a)	114,4	126,6	107,9	117,0	109,3	119,0	115,1	82,4	105,5	123,3	122,7	116,0	113,5

(a) Belgio, Germania, Spagna, Francia, Irlanda, Italia, Lussemburgo, Paesi Bassi, Austria, Portogallo, Finlandia, Grecia.

Fonte: *Annuario statistico italiano*, 2004.

elenco di prodotti da rilevare mensilmente in cui ogni bene e servizio è corredato da una serie di informazioni che lo specificano (ad esempio: il peso, la confezione ecc.) così che si possa individuare i prodotti in modo omogeneo in tutta Italia. È cura del rilevatore individuare per ciascun prodotto, all'interno di ogni punto di rilevazione, il più venduto fra quelli che hanno le caratteristiche definite dall'ISTAT. Quello stesso prodotto, mese dopo mese, viene monitorato per un anno intero. Per quei prodotti che hanno prezzi uguali su tutto il territorio nazionale (tabacchi, periodici, medicinali, alcune tariffe), per quelli soggetti a continui cambiamenti tecnologici (computer, telefoni cellulari ecc.) e per i servizi il cui godimento non riguarda soltanto la popolazione del Comune interessato (camping, stabilimenti balneari ecc.), la raccolta dei prezzi viene effettuata direttamente dall'ISTAT.

La rilevazione dei prezzi presenta numerosi problemi sia perché i prezzi variano in funzione delle condizioni locali dei mercati, sia perché non sempre risulta soddisfatta la condizione di comparabilità dei tipi di merce nello spazio e nel tempo. Nella pratica occorre impiegare la specificazione più minuta della qualità per i generi di cui si deve rilevare il prezzo.

I prezzi rilevati per il 2004 sono quelli riferiti a 1.031 fra beni e servizi, rappresentativi dei consumi delle famiglie italiane facenti parte del cosiddetto **paniere** di cui si dirà più approfonditamente in seguito.

Da gennaio 2004 la rilevazione avviene in 19 capoluoghi di regione e 67 capoluoghi di provincia, e la rete è in continua espansione. I prezzi vengono rilevati in un totale di 33 mila punti vendita (che comprendono sia piccoli esercizi commerciali sia grande distribuzione sia mercati rionali) ai quali si aggiungono circa 11 mila abitazioni per la parte che riguarda gli affitti. Nel complesso, sono 334 mila le quotazioni rilevate ogni mese. I punti vendita selezionati vengono aggiornati annualmente dai Comuni sulla base dei cambiamenti intervenuti nelle abitudini dei consumatori e nella struttura urbanistica del territorio. I prezzi della maggior parte dei prodotti vengono rilevati una volta al mese. Quelli ad alta variabilità – come gli alimentari freschi e i carburanti – vengono monitorati due volte nel mese. La rilevazione, invece, è trimestrale per quei prodotti che presentano variabilità di prezzo più contenuta: gli affitti delle case, molti beni durevoli (mobili ed elettrodomestici) e alcuni servizi. Gli 86 Comuni coinvolti inviano all'ISTAT le quotazioni rilevate. L'ISTAT elabora un indice elementare per ogni singolo prodotto. Per aggregazioni successive, attraverso medie ponderate, che riguardano sia i prodotti sia il territorio, si arriva all'indice generale. Occorre ricordare che le Regioni partecipano alla costruzione dell'indice con pesi diversi, sulla base dell'ampiezza demografica. Ad esempio, la Lombardia pesa per il 18,1%, il Lazio per il 9,7% e la Valle D'Aosta per lo 0,3%.

Quali e come sono rilevati i prezzi per costruire l'indice dei prezzi al consumo

i beni e servizi che
fanno parte del
paniere

L'aggiornamento del
paniere dei beni e
servizi

I prodotti del paniere e il peso loro attribuito sono definiti sulla base della spesa effettiva delle famiglie, in modo da rappresentare la struttura dei consumi della popolazione. La fonte principale è l'indagine ISTAT sui consumi che coinvolge circa 28 mila famiglie italiane. Sono però utilizzate anche altre fonti, interne (stime di contabilità nazionale, indagini su commercio estero e produzione industriale) ed esterne all'ISTAT, per assicurare un'accurata copertura informativa. Il **paniere** è attualmente composto da **1.031 fra beni e servizi**, rappresentativi dei consumi delle famiglie italiane articolato in 12 capitoli di spesa, ognuno con un proprio peso: 1. prodotti alimentari e bevande analcoliche; 2. bevande alcoliche e tabacchi; 3. abbigliamento e calzature; 4. abitazione, acqua, elettricità e combustibili; 5. mobili, articoli e servizi per la casa; 6. servizi sanitari e spese per la salute; 7. trasporti; 8. comunicazioni; 9. ricreazione, spettacoli e cultura; 10. istruzione; 11. alberghi, ristoranti e pubblici esercizi; 12. altri beni e servizi. All'interno dei capitoli, ogni bene e servizio partecipa all'indice con un peso pari all'importanza sul totale dei consumi. Ad esempio, la carne bovina fresca pesa nel paniere per l'1,7%, mentre quella suina soltanto per lo 0,3%.

Il paniere viene **aggiornato ogni anno** per rappresentare gli effettivi comportamenti di spesa delle famiglie e tener conto dei mutamenti che intervengono. Per questo motivo ogni anno possono cambiare sia i beni e i servizi compresi nel paniere sia il loro peso. In particolare la ridefinizione del paniere viene effettuata dall'ISTAT alla fine di ogni anno, sulla base della verifica della rappresentatività dei prodotti presenti nella rilevazione. Questa operazione conduce all'esclusione di quei prodotti la cui diffusione o utilizzo risulta in declino e all'inserimento di altri che hanno assunto maggiore importanza nella spesa effettiva delle famiglie. Inoltre, vengono effettuate modifiche della descrizione di alcuni prodotti, in modo da renderne più chiara l'individuazione da parte dei rilevatori degli Uffici comunali di statistica per l'osservazione dei relativi prezzi. La base per l'avvio delle operazioni di revisione del paniere è costituita dall'analisi dei più recenti dati relativi ai consumi finali delle famiglie, stimati nell'ambito della Contabilità nazionale. Questi, a loro volta, si basano sulle informazioni provenienti dall'indagine campionaria sui consumi che coinvolge oltre 28 mila famiglie italiane. La verifica della rappresentatività dei prodotti del paniere è effettuata integrando i dati concernenti la struttura dei consumi delle famiglie con altre fonti interne (come, ad esempio, le indagini sul commercio estero e la produzione industriale) ed esterne all'ISTAT (ad esempio AC Nielsen e Banca d'Italia) e valutando il grado di dettaglio delle diverse voci di prodotto. Inoltre, sono state analizzate, ed in parte accolte, sia le osservazioni giunte dagli Uffici comunali di statistica coinvolti nella rilevazione sia i suggerimenti trasmessi da alcune delle Associazioni di consumatori relativamente al paniere di beni e servizi da rilevare.

Ad esempio, nel 2004 sono stati introdotti nel paniere la macchina fotogra-

fica digitale, l'antenna satellitare e il decoder, mentre è stato eliminato il videoregistratore, in conseguenza di un cambiamento rilevato nei comportamenti di acquisto delle famiglie. Analogamente, rispetto all'anno precedente nel paniere 2004 aumenta il peso delle consumazioni al bar (sia caffè e bevande sia gelati) e diminuisce quello dei concorsi pronostici.

Circa la diffusione degli indici dei prezzi al consumo occorre distinguere fra l'indice elaborato dall'ISTAT e quelli diffusi autonomamente dai Comuni. Infatti, 26 Comuni sugli 86 che partecipano alla rilevazione provvedono all'elaborazione dell'indice generale NIC per il proprio territorio di riferimento, una volta acquisite le informazioni sui prezzi rilevati centralmente dall'ISTAT. Ognuno di loro diffonde autonomamente il proprio indice generale e per capitolo di spesa negli ultimi giorni del mese di riferimento, secondo le indicazioni impartite dall'ISTAT che effettua anche una supervisione. Le agenzie di stampa effettuano lo stesso giorno una prima elaborazione dell'indice generale nazionale, sulla base degli indici calcolati da 12 capoluoghi di regione compresi fra i 26 Comuni che diffondono autonomamente il proprio indice: Torino, Milano, Venezia, Trieste, Genova, Bologna, Firenze, Ancona, Perugia, Bari, Napoli e Palermo. Il giorno successivo, l'ISTAT rilascia la propria stima provvisoria degli indici NIC e IPCA. La diffusione degli indici definitivi, FOI e IPCA, avviene intorno alla metà del mese successivo a quello di riferimento.

Circa la **nuova struttura di ponderazione degli indici**, la determinazione dei nuovi coefficienti di ponderazione degli indici dei prezzi al consumo è stata effettuata attraverso l'utilizzazione dei dati di Contabilità nazionale e di quelli derivanti dall'indagine sui Consumi delle famiglie; poiché gli ultimi dati disponibili per entrambe le fonti fanno riferimento all'anno 2002, essi sono stati aggiornati al nuovo anno base applicando la variazione dei prezzi al consumo registrata nel 2003. Il peso di ciascun bene o servizio è determinato come rapporto tra la spesa stimata per quella componente e il valore della spesa totale per i consumi delle famiglie nel periodo fissato come base.

Nella tab. 7 sono riportate le strutture dei pesi per capitolo di spesa utilizzate per il calcolo dei tre indici dei prezzi al consumo (NIC, IPCA e FOI).

Per quel che riguarda la struttura di ponderazione dell'indice NIC, tra il 2002 e il 2003 cinque capitoli hanno registrato un incremento del peso relativo all'interno della struttura di ponderazione dell'indice; si tratta di "Altri beni e servizi" (+0,8125 punti percentuali), "Servizi sanitari e spese per la salute" (+0,3730 punti percentuali), "Prodotti alimentari e bevande non alcoliche" (+0,1510 punti percentuali), "Bevande alcoliche e tabacchi" (+0,0785 punti percentuali) e "Alberghi, ristoranti e pubblici esercizi" (+0,0160 punti percentuali). Gli altri capitoli hanno registrato una diminuzione del peso relativo all'interno dei consumi delle famiglie. In particolare, le diminuzioni più rilevanti in termini assoluti riguardano il capitolo "Ricreazione, spettacoli e cultura" (− 0,3408 punti percentuali) ed il capi-

I coefficienti di
ponderazione degli
indici

TABELLA 7 Pesi dei capitoli di spesa utilizzati per il calcolo degli indici dei prezzi al consumo nel 2004 (valori percentuali)

Capitoli di spesa	Pesi		
	NIC	IPCA	FOI
Prodotti alimentari e bevande analcoliche	16,0869	16,8970	16,1719
Bevande alcoliche e tabacchi	2,7622	2,9003	3,1285
Abbigliamento e calzature	10,3989	11,1310	11,2716
Abitazione, acqua, elettricità e combustibili	8,9305	9,3889	8,3432
Mobili, articoli e servizi per la casa	9,9070	10,4126	10,8830
Servizi sanitari e spese per la salute	7,6279	3,8103	6,0503
Trasporti	13,0130	13,6527	13,7399
Comunicazioni	3,0756	3,2292	3,1502
Ricreazione, spettacoli e cultura	8,0751	7,4547	8,5218
Istruzione	1,0207	1,0716	0,9610
Alberghi, ristoranti e pubblici esercizi	10,9563	11,4909	9,1306
Altri beni e servizi	8,1459	8,5608	8,6480
Indice generale	100,0000	100,0000	100,0000

Fonte: ISTAT, *Gli indici dei prezzi al consumo per l'anno 2004: aggiornamenti del paniere e della ponderazione dal sito web: <http://www.istat.it>*

tolo “Mobili, articoli e servizi per la casa” (– 0,3379 punti percentuali). In termini percentuali, le variazioni più marcate rispetto alla precedente struttura di ponderazione riguardano, da un lato, il capitolo “Altri beni e servizi” (+ 11,1%), dall’altro, il capitolo “Istruzione” (– 4,2%).

