

Il metodo della regressione

- H^* è il coefficiente angolare della retta di regressione lineare di ΔS su ΔF
- Nell'ipotesi che le relazioni osservate nel passato siano stabili è quindi possibile stimare H^* con il seguente modello

$$\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t$$

Coefficiente
angolare della
retta di
regressione

- L'efficacia della copertura è la quota della varianza della posizione che viene eliminata con l'operazione di copertura

ESEMPIO

F.Pampurini - Strumenti Derivati

82

Il numero di contratti

- La relazione vale se i rendimenti azionari sono distribuiti normalmente
- Il rapporto di copertura (o beta) indica il numero di contratti da utilizzare, per ogni unità di sottostante, per ottenere una copertura che minimizza la varianza
- Noto H^* si deve calcolare il numero di contratti futures da impiegare, in base alla dimensione degli stessi e a quella del portafoglio:



$$N^* = H^* \frac{S}{F} = \beta \frac{S}{F}$$

Dimensione
della posizione
da proteggere

Dimensione
del future

F.Pampurini - Strumenti Derivati

83

Modificare il β di un portafoglio con il future

■ $\beta > \beta^*$

- Short

$$(\beta - \beta^*) \frac{S_t}{F_{t,T}}$$

VANTAGGIO

Risparmio dei costi di transazione

■ $\beta < \beta^*$

- Long

$$(\beta^* - \beta) \frac{S_t}{F_{t,T}}$$

Gestione del rischio sistematico

In sintesi

- Abbiamo “annullato” il rischio base mediante la copertura con futures
- Per farlo è necessario calcolare il rapporto di copertura ottimale (hedging ratio)
- Questo viene stimato come coefficiente della regressione di ΔS su ΔF

Il metodo della duration

- È utilizzato soprattutto nel caso di futures su tassi a lungo termine
 - poiché la fonte di rischio sono i tassi di interesse
 - poiché la relazione tra tassi e prezzi è definita dalla duration
- Alcune informazioni sui futures su tassi a lungo

Il fattore di conversione

- Il prezzo del futures è adeguato con il fattore di conversione perché il titolo consegnato può avere caratteristiche diverse da quelle del nozionale
- È necessario tenere conto della diversità di cedola e di scadenza

$$FC \equiv \frac{\sum c_t e^{-y_t}}{100}$$

TIR del nozionale

Esempio di calcolo fattore conversione

- Si consideri il seguente Treasury Bond USA:
 - Tasso annuo 14% (cedola semestrale)
 - Scadenza 20 anni
 - TIR nozionale: 8% (annuo)

$$FC \equiv \sum_{i=1}^{40} \frac{7}{1.04^i} + \frac{100}{1.04^{40}} / 100 = \frac{159.38}{100} = 1.5938$$

ESEMPIO

F.Pampurini - Strumenti Derivati

88

Il fattore di conversione segue

- Il prezzo incassato dalla parte in posizione short (importo della fattura) è pari a

Prezzo futures quotato	X	Fattore di conversione	+	Interesse maturato sul titolo consegnato
------------------------	---	------------------------	---	--

F.Pampurini - Strumenti Derivati

89

Cheapest to deliver

- Nella pratica i FC non riescono ad allineare completamente i titoli ammessi a consegna, perciò esiste sempre un titolo preferito agli altri per le sue caratteristiche di economicità: il cheapest to deliver
- È necessario individuare il titolo più conveniente da consegnare
 - Metodo della massimizzazione del profitto
 - Metodo della duration
 - (Metodo dell'implicit repo rate)

Massimizzazione del profitto

- La parte corta sceglie di consegnare il titolo più conveniente:
 - Riceve: $F \times FC + \text{interesse}$
 - Sborsa: $CS + \text{interesse}$
 - $\text{Max } (F \times FC + \text{int}) - (CS + \text{int})$
- CTD è il titolo che massimizza la differenza
$$F \times FC - CS \quad \text{-----} \rightarrow \quad P$$
- Il CTD può cambiare nel corso della vita del future poiché dipende dal livello dei tassi di interesse e dalla duration dei titoli