Il processo di costruzione dell’indice dei prezzi al consumo

Il processo di costruzione dell’indice dei prezzi al consumo La metodologia di calcolo degli indici dei prezzi al consumo prevede due diversi processi di aggregazione degli indici di ciascuna posizione rappresentativa calcolati per ogni capoluogo di provincia.

1. *L’indice nazionale* si ottiene nel seguente modo:

- si aggregano tra loro gli indici provinciali di posizione rappresentativa (aggregato elementare) per costruire l’indice regionale di posizione rappresentativa. I coefficienti di ponderazione utilizzati si basano sul peso di ciascun capoluogo di provincia in termini di popolazione residente;
- si aggregano tra loro gli indici regionali di posizione rappresentativa per costruire l’indice nazionale di posizione rappresentativa. I coefficienti di ponderazione utilizzati si basano sul peso di ciascuna regione in termini di consumi delle famiglie;
- l’indice generale nazionale dei prezzi al consumo si ottiene come media

ponderata degli indici nazionali di posizione rappresentativa. I coefficienti di ponderazione utilizzati si basano sul peso di ciascuna posizione rappresentativa in termini di consumi delle famiglie.

2. *L'indice per capoluogo di provincia* si ottiene nel seguente modo: si aggregano tra loro gli indici delle posizioni rappresentative calcolati a livello di capoluogo di provincia per costruire l'indice generale provinciale. I coefficienti di ponderazione utilizzati si basano sul peso di ciascuna posizione rappresentativa in termini di consumi delle famiglie. La struttura di ponderazione utilizzata è definita a livello regionale.

Il calcolo degli indici sintetici (per ogni livello di aggregazione dei prodotti) avviene mediante la formula a catena di Laspeyres; pertanto gli indici mensili dell'anno corrente vengono calcolati con riferimento al mese di dicembre dell'anno precedente (base di calcolo) e sono successivamente raccordati al periodo scelto come base di riferimento dell'indice, che è il 1995 per gli indici nazionali NIC e FOI e il 2001 per l'IPCA comprensivo delle riduzioni temporanee di prezzo.

***3.7. Le variazioni del potere d'acquisto della moneta** È possibile utilizzare i numeri indici dei prezzi all'ingrosso e quelli al consumo per famiglie di operai ed impiegati per misurare le variazioni del potere d'acquisto della moneta.

Nella tab. 8 sono riportati i **coefficienti di rivalutazione** che consentono di tradurre *in lire del 2003* le lire correnti a partire dall'unità d'Italia con riferimento ai prezzi al consumo per le famiglie di operai e impiegati (FOI) ossia agli indici del costo della vita.

Da essa si può vedere, ad esempio, che un impiegato che nel 1990 avesse guadagnato 800.000 lire mensili è come se avesse guadagnato lire 800.000 · 1,5460 = 1.236.800 lire nel 2003, ciò in base agli indici del costo della vita.

Oppure, che uno stipendio mensile di 800.000 lire nel 1990 è in lire 1996 uguale a (impiegando i coefficienti di rivalutazione del costo della vita):

$$\frac{800.000 \times 1,5460}{1,1627} = 1.063.730$$

Coefficienti di rivalutazione della lira

3.8. I rapporti di coesistenza Tra i rapporti che si semplificano (cfr. tab. 2), un'altra categoria di rapporti statistici è quella dei rapporti di coesistenza.

Essi mettono in relazione le intensità o frequenze di uno stesso fenomeno in **luoghi diversi** (ad es. il numero degli espatriati italiani nei paesi della CEE e in altri paesi europei); oppure di due fenomeni diversi in **uno stesso luogo** (ad es. il rapporto dei sessi alla nascita, l'indice di mascolinità, l'indice di vecchiaia, l'indice di dipendenza degli anziani ecc.).

Anche in questo caso ha rilevanza il fenomeno che si deciderà di porre al de-

Rapporti di coesistenza

TABELLA 8 Il valore della moneta in Italia dal 1861 al 2003 (a)

Anni	Coefficienti	Anni	Coefficienti	Anni	Coefficienti	Anni	Coefficienti
1861	7.663,7927	1901	7.116,9989	1941	1.025,3402	1981	3,2730
62	7.617,3455	02	7.165,6899	42	887,1132	82	2,8132
63	7.845,5805	03	6.959,3688	43	528,9823	83	2,4465
64	8.067,1502	04	6.875,6127	44	119,0345	84	2,2124
65	8.204,0601	05	6.868,0984	45	60,4377	85	2,0373
1866	8.119,2636	1906	6.742,8219	1946	51,2102	1986	1,9201
67	7.924,7289	07	6.438,8422	47	31,5993	87	1,8354
68	7.617,3455	08	6.505,4969	48	29,8444	88	1,7487
69	7.571,4578	09	6.692,5559	49	29,4134	89	1,6403
70	7.463,5511	10	6.512,2383	50	29,8137	90	1,5460
1871	7.239,9885	1911	6.354,2063	1951	27,1742	1991	1,4529
72	6.406,0245	12	6.296,9038	52	26,0668	92	1,3783
73	6.042,6058	13	6.284,3100	53	25,5689	93	1,3228
74	5.900,7606	14	6.284,3100	54	24,8995	94	1,2727
75	6.890,6908	15	5.873,1869	55	24,2196	95	1,2080
1876	6.512,2383	1916	4.693,2860	1956	23,0716	1996	1,1627
77	6.259,2729	17	3.318,0095	57	22,6345	97	1,1429
78	6.498,7694	18	2.379,5191	58	21,5996	98	1,1227
79	6.580,4293	19	2.344,0172	59	21,6904	99	1,1052
80	6.347,7879	20	1.783,7951	60	21,1293	2000	1,0776
1881	6.786,5119	1921	1.507,7519	1961	20,5292	01	1,0495
82	6.951,6704	22	1.516,8501	62	19,5330	02	1,0246
83	7.182,0686	23	1.525,6883	63	18,1674	03	1,0000
84	7.324,3706	24	1.473,8063	64	17,1505		
85	7.165,6899	25	1.311,9645	65	16,4365		
1886	7.173,8699	1926	1.216,2396	1966	16,1139		
87	7.190,2860	27	1.330,2942	67	15,7980		
88	7.100,9153	28	1.435,4294	68	15,5992		
89	6.982,5667	29	1.412,8395	69	15,1732		
90	6.742,8219	30	1.459,0922	70	14,4390		
1891	6.764,5963	1931	1.615,0887	1971	13,7514		
92	6.823,3550	32	1.658,5669	72	13,0199		
93	6.974,8169	33	1.762, 7798	73	11,7966		
94	7.005,9197	34	1.858,7134	74	9,8762		
95	7.045,1906	35	1.832,6947	75	8,4291		
1896	7.076,9257	1936	1.703,9886	1976	7,2340		
97	7.092,9007	37	1.556,6782	77	6,1253		
98	7.045,1906	38	1.445,6660	78	5,4473		
99	7.157,5285	39	1.384,5142	79	4,7066		
1900	7.125,0680	40	1.186,3904	80	3,8851		

(a) I coefficienti di rivalutazione sono stati determinati in base all'andamento degli indici dei prezzi al consumo per le famiglie di operai e impiegati che fino al 1967 avevano la denominazione di indici del costo della vita. Essi indicano di quante volte occorre moltiplicare i valori monetari degli anni dal 1861 in avanti, per riportarli al valore dell'ultimo anno. Qualora la cifra originaria sia espressa in lire, mentre la cifra rivalutata debba essere espressa in euro, occorrerà effettuare prima la rivalutazione (moltiplicando per l'apposito coefficiente) e successivamente la conversione in euro (divisione per 1.936,27); al contrario, se la cifra di partenza sia espressa in euro, la cifra rivalutata, con il coefficiente delle tavole, risulterà anch'essa in euro e quindi, se occorresse esprimerla in lire, sarà necessaria l'operazione inversa (moltiplicazione per 1.936,27).

Fonte: *Annuario statistico italiano*, 2004.

nominatore perché è rispetto ad esso che verrà misurata la variazione, espressa in termini unitari o percentuali, del fenomeno posto a numeratore.

Esempio Si supponga di avere rilevato per un dato anno i dati riportati nella tab. 9.

TABELLA 9 Espatrio verso i paesi CEE e altri paesi europei

Regioni	Espatriati verso		100
	CEE	Altri paesi europei	Expatri. altri paesi europei
Lombardia	3.223	4.588	70,2
Veneto	1.152	3.817	30,2
Puglia	1.515	2.301	65,8
Sicilia	4.011	1.736	231,0
Italia	20.924	30.645	68,3

Fonte: ISTAT, *Annuario statistico italiano*, 1995, p. 72.

I rapporti di coesistenza riportati nella quarta colonna della tab. 9 sono stati calcolati in base ai dati rilevati (valori assoluti) e indicano che tra le Regioni considerate, la Sicilia per ogni 100 espatriati in Paesi europei non appartenenti alla Comunità europea ha avuto 231 espatriati verso Paesi europei appartenenti alla CEE, mentre, a grande distanza, seguono la Lombardia (70,2) e la Puglia (65,8), entrambe più vicine alla media nazionale.

Consideriamo un altro esempio. Supponiamo di avere i dati riportati nella tab. 10.

Il rapporto dei sessi alla nascita si calcola dividendo i nati vivi maschi per i nati vivi femmine, eventualmente espresso in termini percentuali, ad esempio per l'anno 1992:

$$\frac{271.800}{255.606} \times 100 = 106,3$$

TABELLA 10 Rapporto dei sessi alla nascita in Italia in vari anni

Anni	Nati vivi		Rapporto dei sessi alla nascita · 100 $\frac{NV_m}{NV_f} \times 100$
	Maschi	Femmine	
1941	481.599	455.947	105,6
1970	463.592	437.880	105,9
1977	381.158	359.945	105,9
1992	271.800	255.606	106,3
2003	241.293	226.744	106,4

Fonte: ISTAT, *Annuario statistico italiano*, 1995 e 2004.

Rapporto dei sessi
alla nascita

Per l'anno 2003 è pari a 106,4.

Esso indica per ogni 100 nate vive quanti nati vivi nascono nell'anno considerato. Come è noto tale rapporto ha una quasi costanza nel tempo. Il rapporto tra maschi e femmine alla nascita, circa 106 a 100, è una costante demografica che non varia nel tempo e nello spazio. La ricerca non ha ancora interamente spiegato tale interessante fenomeno. Si sarebbe potuto ovviamente considerare anche il rapporto tra nate vive femmine su nati vivi maschi.

Consideriamo infine i dati riportati nella tab. 11.

TABELLA 11 La struttura socio-demografica attraverso l'indice di mascolinità, l'indice di vecchiaia e l'indice di dipendenza degli anziani

Anni	Popolazione italiana residente		
	Rapporto di mascolinità per 100	Indici di vecchiaia per 100	Indici dipendenza anziani per 100
1961	95,8	38,9	51,6
1971	95,7	46,1	55,5
1981	94,7	61,7	53,1
1991	94,3	96,6	45,3
2001	94,4	127,1	48,7

Fonte: ISTAT, *L'Italia in cifre 2001*.

Sono esempi di rapporti di coesistenza particolarmente utili per una valutazione *sintetica* e *comparativa* della *struttura socio-demografica delle popolazioni* considerate:

Indici sintetici della struttura demografica di una popolazione

- *Rapporti di mascolinità:*

$$\frac{M}{F} \times 100 \quad \text{(o rapporto di femminilità: } \frac{F}{M} \times 100 \text{)}.$$

Per esempio, nella tab. 11 i dati indicano che in Italia per ogni 100 femmine ci sono 94,4 maschi nel 2001 contro il 95,8 nel 1961.

- *Indice di vecchiaia:*

$$\frac{\text{Popolazione in età anziana}}{\text{Popolazione giovane}} \times 100$$

I limiti delle classi di età (anziana, giovane) possono variare, a seconda degli scopi per cui sono calcolati gli indici. Usualmente essi sono:

$$\frac{\text{Popolazione con 65 anni e oltre}}{\text{Popolazione fino a 14 anni}} \times 100$$

Esso permette un esame comparativo dei due flussi, di rinnovamento e di eliminazione, del contingente nelle età “centrali” (da 15 a 65 anni). Nell'esempio della tab. 11 si può notare il forte incremento avutosi in Italia dell'indice di vecchiaia che nel 2001 ha raggiunto il valore di 127,1 persone in età da 65 e oltre ogni 100 persone di età fino a 14 anni.

- *Indice di dipendenza degli anziani:*

$$\frac{\text{Popolazione con 65 anni e oltre}}{\text{Popolazione da 15 a 64 anni}} \times 100$$

Esso indica il *carico sociale* per ciascun individuo in età produttiva. Nell'esempio considerato si vede che in Italia nel 2001 ogni 100 individui di età 15-64 anni ci sono 48,7 individui oltre 65 anni. Anche in questo caso occorre che nella lettura dell'indice si tenga conto delle definizioni operative

adottate per il calcolo. Ad esempio, per la definizione di *popolazione attiva* (in età produttiva) e *inattiva* (in età non produttiva) “convenzionalmente” ci si riferisce alle classi di età suddette; la realtà può discostarsi in molti casi da esse: in quanto ci possono essere persone anziane impegnate in attività produttive e/o adulti non atti alla produzione.

3.9. I rapporti di composizione I rapporti di composizione, detti anche di “parte al tutto”, mettono in relazione l’intensità o frequenza di due fenomeni uno dei quali (numeratore) può considerarsi una parte dell’altro. In altre parole essi mettono in relazione l’intensità o la frequenza di una modalità del fenomeno con l’intensità o frequenza del fenomeno complessivo.

Rapporti di
composizione

Tra i rapporti di composizione più frequenti vi sono le **frequenze relative** di una distribuzione statistica. Ad esempio, il rapporto tra l’ammontare della popolazione italiana di una data classe di età o sesso o stato civile ecc. sul totale della popolazione italiana. Essi indicano l’incidenza, generalmente espressa in termini percentuali, che quella modalità ha sul fenomeno totale.

I casi non classificati

Occorre tuttavia osservare che se vi sono, nel fenomeno complessivo che viene posto a denominatore, dei **casi non classificati** (ad es. se il carattere rilevato è l’età o il reddito e alcuni degli N individui intervistati non ha risposto), è necessario costruire il rapporto di composizione decidendo ogni volta se inserire o meno nel totale (denominatore) anche i casi non classificati. In generale si potrebbe seguire il criterio secondo il quale essi saranno inseriti se è ipotizzabile che non facciano parte della modalità posta al numeratore. Nel caso dell’età, ad esempio, se il rapporto di composizione riguarda una classe di età giovanile potranno essere considerati a denominatore tutti i casi, compresi coloro che non hanno fornito la propria età ma che presumibilmente appartengono alle classi di età più anziane.

Esempio Si riportano nella tab. 12 alcuni dati ISTAT relativi all’abitudine al fumo secondo il sesso riferiti alla popolazione italiana nel 1983, 1993, 1996.

La composizione percentuale per sesso mette ben in evidenza, ad esempio, la più alta percentuale di *fumatori* tra gli uomini (45,6% nel 1983 e 34,9% nel 1996) rispetto alle donne (17,7% nel 1983 e 17,9 nel 1996); ugualmente tra gli *ex fumatori* sono gli uomini i più numerosi (13,5% nel 1983 e 26,8 nel 1996) anche se pure nelle donne negli anni considerati si riscontra un discreto aumento di ex fumatrici. Le donne sono invece maggioritarie tra i “*mai fumatori*” in tutti e tre gli anni considerati.

TABELLA 12 Abitudine al fumo della popolazione italiana secondo il sesso negli anni 1983, 1993, 1996

	1983	1993	1996
MASCHI			
Fumatori	45,6	35,1	34,9
Ex fumatori	13,5	26,5	26,8
Mai fumatori	40,9	36,9	37,2
FEMMINE			
Fumatori	17,7	16,4	17,9
Ex fumatori	2,3	12,4	12,2
Mai fumatori	80,0	69,4	69,1
TOTALE			
Fumatori	31,1	25,4	26,1
Ex fumatori	7,7	19,2	19,2
Mai fumatori	61,2	53,7	53,7

Fonte: ISTAT, *L'Italia in cifre 2001*.

3.10. I rapporti di derivazione I rapporti di derivazione costituiscono una importante e molto usata categoria di rapporti statistici che si semplificano.

Essi mettono in relazione l'intensità di un carattere con quella di un altro che può essere considerato un *presupposto* necessario del primo. Ad esempio il numero dei matrimoni, dei nati, dei morti, delle forze di lavoro, sul totale della popolazione.

È chiaro che uno stesso fenomeno (denominatore) può essere considerato il presupposto di molti fenomeni e non solo di quello considerato al numeratore, così come più fenomeni – e non solo quello considerato al denominatore – possono essere presupposti del fenomeno a numeratore.

Si usa infatti distinguere i rapporti di derivazione in **rapporti generici** e **rapporti specifici**, a seconda che il fenomeno posto a denominatore possa essere considerato un **presupposto generico** o un **presupposto specifico**: ad esempio l'ammontare della popolazione per i morti di un dato territorio e anno (quoziente generico di mortalità); i nati-vivi, per i morti nel primo anno di vita (quoziente specifico di mortalità infantile).

Un'importante categoria di rapporti di derivazione è costituita dai **quozienti demografici**. I quozienti demografici sono, in sostanza, dei rapporti di derivazione che si ottengono ragguagliando la frequenza assoluta di un fenomeno (matrimoni, nascite, morti ecc.) in un determinato intervallo di tempo, $t - t + s$, all'ammontare medio della popolazione dell'intervallo.

Rapporti di derivazione: generici e specifici

I quozienti demografici

TABELLA 13 Quozienti di mortalità generale e mortalità infantile in alcuni paesi

Paesi	Quozienti di mortalità per 1.000 ab.	Quozienti di mortalità infantile per 1.000 nati vivi
Francia	10,2	9,0
Germania RF	11,7	10,9
<i>Italia</i>	9,9	12,3
Regno Unito	11,7	10,2
Canada	7,1	9,1
Giappone	6,0	6,6
Messico	7,1	53,0
Venezuela	5,6	39,0
Argentina	8,7	36,0
URSS	10,3	27,7
USA	8,6	10,9

Fonte: ISTAT, *Annuario statistico italiano*, 1985.

Esempio Supponiamo di aver rilevato i dati relativi all'anno 1983 riportati in tab. 13.

Quozienti di
mortalità generale

I **quozienti di mortalità** suddetti sono stati calcolati nel modo seguente:

$$\frac{\text{Morti nel 1983}}{\text{Popol. a metà anno}} \times 1.000$$

Quozienti di
mortalità infantile

I **quozienti di mortalità infantile** suddetti sono stati calcolati nel modo seguente:

$$\frac{\text{Morti nel 1° anno di vita}}{\text{Nati vivi nel 1983}} \times 1.000$$

Si noti come dall'esempio su riportato il confronto tra i quozienti generici di mortalità e quelli specifici di mortalità infantile consente, ad esempio, di mettere in evidenza che malgrado la mortalità generale in Messico (7,1%), Venezuela (5,6%) sia a livelli assai bassi rispetto agli altri paesi considerati, la mortalità (specifico) infantile è in essi invece assai elevata rispetto agli altri paesi. Per poter approfondire ulteriormente tale apparente discrepanza occorrerebbe tener conto nei confronti della concomitanza di due fattori particolarmente rilevanti per la mortalità: la diversa struttura per età e sesso delle popolazioni che si confrontano e le diverse condizioni di sviluppo economiche, sanitarie, sociali ed ambientali. Ciò è possibile, almeno in

parte, costruendo rapporti di derivazione più specifici. In generale la specificazione dei rapporti di derivazione consente di effettuare confronti più significativi che non con i rapporti generici. La specificazione dei rapporti, rispetto ad uno o più caratteri ritenuti rilevanti per il fenomeno in esame, consente infatti di focalizzare i confronti tra rapporti il cui denominatore è molto meno grossolanamente il presupposto del numeratore.

Esempio Supponiamo di aver rilevato, per l'Italia, i dati riportati nella tab. 14.

TABELLA 14 **Mortalità generica e specifica per età**

Anni	Quoz. di mortalità per 1.000 ab. (Q_g)	Quoz. di mortalità specifica per classi di età (Q_{si})			
		0-14	15-49	50-64	65 e oltre
1960-62	9,6	4,0	1,8	11,3	61,9
1970-72	9,7	2,4	1,7	11,1	57,7

Fonte: ISTAT, *Statistiche sociali*, 1981.

I quozienti specifici (Q_{si}) per le classi di età (i) su riportati si calcolano nel modo seguente:

Quozienti di
derivazione specifici

$$Q_{si} = \frac{\text{Morti di età } (x, x + s) \text{ che si verificano in un dato anno e luogo}}{\text{Pop. di età } (x, x + s) \text{ a metà anno nello stesso anno e luogo}} \times 1.000$$

Si noti che rispetto ai quozienti di mortalità generici (Q_g) ormai relativamente stabili nei contesti industriali avanzati, i quozienti specifici per età (Q_{si}) consentono di effettuare confronti più significativi poiché da essi è possibile conoscere il diverso contributo che ciascuna classe di età dà alla mortalità generale ed eventuali mutamenti nel tempo. Ad esempio la diminuzione (ulteriore) di mortalità specifica nella classe di età 0-14 anni e 65 ed oltre nel decennio considerato, la relativa stabilità di quelle centrali (15-64 anni).

In generale è importante notare la relazione esistente tra i rapporti di derivazione generici e rapporti di derivazione specifici. Se consideriamo, ad esempio, k classi di età ed in base ad esse costruiamo k rapporti specifici di derivazione, ad esempio di mortalità secondo il carattere di specificazione “età”, che indicheremo con

I caratteri di
specificazione

$$Q_{si} = \frac{m_i}{p_i} \qquad (i = 1, 2, \dots k \text{ classi di età})$$

il quoziente generico Q_g può essere espresso come media aritmetica dei quozienti specifici Q_{si} ($i = 1, 2, \dots, k$) ponderati con i **coefficienti struttu-**

rali del fenomeno presupposto (ad es. popolazione per classe di età) che si trova al denominatore, ossia:

$$Q_s = \frac{Q_{s_1} \times p_1 + Q_{s_2} \times p_2 + \dots + Q_{s_k} \times p_k}{\sum_{i=1}^k p_i}$$

in cui i rapporti:

$$\frac{p_i}{\sum_{i=1}^k p_i}$$

rappresentano i *coefficienti strutturali* del fenomeno presupposto; nell'esempio considerato essi sono costituiti dalla proporzione di popolazione della classe di età i -esima rispetto al totale della popolazione di tutte le età. Tale relazione indica quindi che le variazioni del quoziente generico Q_g sono dovute sia alle variazioni dei quozienti specifici Q_{s_i} che alle variazioni dei coefficienti strutturali.