La duration

$$\text{Bond} \equiv \sum c_i e^{-rt_i}$$

→

$$\frac{\partial B}{\partial r} = \sum -t_i c_i e^{-rt_i}$$

$$\text{Duration} \equiv \sum \frac{t_i c_i e^{-rt_i}}{B}$$

→

$$\frac{\partial B}{\partial r} = -B \times D$$

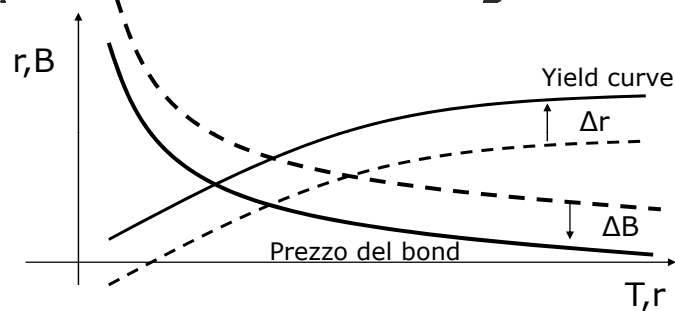
La duration (segue)

■ Nel discreto

$$\frac{\Delta B}{\Delta r} \approx -BD$$

→

$$\frac{\Delta B}{B} \approx -D \Delta r$$



Metodo della duration

- Dato che

$$\pi = F \times FC - P \longrightarrow \frac{\pi}{FC} = F - \frac{P}{FC}$$

- Il CTD è quello che minimizza il rapporto

$$\frac{P}{FC}$$

Metodo della duration segue

$$P \equiv \sum c_t e^{-rt}$$

$$FC \equiv \frac{\sum c_t e^{-yt}}{100}$$

$$\frac{P}{FC} \equiv \frac{\sum c_t e^{-rt}}{\sum c_t e^{-yt}} \times 100 = \sum c_t e^{(y-r)t} \times 100$$

- Se $y > r \rightarrow$ titolo con duration minima
- Se $y < r \rightarrow$ titolo con duration massima

Esempio di calcolo

Titolo	Prezzo spot	FC
A	99,5	1,0382
B	143,5	1,5188
C	119,75	1,2615

Prezzo futures 93,25

- A: $(93.25 \times 1.0382) - 99.5 = - 2.688$
- B: $(93.25 \times 1.5188) - 143.5 = - 1.872 \leftarrow \text{max}$
- C: $(93.25 \times 1.2615) - 119.75 = - 2.115$

Massimizzare il ricavo (negativo) equivale a minimizzare il costo

F.Pampurini - Strumenti Derivati

96

Coperture basate sulla duration

- Si assume che due portafogli con la stessa duration siano influenzati nello stesso modo dagli spostamenti della yield curve
- Ciò è vero solo per piccoli spostamenti paralleli della yield curve

F.Pampurini - Strumenti Derivati

97

Coperture basate sulla duration (segue)

- Abbiamo dimostrato che

$$\Delta S = -MD_S S \Delta r \quad \Delta F = -MD_F F \Delta r$$

- Dato che Δr è identico sia per il future che per il sottostante e che la correlazione $\rho_{\Delta S, \Delta F} = 1$

$$H^* = \frac{\Delta S}{\Delta F} = \frac{MD_S S}{MD_F F}$$

Metodo della MD (segue)

$$S_{CTD} = F \times FC \longrightarrow F = \frac{S_{CTD}}{FC}$$

il rapporto di copertura diventa :

$$\frac{\Delta S}{\Delta F} = H^* = \frac{MD_S S}{MD_{CTD} S_{CTD}} FC$$

il numero di contratti da negoziare :

$$N^* = H^* \frac{V_{attività}}{V_{futures}}$$

$$N^* = \frac{MD_S S}{MD_{CTD} S_{CTD}} \times FC \times \frac{V_S}{V_F}$$

Dato che il CTD può cambiare nel corso del tempo è necessario aggiustare la copertura di conseguenza

Uso del futures per cambiare la duration di un portafoglio

- Utile nella gestione per anticipare cambiamenti nei tassi di mercato ma:
 - Stima imperfetta in quando la duration è un'approssimazione lineare
 - Si ipotizza che la curva subisca solo spostamenti paralleli
- metodo efficiente dal punto di vista dei costi di transazione

$$N^* = \frac{(MD_S^* - MD_S)S}{MD_{CTD}S_{CTD}} \times FC$$

FINE