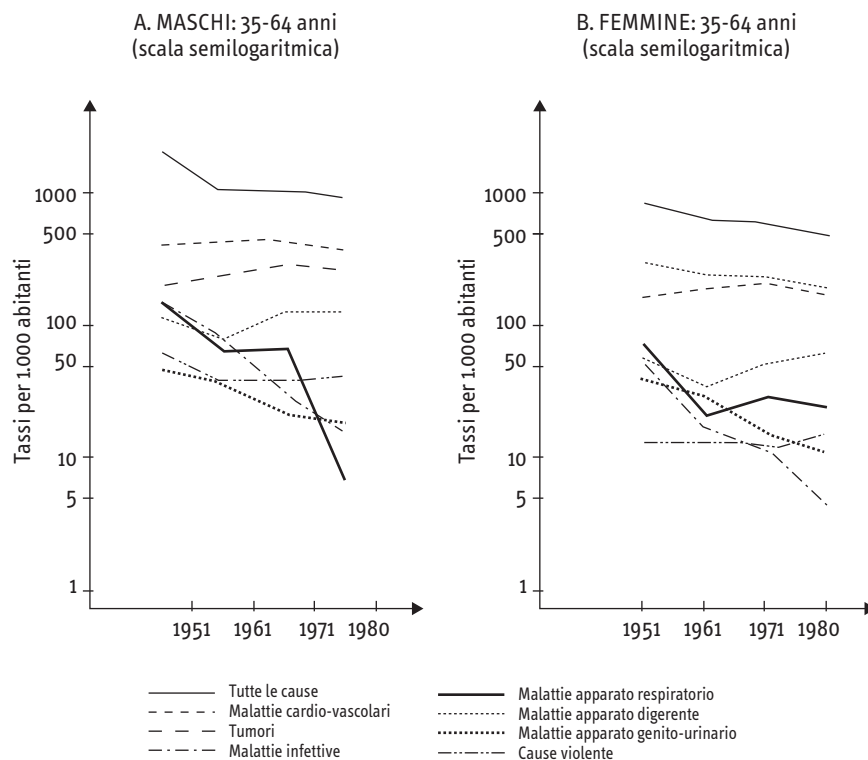
Nell'esempio considerato le variazioni nel quoziente di mortalità generico sono dovute sia a variazioni nella mortalità specifica che a variazioni nella struttura per età della popolazione considerata.

Specificando, ad esempio, ulteriormente i quozienti di mortalità oltre che secondo il carattere di specificazione "età" anche secondo altri due caratteri, "sesso" e "cause di morte", è possibile ottenere confronti della mortalità secondo tre basilari caratteri particolarmente impiegati nelle indagini epidemiologiche.

Nella fig. 1 si riporta, ad esempio, il grafico (in scala semilogaritmica) dei tassi specifici di mortalità relativi alla classe di età 35-64 anni, dal 1951 al 1980, per la città di Napoli, distintamente per i due sessi. Si noti che il grafico in scala semilogaritmica consente il confronto di una notevole quantità di informazioni (quozienti specifici); se tuttavia considerassimo tutte le classi di età e non solo quella indicata, si moltiplicherebbero i tassi (o le curve) da confrontare rendendo non agevoli, se non impossibili, i confronti. Occorre avere un risultato sintetico degli andamenti dei rapporti di derivazione secondo i caratteri di specificazione considerati attraverso il calcolo di **indici sintetici** o **quozienti standardizzati**.

Anche se molto schematicamente, il semplice esempio su riportato lascia intuire l'utilità e la potenzialità investigativa dei confronti che possono stabilirsi con i rapporti specifici di derivazione. Occorre tuttavia fare alcune considerazioni circa alcuni **limiti statistici** che si incontrano nella pratica per un loro impiego.

FIGURA 1 Andamento della mortalità a Napoli per alcuni grossi gruppi di cause, classi di età e sesso, 1950-82 (tassi specifici di mortalità per 100.000 ab.)



Fonte: Comune di Napoli. Osservatorio epidemiologico, *Materiali per l'analisi e la programmazione socio-sanitaria*, n. I, Napoli 1982.

Non esistono anzitutto criteri assoluti o regole fisse in base ai quali spingere la specificazione di un rapporto di derivazione; la specificazione di un rapporto di derivazione è un concetto relativo e non assoluto. Teoricamente il limite a cui si potrebbe ipotizzare tenda un rapporto di derivazione nel processo di specificazione è il rapporto di causalità. Tuttavia tale limite, soprattutto per i fenomeni sociali, complessi e **multifattoriali**, è puramente teorico poiché è praticamente impossibile individuarne completamente le cause; in tal senso si usa parlare di **presupposti** (generici o specifici) più che di cause.

Anche la scelta dei **caratteri di specificazione** è una scelta relativa sia alla natura del fenomeno, che al livello di conoscenza ed alle acquisizioni scientifiche che si hanno su di esso; essa compete quindi alle varie discipline, campo di ricerca e scopo della ricerca.

Dal punto di vista statistico interessa osservare che quanto più si spinge il processo di specificazione di un rapporto statistico:

- a) tanto più si moltiplica il numero di quozienti specifici da confrontare rendendo spesso non agevoli, se non impossibili, i confronti stessi;
- b) tanto meno sono i dati statistici disponibili per costruire rapporti specifici che richiedono la rilevazione di più caratteri “incrociati” per ogni unità statistica considerata.

***3.11. I quozienti standardizzati** Si sono viste l'utilità e le potenzialità investigative che hanno i rapporti di derivazione specifici rispetto ai generici per l'analisi di un fenomeno, un limite tuttavia al loro impiego è l'impossibilità di operare dei confronti nel tempo per una stessa popolazione o tra popolazioni diverse nello stesso tempo a causa del gran numero di rapporti specifici da mettere a confronto.

Per ovviare a tale inconveniente occorrerebbe allora disporre di un valore unico, un **indice sintetico** dei quozienti di derivazione specifici.

I quozienti
standardizzati

I **quozienti standardizzati** sono una particolare sintesi dei rapporti di derivazione specifici, attraverso la quale viene eliminata, con i metodi che saranno esposti, l'influenza che la diversa struttura (nelle popolazioni poste a confronto) di uno o più caratteri di specificazione può avere nella determinazione del fenomeno osservato. Ad es. la diversa struttura per età e per sesso di due popolazioni influisce sull'entità della mortalità osservata nelle due popolazioni; quale sarebbe la mortalità nelle due popolazioni se avesse la stessa struttura per età (e sesso)? Una diversa distribuzione del reddito di date categorie delle popolazioni poste a confronto influisce o meno sul diverso stato di salute osservato? Un diverso metodo di insegnamento su un dato gruppo di studenti influisce o meno sulla loro riscontrata diversa abilità in una data materia? E così via.

Tramite il calcolo dei quozienti standardizzati è possibile confrontare quale sarebbe l'entità del fenomeno osservato (mortalità, stato di salute, abilità in una data materia ecc.) nelle popolazioni poste a confronto eliminando l'effetto che su di esse può avere la diversa struttura dei caratteri di specificazione, come, ad esempio, la composizione per età (e sesso), il reddito, i diversi metodi d'insegnamento.

Esistono due diversi procedimenti di calcolo dei quozienti standardizzati a seconda del tipo di dati disponibili:

- a) metodo diretto o della popolazione-tipo (o popolazione standard);
- b) metodo indiretto o dei quozienti-tipo (o quozienti standard).

Qui di seguito saranno esposti brevemente i due metodi facendo riferimento, per semplicità, al fenomeno della mortalità e alla struttura per età delle popolazioni come carattere di specificazione; i due metodi, però, sono ovviamente applicabili a qualsiasi altro fenomeno a carattere di specificazione per i quali abbia un senso il calcolo di quozienti standardizzati.

Quozienti standardizzati con il metodo della popolazione standard: metodo diretto La formula per il calcolo dei quozienti standardizzati con metodo diretto è data dalla seguente espressione:

$$Q_{st} = \frac{\sum_{i=0}^w Q_{s_i} p_i^{(st)}}{\sum_{i=0}^w p_i^{(st)}}$$

dove Q_{st} indica il quoziente standardizzato, la sommatoria è estesa a tutte le classi di età ($i = 0, \dots, w$), Q_{s_i} è il quoziente di derivazione specifico dell'età i -esima ($i = 0, \dots, w$) della popolazione osservata, $p_i^{(st)}$ è l'ammontare degli individui aventi età i della popolazione standard.

Date, ad esempio, due popolazioni A e B per le quali si disponga dei dati riportati nella tab. 15, il confronto tra i quozienti generici (Q_g) della popolazione A e della popolazione B mostra che la mortalità è più elevata nella popolazione B (23,7‰) che nella popolazione A (10,9‰). Se tuttavia si guardano i quozienti specifici di mortalità (Q_{s_i}) per le singole classi di età si vede che la mortalità della popolazione A è più elevata di quella della popolazione B , contrariamente a quanto indicato dai quozienti generici (Q_g) poiché questi ultimi non tengono conto della struttura per età delle due popolazioni.

Standardizzazione
con il metodo diretto
o della
popolazione-tipo

TABELLA 15

Età (in classi)	Popolazione A			Popolazione B		
	Popolazione N.	Morti N.	Quozienti specifici per 1.000 ab.	Popolazione N.	Morti N.	Quozienti specifici per 1.000 ab.
0-14	500	2	4	400	1	2,5
15-29	2.000	8	4	300	1	3,3
30-44	2.000	12	6	1.000	5	5
45-59	1.000	10	10	2.000	18	9
60-74	500	20	40	2.000	70	35
75- w	100	15	150	400	50	125
Tutte le età	6.100	67		6.100	145	
Quoziente generico di mortalità per 1.000 ab. (Q_g)						
$Q_g^A = \frac{67}{6.100} \times 1.000 = 10,9\text{‰}$ $Q_g^B = \frac{145}{6.100} \times 1.000 = 23,7\text{‰}$						

Si scelga una **popolazione standard** (che può essere una delle due popolazioni o una loro media o una popolazione diversa) della quale si conosca la distribuzione per età (e sesso, se si considera anche il sesso nei caratteri di specificazione, qui per semplicità non supporremo il calcolo dei quozienti standardizzati anche per sesso oltre che per età).
Ad esempio, si abbia la **popolazione standard** riportata nella tab. 16.

TABELLA 16 La popolazione standard

Età (in classi)	Popolazione standard N.
0-14	500
15-29	2.500
30-44	3.000
45-59	3.000
60-74	2.500
75- w	500
Totale	12.000

La popolazione
standard

Nella fig. 2 si riporta la piramide delle età relativa alle due popolazioni *A* e *B* che ben sintetizza la diversa struttura per età delle due popolazioni confrontata con la popolazione standard.

FIGURA 2 La piramide delle età delle popolazioni *A* e *B* e la popolazione standard

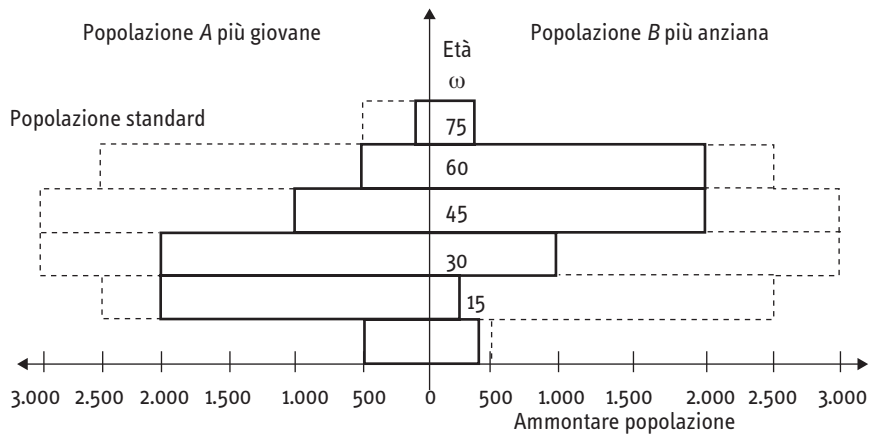


TABELLA 17 Calcolo delle morti attese

Età (in classi)	Morti attese della popolazione A	Morti attese della popolazione B
0-14	2 (= 500 · 0,004)	1,25 (= 500 · 0,0025)
15-29	10 (= 2.500 · 0,004)	8,25 (= 2.500 · 0,0033)
30-44	18 (= 3.000 · 0,006)	15 (= 3.000 · 0,005)
45-59	30 ecc.	27 ecc.
60-74	100	87,5
75- w	75	62,5
Totale	$235 = \sum_{i=0}^{\omega} Q_{s_i}^{(A)} p_i^{(st)}$	$201,5 = \sum_{i=0}^{\omega} Q_{s_i}^{(B)} p_i^{(st)}$

Si applichino ora alla popolazione standard i quozienti specifici di mortalità della popolazione A $Q_{s_i}^{(A)}$ ottenendo così il numero delle morti attese nella popolazione A e, ugualmente, si applichino alla popolazione standard i quozienti specifici di mortalità della popolazione B $Q_{s_i}^{(B)}$ ottenendo le morti attese nella popolazione B. Le morti attese sono le morti che si avrebbero nella popolazione A e nella popolazione B se avessero la struttura per età della popolazione standard. Ossia il calcolo darebbe i risultati (considerando i Q_{s_i} in valore unitario) riportati nella tab. 17.

Si possono ora calcolare i due **quozienti standardizzati** di mortalità per la popolazione A e per la popolazione B e metterli agevolmente a confronto:

Le morti attese

$$Q_{st}^{(A)} = \frac{\sum_{i=0}^{\omega} Q_{s_i}^{(A)} p_i^{(st)}}{\sum_{i=0}^{\omega} p_i^{(st)}} = \frac{235}{12.000} 1.000 = 19,6\text{‰}$$
$$Q_{st}^{(B)} = \frac{\sum_{i=0}^{\omega} Q_{s_i}^{(B)} p_i^{(st)}}{\sum_{i=0}^{\omega} p_i^{(st)}} = \frac{201,5}{12.000} 1.000 = 16,8\text{‰}$$

Confrontando ora i quozienti standardizzati così ottenuti, si può vedere che essi registrano correttamente la posizione relativa delle due popolazioni A e B rispetto alla mortalità, maggiore in A che in B, confermata dai tassi specifici ma non correttamente misurata dai quozienti generici.

Significato dei
quozienti
standardizzati

L'esempio di calcolo qui è riferito a due sole popolazioni e senza distinzione del sesso, ma si estende facilmente a più popolazioni e alla suddivisione per sesso.

Il quoziente standardizzato per età, con metodo diretto, misura dunque la mortalità (o altro fenomeno) di popolazioni diverse qualora esse abbiano la stessa struttura per età (o altro fenomeno) della popolazione scelta come popolazione standard.

Tali quozienti sono pertanto da considerarsi *fittizi* e non reali, tanto più fittizi quanto più le popolazioni osservate si discostano dalla popolazione scelta come popolazione standard. Solo attraverso il confronto diretto dei quozienti specifici per età – che tuttavia si è visto praticamente impossibile quando si vogliano confrontare molte popolazioni – si ha una misura reale del fenomeno per età.

Ciò che invece è possibile stabilire con i quozienti standardizzati è la **posizione relativa** delle popolazioni poste a confronto rispetto al fenomeno considerato.

La standardizzazione dei quozienti specifici con metodo diretto richiede la scelta di una popolazione standard. Per tale scelta non vi sono regole o criteri unici. In genere si sceglie una popolazione standard che deriva in qualche modo dalle popolazioni poste a confronto: una delle popolazioni stesse, una loro media ecc., oppure si può scegliere una popolazione completamente diversa. Popolazioni standard diverse portano ovviamente a risultati diversi, ma registrano correttamente la posizione relativa rispetto al fenomeno considerato delle popolazioni messe a confronto.

Qualora non si disponga dei dati per calcolare i quozienti specifici per età (Q_{s_i}) delle popolazioni osservate si possono calcolare quozienti standardizzati impiegando il metodo indiretto o dei quozienti-tipo. Ugualmente s'impiega il metodo indiretto quando i quozienti specifici per classi di età, anche per una sola classe, sono troppo piccoli.

Standardizzazione
con il metodo
indiretto o dei
quozienti-tipo

Quozienti standardizzati con il metodo dei quozienti-tipo: metodo indiretto
La formula per il calcolo dei quozienti standardizzati con metodo indiretto è data dalla seguente espressione:

$$Q_{st} = Q_g^{(st)} \frac{Q_g^{(A)}}{\sum_{i=0}^w Q_{s_i}^{(st)} p_i^{(A)}}$$

dove Q_{st} è il quoziente standardizzato, la sommatoria è estesa a tutte le classi di età ($i = 0, \dots, w$), $Q_{s_i}^{(st)}$ sono i quozienti-tipo specifici per età di una popolazione standard (che deve essere una popolazione reale e non ipoteti-

TABELLA 18 Morti di cancro per la popolazione A e per la popolazione B

Età (in classi)	Popolazione A ($p_i^{(A)}$)	Popolazione B ($p_i^{(B)}$)
0-14	27.933	3.470
15-24	22.301	2.012
25-34	15.782	1.375
35-44	13.944	1.619
45-54	10.661	1.210
55-64	9.037	1.227
65-74	4.493	734
75- w	2.126	251
Totali	106.277	11.898
Morti N.	25	4
Quoziente generico di mortalità per cancro per 100.000 ab. (Q_g)	23,5	33,6

ca), p_i è l'ammontare degli individui della classe di età i -esima della popolazione osservata, A , $Q_{g_i}^{(A)}$ il quoziente generico della popolazione osservata, $Q_{g_i}^{(st)}$ il quoziente generico della popolazione standard.

Osserviamo, ad esempio, i dati della tab. 18 disponibili per la popolazione A e per la popolazione B : ammontare della popolazione per classi di età, numero totale di morti per cancro in un dato anno.

In essi il calcolo dei quozienti generici di mortalità è dato da:

$$Q_g^A = \frac{25}{106.277} = 23,5 \text{ per } 100.000 \text{ ab. nella popolazione } A$$

$$Q_g^B = \frac{4}{11.898} = 33,6 \text{ per } 100.000 \text{ ab. nella popolazione } B$$

Il quesito che ci si pone è se la differenza di mortalità per cancro tra le due popolazioni A e B è reale, o se è dovuta a strutture per età differenti. Poiché delle due popolazioni A e B non si hanno quozienti specifici per età di mortalità per cancro occorre calcolare quozienti standardizzati con il metodo indiretto dei quozienti-tipo. A tale scopo occorre scegliere dei quozienti-tipo. Nell'esempio considerato si supponga che furono scelti come **quozienti-tipo** i quozienti specifici di mortalità per età della popolazione della Regio-

ne (popolazione standard) a cui appartenevano le due città in esame, che erano disponibili e che sono riportati nella tab. 19.

TABELLA 19 Quozienti-tipo di mortalità $\times 100.000$ abitanti

Età (in classi)	Quozienti-tipo di mortalità per 100.000 ab. ($Q_{sj}^{(st)}$)
0-14	—
15-24	—
25-34	1,8
35-44	11,1
45-54	59,6
55-64	125,6
65-74	190,2
75- w	121,6
Quoziente generico di mortalità per cancro per 100.000 ab. ($Q_g^{(st)}$)	35,8

Le morti attese

Si applichino ora i quozienti-tipo suddetti sia alla popolazione A che alla popolazione B ottenendo così le morti *attese* nella popolazione A e nella B , ossia (considerando i quozienti-tipo in valore unitario) come indicato nella tab. 20.

TABELLA 20 Calcolo delle morti attese

Età (in classi)	Morti attese nella popolazione A N.	Morti attese nella popolazione B N.
0-14	—	—
15-24	—	—
25-34	0,28 (= $15,782 \cdot 0,000018$)	0,00 (= $1,375 \cdot 0,000018$)
35-44	1,53 (= $13,944 \cdot 0,00011$)	0,17 (= $1,619 \cdot 0,00011$)
45-54	6,35 ecc.	0,72 ecc.
55-64	11,35	1,54
65-74	8,54	1,39
75- w	2,58	0,30
Totali	30,63	4,12

Si possono ora calcolare i due *quozienti attesi* per la popolazione A e per la popolazione B :

$$\frac{\text{morti attese pop. } A}{\text{tot. pop. } A} = \frac{\sum_{i=1}^{\omega} Q_{s_i}^{(st)} p_i^{(A)}}{\sum_{i=1}^{\omega} p_i^{(A)}} = \frac{30,63}{106,277} = 28,8\text{‰}$$

$$\frac{\text{morti attese pop. } B}{\text{tot. pop. } B} = \frac{\sum_{i=1}^{\omega} Q_{s_i}^{(st)} p_i^{(B)}}{\sum_{i=1}^{\omega} p_i^{(B)}} = \frac{4,12}{11,898} = 34,6\text{‰}$$

L'interpretazione dei quozienti attesi con metodo indiretto è tuttavia opposta a quella dei quozienti standardizzati con metodo diretto poiché essi forniscono una misura dell'influenza che sul fenomeno considerato ha la struttura per età. Nell'esempio considerato, la struttura per età della popolazione *B* influisce maggiormente che nella popolazione *A* nel determinare la mortalità per cancro.

Per eliminare l'influenza della diversa struttura per età occorre allora calcolare, per ciascuna delle due popolazioni *A* e *B*, il rapporto tra i quozienti osservati (Q_g^A e Q_g^B) e i quozienti attesi sopra calcolati, ottenendo in tal modo i *rapporti standardizzati di mortalità* (RSM):

$$Rsm^A = \frac{23,5}{28,8} = 0,8159$$

$$Rsm^B = \frac{33,6}{34,6} = 0,9710$$

moltiplicando quindi ciascun RSM per il quoziente generico della popolazione standard, $Q_g^{(st)}$, si ottengono i quozienti standardizzati (*adjusted rate*), per la popolazione *A* e la popolazione *B*, $Q_{st}^{(A)}$ e seguenti:

$$Q_{st}^{(A)} = 35,8 \times \frac{23,5}{28,8} = 29,21\text{‰}$$

$$Q_{st}^{(B)} = 35,8 \times \frac{33,6}{34,6} = 34,761\text{‰}$$

i rapporti RSM sono in realtà dei tassi di correzione. È possibile ora confrontare i due quozienti standardizzati indicanti una mortalità per cancro superiore nella popolazione *B* rispetto alla popolazione *A* avendo eliminato l'influenza della diversa struttura per età delle due popolazioni.

Significato dei quozienti standardizzati con metodo indiretto

I rapporti standardizzati di mortalità (RSM)

I quozienti standardizzati di mortalità (*adjusted rates*)

4. I rapporti che si risolvono

Come già indicato nel par. 2, i rapporti che si risolvono riguardano quei quozienti tra due fenomeni che danno luogo a un concetto diverso da quello espresso dai due fenomeni e che scaturisce dalla relazione esistente tra numeratore e denominatore.

I rapporti che si risolvono si distinguono in **rapporti di durata** e **rapporti di ripetizione**.

Rapporti di durata

4.1. I rapporti di durata I rapporti di durata mettono in relazione la consistenza di un fenomeno con l'ammontare del suo rinnovamento periodico. Il risultato indica la durata del fenomeno. Ad esempio, il rapporto tra la consistenza dei depositi bancari di una banca, supposta costante nel dato intervallo di tempo e l'ammontare dei versamenti, ad esempio annui, supposti anch'essi costanti per ogni giorno dell'anno, darebbe come risultato la *giacenza media* (ad es. annuale) *dei depositi* di quella banca.

Si noti tuttavia che i due fenomeni posti a numeratore e a denominatore sono stati supposti costanti nel periodo di tempo considerato, il che in realtà raramente si verifica. Ugualmente, se si considerasse la **durata media di vita** come il rapporto tra numero di abitanti e numero annuale delle nascite, occorrerebbe supporre costanti sia la popolazione che le nascite del periodo considerato, mentre esse variano continuamente.

Un modo per ovviare a tale inconveniente è quello di istituire i rapporti non tra l'ammontare del fenomeno e il movimento di entrata (ad es. versamenti) o la corrente di entrata (ad es. nascite), bensì tra l'**ammontare medio** del fenomeno (ottenuto come media aritmetica tra la consistenza del fenomeno all'inizio e la consistenza alla fine del periodo considerato) e la media aritmetica dei flussi di entrata e di uscita. Ad esempio per i depositi bancari la durata media di giacenza si può calcolare rapportando la consistenza media dei depositi nell'anno considerato alla semisomma tra i versamenti e i prelevamenti effettuati nello stesso anno. Vi sono fenomeni invece il cui rinnovamento è prodotto da più correnti di entrata ed uscita: ad esempio, per la popolazione il rinnovamento avviene sia per effetto del movimento naturale (nascite e morti) che per effetto del movimento migratorio (immigrati ed emigrati). In tali casi la durata media deve tener conto di tutti i flussi di entrata e uscita che concorrono al rinnovamento.

Esempio Si supponga di aver rilevato un dato anno in Italia i seguenti dati relativi al movimento dei ricorsi e dei procedimenti presso la Corte dei conti in primo ed unico grado, per alcune materie di controversia indicate nella tab. 21.

I rapporti di durata che figurano nella tab. 21 sono stati calcolati nel modo seguente:

TABELLA 21

Materia	Pendenti all'inizio dell'anno	Sopravvenuti	Esauriti	Pendenti alla fine dell'anno	Rapporti di durata
Pensioni:					
Civili	79.733	10.113	2.185	87.661	13,61
Militari	54.335	3.030	1.835	55.530	22,59
Di guerra	133.086	2.808	4.483	131.411	36,28

Fonte: ISTAT, *Annuario statistico italiano*, 1995,

- pensioni civili:

$$\frac{\frac{79.733 + 87.661}{2}}{\frac{10.113 + 2.185}{2}} = \frac{83.697}{6.149} = 13,61 \text{ (13 anni e 222 giorni)}$$

- pensioni militari:

$$\frac{\frac{54.335 + 55.530}{2}}{\frac{3.030 + 1.835}{2}} = \frac{54.932}{2.432} = 22,59 \text{ (22 anni e 215 giorni)}$$

- pensioni di guerra:

$$\frac{\frac{133.086 + 131.411}{2}}{\frac{2.808 + 4.483}{2}} = \frac{132.248}{3.645} = 36,28 \text{ (36 anni e 102 giorni)}$$

I rapporti di durata suddetti indicano che, mediamente, un ricorso o procedimento presso la Corte dei conti per pensioni civili dura 13 anni e 222 giorni; per pensioni militari 22,59 anni; per pensioni di guerra 36,28 anni.

4.2. I rapporti di ripetizione I rapporti di ripetizione sono il reciproco dei rapporti di durata. Essi indicano quante volte si ripete il fenomeno considerato.

I rapporti di
ripetizione

Esempio Considerando i dati del paragrafo precedente e calcolando i rapporti di ripetizione:

$$\frac{\text{media dei flussi di entrata e uscita}}{\text{consistenza media del fenomeno}}$$

si ottengono i rapporti di ripetizione seguenti:

- per le pensioni civili: 0,07, ossia mediamente in un anno il collettivo dei procedimenti per pensioni civili si rinnova assai meno di una volta (0,07 volte);
- per le pensioni militari: 0,04, ossia in un anno il collettivo dei procedimenti si rinnova di 0,04 volte;
- per le pensioni di guerra: 0,03, ossia in un anno il collettivo dei procedimenti per le pensioni di guerra si rinnova di 0,03 volte.

5. Il confronto mediante differenze

Per confrontare le intensità globali o medie di due fenomeni collettivi diversi tra i quali esista un nesso logico o di uno stesso fenomeno in tempi o luoghi diversi, anziché ricorrere ai rapporti statistici si può ricorrere alle differenze tra le intensità o frequenze.

Esse possono essere di due tipi: differenze assolute e differenze relative.

5.1. Differenze o variazioni assolute Indicando con D la differenza e con I_1 e I_2 le intensità rispettivamente del primo e del secondo fenomeno considerato (o dello stesso fenomeno al tempo o luogo 1 e al tempo o luogo 2) è possibile calcolare tre tipi di differenze assolute:

$$D' = I_1 - I_2; \quad D'' = I_2 - I_1; \quad D''' = |I_1 - I_2|$$

ossia: D' indica la differenza tra l'intensità del primo fenomeno e quella del secondo; D'' la differenza tra l'intensità del secondo fenomeno e quella del primo; D''' indica il valore *assoluto* della differenza tra i due fenomeni considerati. Possiamo ritrovarne un esempio nella tab. 22.

Nell'esempio considerato si tratta delle differenze assolute tra intensità (medie) di uno stesso fenomeno in tempi diversi.

Nel caso invece in cui si vogliano effettuare differenze assolute tra le intensità o frequenze di due fenomeni diversi è necessario che i due fenomeni considerati siano:

- a) espressi nella stessa unità di misura;
- b) che le differenze abbiano un senso.

Le variazioni
assolute

TABELLA 22

Anni	Reddito medio per occupato dipendente (in migliaia di lire correnti)	Differenze assolute		
		D'	D''	D'''
1984	23.062	-2.305	2.305	2.305
1985	25.367			

Fonte: ISTAT.

Esempio Supponiamo di aver rilevato per quattro individui (unità statistiche) *A*, *B*, *C*, *D* i seguenti redditi mensili individuali (tab. 23):

TABELLA 23

Individui	Reddito mensile (in migliaia di lire)
<i>A</i>	1.500
<i>B</i>	2.000
<i>C</i>	10.000
<i>D</i>	10.500

Si vede subito che, considerando le differenze assolute tra *A* e *B* ($D' = -500$; $D'' = +500$; $D''' = 500$), esse risulterebbero uguali alle differenze assolute tra *C* e *D* ($D' = -500$; $D'' = +500$; $D''' = 500$), mentre ciò non sarebbe esatto poiché l'intensità del reddito di *A* e *B* è nettamente inferiore a quella di *C* e *D*, pertanto la differenza di L. 500.000 avrebbe una *diversa importanza* tra *A* e *B* rispetto a *C* e *D*. Per tener conto di ciò occorre allora considerare anziché differenze (o variazioni) assolute, differenze (o variazioni) relative.

5.2. Differenze o variazioni relative Si possono calcolare tra le intensità globali o medie di due fenomeni collettivi tre tipi di differenze relative: Le variazioni relative

$$d' = \frac{I_1 - I_2}{I_1} \qquad d'' = \frac{I_1 - I_2}{I_2} \qquad d''' = \frac{I_1 - I_2}{\frac{1}{2} (I_1 + I_2)}$$

in cui il denominatore può essere costituito dall'intensità del primo fenomeno o da quella del secondo o da una media, ad esempio aritmetica, delle due intensità poste a numeratore. Occorre in altri termini considerare dei

rapporti statistici; essi infatti oltre a rendere confrontabili tra loro differenze relative tra fenomeni espressi in diversa unità di misura, consentono di tener conto della diversa importanza delle intensità considerate nell'ambito della differenza. La scelta del denominatore è ovviamente legata al fenomeno di cui si vuole tener conto come termine di confronto rispetto al numeratore ed i rapporti possono essere espressi in termini unitari o moltiplicati per 100.

Riconsiderando l'esempio del reddito mensile dei quattro individui A , B , C , D calcolando le differenze relative, ad esempio tra A e B e tra C e D si otterrebbero le seguenti variazioni percentuali:

$$\begin{aligned}d'(A, B) &= (1.500 - 2.000) : 1.500 = -0,33 \cdot 100 = -33\% \\d'(C, D) &= (10.000 - 10.500) : 10.000 = -0,05 \cdot 100 = -5\% \\d''(A, B) &= (1.500 - 2.000) : 2.000 = -0,25 \cdot 100 = -25\% \\d''(C, D) &= (10.000 - 10.500) : 10.500 = -0,04 \cdot 100 = -4\% \\d'''(A, B) &= (1.500 - 2.000) : 1.750 = -0,28 \cdot 100 = -28\% \\d'''(C, D) &= (10.000 - 10.500) : 10.250 = -0,04 \cdot 100 = -4\%\end{aligned}$$

da cui si può facilmente vedere che nei confronti si può tener conto della diversa importanza che una stessa differenza assoluta ha nelle unità statistiche considerate.

Qualora le quantità fra cui calcolare le differenze o variazioni relative siano costituite da numeri indici, il calcolo suddetto riferito alle differenze d' (rispetto ad un periodo iniziale) equivale a calcolare le differenze dei numeri indici. Nella tab. 24 si riporta un esempio.

TABELLA 24

Anni	Popolaz. resid. a fine anno (in migliaia)	Numeri indici base 1961 = 100	Variazioni percentuali
1961	50.675	100,0	
1971	54.189	106,9	$(54.189 - 50.675) : 50.675 \cdot 100 = 6,9\%$
1981	56.536	111,5	$(56.536 - 50.675) : 50.675 \cdot 100 = 11,5\%$

Supponiamo, ora, che un fenomeno si presenti con una percentuale p_1 ad una certa epoca e p_2 ad un'epoca successiva. La variazione relativa delle percentuali può essere espressa da:

$$d = \frac{p_2 - p_1}{\sqrt{p_1(100 - p_1)}}$$

La suddetta espressione è tale che se ci si riferisce al fenomeno “contrario” di quello considerato, di percentuale $100 - p_1$ si ha una variazione pari a $-d$.

Infatti:

$$-d = \frac{100 - p_2 - (100 - p_1)}{\sqrt{(100 - p_1) \cdot (100 - 100 + p_1)}}$$

Esempio Supponiamo che la percentuale di persone che hanno dichiarato di essere in *non buono* stato di salute il giorno dell'intervista siano state nel 2002 il 14,1%. Se dopo 3 anni tale percentuale è del 19,4% si è avuto un incremento assoluto di + 5,3 punti percentuali e relativo di:

$$d = \frac{19,4 - 14,1}{\sqrt{14,1 \cdot 85,9}} = \frac{5,3}{\sqrt{1211,19}} = 15,23\%$$

6. Indici di Borsa

Gli indici di Borsa sono fondamentali per valutare l'andamento dei mercati azionari in differenti Paesi e periodi. Essi sono numerosi; la loro importanza è cresciuta nel tempo. Un indice di Borsa riassume, in un unico numero, l'andamento di un mercato in un determinato momento.

Negli ultimi anni gli indici di Borsa sono diventati sempre più utili in quanto la CONSOB ha reso obbligatorio l'indicazione del *benchmark* per le gestioni patrimoniali e i fondi di investimento, e la COVIP (Commissione di Vigilanza sui Fondi Pensione) ha dettato le regole per la valutazione dei gestori dei patrimoni di Fondi pensione contrattuali ed aperti. I *benchmarks* sono spesso calcolati come media aritmetica ponderata di più indici di Borsa.

Il movimento generale del mercato azionario viene misurato da indici ricavati da gruppi di titoli che si suppone rappresentino l'intero mercato azionario o suoi segmenti rilevanti.

Elementi fondamentali di un numero indice dei corsi finanziari sono:

- *il paniere dei titoli* su cui calcolare l'indice; esso può avere dimensioni variabili a seconda che si tratti di indici generali, settoriali o campionari;
- *la base di partenza* di solito posta uguale a 100 oppure 1.000 oppure 10.000;
- *la data base* da cui inizia il calcolo dell'indice, spesso il primo o l'ultimo giorno di un determinato anno;
- *il metodo di aggregazione*; si tratta del tipo di media – aritmetica o geometrica – o dell'espressione da utilizzare per il calcolo dell'indice;

Elementi di un indice
di borsa

– *la ponderazione*, ossia il *peso* che i singoli titoli hanno all'interno del paniere di riferimento.

In generale il metodo di aggregazione degli indici di Borsa è quello classico del numero-indice composto dei prezzi, che prende in considerazione tutti o parte dei titoli quotati ufficialmente alla data del calcolo. Molte complicazioni operative derivano dall'entrata ed uscita di specifici titoli nel listino di Borsa. La maggior parte degli indici azionari è calcolato in base alla formula di Laspeyres, alle volte modificata per tenere conto di particolari circostanze, ad esempio delle brusche variazioni dovute a specifiche operazioni finanziarie quali *stacco cedole*, *aumenti di capitale*, *assegnazione di azioni gratuite*. Per il calcolo degli indici l'espressione di base è la seguente:

$$I_t = \frac{\sum_i C_{0,i} \frac{p_{t,i}}{p_{0,i}}}{\sum_i C_{0,i}} 100$$

ove I_t è il valore dell'indice nella seduta t -esima, $C_{0,i}$ è la capitalizzazione di Borsa della Società i -esima nel momento assunto come base, $p_{t,i}$ è la quotazione del titolo nella generica seduta t -esima, $p_{0,i}$ è la sua quotazione nel momento assunto come base.

In Italia, a partire dal 1975, la Borsa valori di Milano elabora propri indici delle quotazioni azionarie, che portano la sigla MIB, acronimo di Milano-Indici di Borsa.

Nella tab. 25 sono riportati gli indici MIB ed alcune loro caratteristiche, calcolati dalla Società Borsa S.p.A.

Nella tab. 26 sono riportati gli indici calcolati dalla COMIT.

Nella tab. 27 è riportato l'elenco dei titoli componenti l'indice MIB30 ed alcune caratteristiche in vigore dal 18 settembre 2000.

Per quanto riguarda i mercati mondiali i più importanti sono, per gli Stati Uniti, il Dow Jones Industrial Average (DJIA), gli indici azionari Standard & Poor's (S&P), gli indici Nasdaq, VLCI; per il Giappone, l'indice Nikkei 225; per la Gran Bretagna il FTSE, chiamato comunemente *footsie* dagli operatori finanziari.

Il DJIA è stato introdotto nel 1896 da Charles H. Dow ed è il più antico indice di Borsa ancora in uso. Si basa su 30 azioni che rappresentano complessivamente l'ammontare di circa il 25% di quello di tutte le azioni quotate alla Borsa di New York. Esso viene semplicemente calcolato sommando i prezzi dei trenta titoli e dividendo la somma per un denominatore modificato periodicamente per tenere conto dei frazionamenti di azioni e delle emissioni gratuite.

Gli indici S&P sono indici ponderati in base al valore, ossia vengono presi

TABELLA 25 Indici MIB

Indice	Data base	Valore base	Prezzo considerato	Composizione
MIB storico	02/01/75	1.000	ufficiale	tutte le azioni
Mibtel	03/01/94	10.000	ultimo di ogni minuto*	tutte le azioni
MIB 30	31/12/92	10.000	ultimo di ogni minuto*	30 azioni più rappresentative
MIDEX	30/12/94	10.000	ultimo di ogni minuto*	25 azioni successive a quelle del MIB 30
MIB rnc	02/01/89	1.000	ufficiale	tutte le azioni rnc
IMR storico	03/01/79	1.000	ufficiale	tutte le azioni quotate al Mercato ristretto
MIB R	02/01/75	1.000	referimento	tutte le azioni
MIB 30 R	31/12/92	10.000	referimento	30 azioni più rappresentative
Mibtel-s	03/01/94	10.000	ultimo di ogni minuto*	tutte le azioni dell'After hours (eccetto Nuovo mercato)
MIB 30-s	31/12/92	10.000	ultimo di ogni minuto*	30 azioni più rappr. all'After hours
MIDEX-S	30/12/94	10.000	ultimo di ogni minuto*	25 azioni dopo MIB 30 all'After hours

* sulla base dei prezzi degli ultimi contratti conclusi su ciascun titolo.

TABELLA 26 Indici COMIT

Indice	Data base	Valore base	Prezzo considerato	Composizione
Comit Globale	1.972	100	ufficiale	tutte le azioni
Comit Globale R	1.972	100	referimento	tutte le azioni
Comit 30	21/12/92	100	ufficiale	30 titoli più rappresentativi
*Comit Performance	1.972	100	ufficiale	tutte le azioni
*Comit Performance R	1.972	100	referimento	tutte le azioni
Comit NM	29/10/99	100	ufficiale	tutte le azioni del Nuovo mercato
Comit NM R	29/10/99	100	referimento	tutte le azioni del Nuovo mercato
Comit Globale +	1.972	100	ufficiale	mercato telematico più Nuovo mercato
*Comit Performance +	1.972	100	ufficiale	mercato telematico più Nuovo mercato
Comit Globale + R	1.972	100	referimento	mercato telematico più Nuovo mercato
*Comit Performance + R	1.972	100	referimento	mercato telematico più Nuovo mercato

* includono i dividendi ordinari.

TABELLA 27 Informazioni sui titoli componenti l'Indice MIB30 in vigore dal 18 settembre 2000 (base 31 dicembre 1992 = 10.000)

Nr	Cod. Alfa	Titoli	Numero azioni	Prezzo base	Capitalizzazione	Pesi%	N.ro azioni per la replica del paniere
1	AEM	AEM	1.800.047.400	4,4700	8.046.211.878	1,308085	686
2	AL	Alleanza Assicurazioni	714.734.262	15,0600	10.763.897.986	1,749903	272
3	AUT	Autostrade	1.183.082.900	7,5000	8.873.121.750	1,442517	451
4	COM	Banca Commerciale Italiana	1.784.365.691	5,7800	10.313.633.694	1,676703	680
5	BRM	Banca di Roma	5.379.716.750	1,2410	6.676.228.487	1,085364	2.051
6	BFI	Banca Fideuram	909.255.270	18,7900	17.084.906.523	2,777518	347
7	BIN	Banca Intesa	5.022.814.947	4,3200	21.698.560.571	3,527567	1.915
8	BMPS	Banca Monte Paschi Siena	2.292.506.067	5,0000	11.462.530.335	1,863480	874
9	BNL	Banca Nazionale Lavoro	2.098.081.927	3,8700	8.119.577.057	1,320012	800
10	BIP	Bipop - Carire	1.656.512.730	10,4500	17.310.558.029	2,814203	632
11	EDS	Edison	634.132.123	11,3500	7.197.399.596	1,170092	242
12	ENI	ENI	8.002.127.653	6,3200	50.573.446.767	8,221800	3.051
13	ENEL	ENEL	12.126.150.379	4,3000	52.142.446.630	8,476875	4.623
14	F	FIAT	367.399.890	27,4500	10.085.126.981	1,639554	140
15	FNC	Finmeccanica	8.394.988.000	14,230	11.946.067.924	1,942090	3.200
16	ES	Gruppo Editoriale l'Espresso	430.624.688	15,3500	6.610.088.961	1,074612	164

17	G	Generali	1.252.997.995	35.7500	44.794.678.321	7.282337	478
18	MS	Mediaset	1.181.227.564	18.6100	21.982.644.966	3.573751	450
19	MB	Mediobanca	596.163.010	12.0200	7.165.879.380	1.164968	227
20	MED	Mediolanum	724.970.500	18.7000	13.556.948.350	2.203973	276
21	OL	Olivetti	4.911.629.152	3.5000	17.190.702.032	2.794718	1.872
22	P	Pirelli	1.901.281.673	2.9300	5.570.755.302	0.905646	725
23	R	Ras	718.818.963	15.4900	11.134.505.737	1.810153	274
24	ROL	Rolo Banca	452.513.563	20.9800	9.493.734.552	1.543410	173
25	SPI	San Paolo - IMI	1.403.439.198	19.2500	27.016.204.562	4.392064	535
26	SPG	Seat Pagine Gialle	4.077.474.490	3.8000	15.494.403.062	2.518948	1.554
27	TEC	Tecnost	5.886.655.594	3.7700	22.192.691.589	3.607899	2.244
28	TI	Telecom Italia	5.260.037.431	12.9900	68.327.882.332	11.108165	2.005
29	TIM	TIM	6.646.940.689	9.7000	64.475.324.683	10.481849	2.534
30	UC	UniCredito Italiano	5.002.499.254	5.5600	27.813.895.852	4.521746	1.907

in considerazione sia il prezzo sia il numero delle azioni che costituiscono il capitale di ciascuna Società. La formula per il calcolo è la seguente:

$$I = \sum \frac{P_{i,t} Q_{i,t}}{P_{i,0} Q_{i,0}}$$

ove $P_{i,t}$ e $P_{i,0}$ sono rispettivamente il prezzo corrente di mercato e quello relativo al periodo base per l'azione i -ma; $Q_{i,t}$ e $Q_{i,0}$ sono i numeri di azioni in circolazione alla data e al periodo di riferimento.

L'indice *NASDAQ composite* include più di 3.000 titoli quotati nell'*over-the-counter*. Tale colorita espressione è stata originariamente usata per descrivere il modo di scambiare azioni ed obbligazioni non quotate *sopra il banco*. Oggi l'espressione designa il mercato dei titoli non quotati che riveste notevole importanza in campo finanziario. Per essere quotato al *NASDAQ* un titolo deve possedere alcuni requisiti minimi, tra i quali dovrebbero esserci almeno due *marker maker* (società di intermediazione concorrenti), un numero minimo di azioni in circolazione, e le Società emittenti devono avere alcune caratteristiche patrimoniali.

Il Value Line Composite Index (VLCI) è calcolato su una base molto ampia di titoli. È composto da circa 1.700 titoli – il loro numero varia nel tempo – di cui 1.500 industriali, 180 di servizi pubblici e 20 di titoli ferroviari. L'indice comprende più del 90% delle azioni quotate alla Borsa di New York (NYSE). L'aggregazione dei titoli si basa sulla media geometrica delle variazioni dei prezzi.

Dal 20 settembre 2004 lo *s&P/MIB* è diventato il nuovo indice di riferimento per le contrattazioni azionarie della Borsa italiana soppiantando l'indice *MIB30*. Il nuovo indice è nato da un accordo tra la *Borsa italiana s.p.a* e l'agenzia internazionale *Standard & Poor*; la prima ha il compito di sviluppare i nuovi prodotti, la seconda è responsabile della metodologia di calcolo e della gestione dell'indice. I titoli vengono inseriti in questo indice in base a tre criteri di:

- **rappresentatività settoriale**, che mira ad individuare le azioni più *liquide* del listino della Borsa italiana, in base alla loro primaria attività aziendale;
- **liquidità**, misurata in base controvalore negoziato negli ultimi sei mesi precedenti, al flottante ed al numero di giorni di negoziazione;
- **capitalizzazione del flottante**, con riferimento alla quantità di azioni liberamente circolanti sul mercato.

Il nuovo indice è composto da 40 titoli, di cui 30 sono quelli già inclusi nel *MIB30*, 7 nel *MIDEX*, 1 dal *MIBTEL* e 2 dal nuovo mercato. Il nuovo paniere

rappresenta circa l'80% della capitalizzazione del listino milanese. L'indice è calcolato automaticamente ogni 30 secondi, utilizzando, per ogni componente, i prezzi dell'ultimo contratto concluso.

Il paniere dei titoli inclusi in S&P/MIB sarà aggiornato due volte l'anno al fine di ottenere la migliore rappresentatività del mercato azionario.

In questo capitolo

1. Dopo la definizione di rapporto statistico come quoziente tra due termini di cui uno almeno di natura statistica se ne fa vedere attraverso alcuni esempi il loro impiego ed utilità per i confronti nel tempo e nello spazio e quali possibili "indicatori".
2. Si classificano quindi i rapporti statistici in due grandi categorie: che si semplificano e che si risolvono e per ognuna vengono esaminati singolarmente i diversi tipi di rapporti con degli esempi di calcolo ed applicazioni.
3. Particolare attenzione è data ai numeri indici semplici, a base fissa ed a base mobile, con le proprietà e le loro utili applicazioni per i cambiamenti delle basi qualora si abbiano delle serie di numeri indici. Quindi sono esposti in dettaglio i numeri indici complessi con le diverse scelte metodologiche necessarie per la sintesi dei numeri indici semplici attraverso diversi tipi di ponderazioni sia per valori che per quantità. In particolare viene fatta un'esemplificazione per il calcolo dei numeri indici complessi dei prezzi al consumo e il diverso significato che le diverse ponderazioni di Laspeyres e di Paasche assumono a seconda della struttura dei consumi della collettività considerata.
4. Un paragrafo in particolare è dedicato ai tre numeri indici complessi dei prezzi al consumo NIC, FOI e IPCA calcolati dall'ISTAT con le caratteristiche metodologiche del paniere dei beni scelto, del processo di costruzione dell'indice, del suo significato e dei dati disponibili attualmente anche via internet. Sono infine riportati i valori dei coefficienti di rivalutazione della lira dal 1881 al 2003 ed il procedimento di calcolo per tradurre i valori della lira (o euro) di un dato anno nei valori della lira di un altro prefissato anno.
5. Anche i quozienti di derivazione, generici e specifici, sono esposti in dettaglio con particolare attenzione ai quozienti demografici, che rappresentano una delle categorie più importanti dei quozienti di derivazione. Sono trattati quindi la definizione, costruzione e significato dei quozienti standardizzati con il metodo diretto o della popolazione tipo e dei quozienti standardizzati con il metodo indiretto o dei quozienti standard.
6. Per i rapporti che si risolvono sono trattati in particolare i rapporti di durata ed i rapporti di ripetizione attraverso degli esempi di calcolo ed applicazioni da cui si

può notare come la caratteristica di questi rapporti sia quella di fornire un risultato diverso dai fenomeni che si trovano a numeratore o a denominatore dei rapporti stessi.

7. Infine un paragrafo è dedicato ai principali indici di Borsa e loro caratteristiche oggi impiegati nelle quotazioni dei vari titoli.

Esercizi e test per l'autoverifica

1. Che cosa sono, a cosa servono e qual è la classificazione dei rapporti statistici?
2. Il rapporto di mascolinità è:
☐ a un rapporto di derivazione; ☐ b un rapporto di coesistenza; ☐ c un numero indice semplice.
3. Un numero indice a base fissa che nel 2005 è uguale a 97 (base 2003 = 100) indica che nel 2005 rispetto al 2003 vi è stato nel fenomeno considerato:
☐ a un aumento del 3%; ☐ b un aumento del 97%; ☐ c una diminuzione del 3%.
4. L'indice di vecchiaia è dato da:

$$\square a \frac{P_{65-\omega}}{P_{15-64}} \cdot 100 \quad \square b \frac{P_{65-\omega}}{P_{0-14}} \cdot 100 \quad \square c \frac{P_{65-\omega}}{P_{0-1}} \cdot 100$$

5. Nei numeri indici complessi, I_L , ottenuti con la formula di Laspeyres, quale delle seguenti tre è la ponderazione impiegata?

$$\square a \ p_{0j} q_{0j} \quad \square b \ p_{0j} q_{1j} \quad \square c \ p_{1j} q_{1j}$$

6. Qualora si supponga che la struttura dei consumi della popolazione considerata sia *stabile* nel periodo considerato, quale dei due indici complessi di Laspeyres e di Paasche è più adatto e perché?
7. Quali sono i numeri indici dei prezzi al consumo calcolati dall'ISTAT e quali sono i rispettivi collettivi di riferimento?
8. Che cosa sono i quozienti demografici?
9. Data la seguente serie di numeri indici *a base fissa* (base 1971 = 100) relativa al totale dei laureati in Italia dal 1971 al 1991:

$${}_{1971}I_{1971} = 100,0; \quad {}_{1971}I_{1981} = 122,0; \quad {}_{1971}I_{1991} = 149,5$$

calcolare la corrispondente serie dei numeri indici *a base mobile* impiegando la proprietà dei numeri indici della "reversibilità delle basi" (effettuare i calcoli approssimando a due decimali).

10. Data la seguente quotazione del dollaro USA in lire italiane nei giorni indicati:

Quotazioni	
giorni	lire/dollaro
13/6	1598
14/6	1595
15/6	1605
16/6	1584
17/6	1583
18/6	1575

a) Calcolare sia sui dati in scala naturale che sui dati in scala logaritmica le variazioni relative $\times 100$ rispetto al giorno 13/6.

b) Commentare la diversità delle variazioni ottenute al punto a spiegandone il diverso significato.

11. Dati i seguenti prezzi (in *cents* per libbra) e quantità prodotte (in milioni di libbre) dei latticini negli USA negli anni 1980 e 1985:

Prodotti	Prezzi		Quantità prodotte	
	1980	1985	1980	1985
Latte	13,23	12,90	128.500	143.700
Burro	139,3	141,1	1.145	1.248
Formaggi	156,2	162,0	2.381	2.854

calcolare:

a) il numero indice complesso dei prezzi di Laspeyres per l'anno 1985 con il 1980 come anno base;

b) il numero indice complesso dei prezzi di Paasche per l'anno 1985 con il 1980 come anno base;

c) interpretare i due numeri indici dei prezzi ottenuti.

Risposte

1. I rapporti statistici sono quozienti tra due termini di cui uno almeno di natura statistica ed aventi un ben precisato legame logico tra il numeratore ed il denominatore. Servono a confrontare nel tempo, nello spazio o in situazioni diverse le intensità o le frequenze di stessi fenomeni o fenomeni diversi. I rapporti statistici si dividono in due grandi categorie a seconda del risultato fornito dal rapporto: rapporti che si semplificano (danno luogo ad un risultato analogo a quello indicato da uno dei

due fenomeni posti a rapporto) e rapporti che si risolvono (danno luogo ad un risultato diverso dai due fenomeni posti a numeratore o a denominatore).

2. b : è un rapporto di coesistenza.

3. c : una diminuzione del 3%.

4. b

5. a

6. Il più adatto è l'indice di Laspeyres perché sia i prezzi che le quantità consumate sono riferite all'anno base mentre nell'indice di Paasche solo i prezzi sono riferiti all'anno base mentre le quantità sono riferite all'anno di consumo.

7. Sono tre:

a) l'indice nazionale per l'intera collettività nazionale (NIC): è calcolato con riferimento ai consumi dell'intera popolazione presente;

b) l'indice per le famiglie di operai e impiegati (già indice del costo della vita) (FOI): si riferisce ai consumi delle famiglie che hanno come persona di riferimento un lavoratore dipendente extra agricolo (operaio o impiegato);

c) l'indice armonizzato su base comunitaria (IPCA): è riferito alla generalità delle famiglie presenti ma con un campo di osservazione limitato ai consumi di beni e servizi che hanno regimi di prezzo comparabili nei diversi paesi dell'Unione europea.

8. Sono, in sostanza, dei rapporti di derivazione che si ottengono ragguagliando la frequenza assoluta di un fenomeno (matrimoni, nascite, morti ecc.) in un determinato intervallo di tempo, $t - t + s$, all'ammontare medio della popolazione dell'intervallo.

9. La serie a base mobile corrispondente è:

$${}_0I_0 = -; {}_1I_2 = 1,220 : 1 = 1,220 \times 100 = 122,0; {}_2I_3 = 1,490 : 1,229 = 1,221 \times 100 = 122,1.$$

10.

a) Le variazioni relative $\times 100$ in scala naturale e in scala logaritmica sono date da:

Giorni	Scala naturale Numeri indici	Scala naturale $\Delta\%$	Scala logaritmica Numeri indici	Scala logaritmica $\Delta\%$
13/6	100,000	0	100,000	0
14/6	99,812	- 0,188	99,969	- 0,031
15/6	100,438	+ 0,439	100,062	+ 0,062
16/6	99,123	- 0,877	99,876	- 0,124
17/6	99,061	- 0,934	99,844	- 0,156
18/6	98,560	- 1,440	99,782	- 0,218

b) Anzitutto è da osservare che in entrambe le serie di dati, in scala naturale e in scala logaritmica, dal 13/6 al 18/6 vi è stata una costante diminuzione, di crescente intensità, delle quotazioni del \$ in lire eccetto il giorno 15/6. Inoltre le variazioni in scala naturale sono superiori a quelle in scala logaritmica perché le prime mettono in evidenza variazioni assolute: $b - a$ mentre le seconde mettono in evidenza i logaritmi delle variazioni relative infatti:

$$\log b - \log a = \log \frac{b}{a}$$

11.

a) Il numero indice complesso dei prezzi di Laspeyres è dato da:

$$I_L = \frac{\sum_{i=1}^2 p_{1985} q_{1980}}{\sum_{i=1}^2 p_{1980} q_{1980}} = \frac{(12,90 \cdot 128.500) + (141,1 \cdot 1.145) + (162,0 \cdot 2.361)}{13,23 \cdot 128.500 + 139,3 \cdot 1.445 + 156,2 \cdot 2.381} =$$

$$= 0,9881 \times 100 = 98,81$$

b) Il numero indice complesso dei prezzi di Paasche è dato da:

$$I_L = \frac{\sum_{i=1}^2 p_{1985} q_{1985}}{\sum_{i=1}^2 p_{1980} q_{1985}} = \frac{(12,90 \cdot 143.700) + (141,1 \cdot 1.248) + (162,0 \cdot 2.854)}{13,23 \cdot 143.700 + 139,3 \cdot 1.248 + 156,2 \cdot 2.854} =$$

$$= 0,9886 \times 100 = 98,86$$

c) I prezzi dei latticini nell'anno 1985 rispetto all'anno 1980 sono diminuiti con entrambi i numeri indici dei prezzi calcolati rispettivamente del $-1,19\%$ e del $-1,14\%$.