

Logica 10-11 - compito 5

consegna: Lunedì 20 Dicembre

SOLUZIONI

A. Dimostrare con il metodo degli alberi di refutazione [valore 0,5]

$$\vdash \sim \forall x \sim \forall y Ryx \rightarrow \sim \exists y \sim \exists x Ryx$$

Soluzione:

- | | | |
|-----|--|------------------------------|
| 1. | $\sim(\sim \forall x \sim \forall y Ryx \rightarrow \sim \exists y \sim \exists x Ryx).$ | $\vee$ |
| 2. | $\sim \forall x \sim \forall y Ryx$ | 1, $\sim \rightarrow$ $\vee$ |
| 3. | $\sim \sim \exists y \sim \exists x Ryx$ | 1, $\sim \rightarrow$ $\vee$ |
| 4 | $\exists x \sim \sim \forall y Ryx$ | 2 $\sim \forall$ $\vee$ |
| 5. | $\exists y \sim \exists x Ryx$ | 3 $\sim \sim$ $\vee$ |
| 6 | $\sim \sim \forall y Rya$ | 4 $\exists$ $\vee$ |
| 7. | $\forall y Rya$ | 6 $\sim \sim$ |
| 8. | $\sim \exists x Rbx$ | 5 $\exists$ $\vee$ |
| 9 | $\forall x \sim Rbx$ | 8 $\sim \exists$ |
| 10 | Rba | 7 $\forall$ |
| 11. | $\sim Rba$ | 9 $\forall$ |
| 12 | X | 10,11 $\sim$ |

B. Dimostrare con il metodo della deduzione naturale, usando sia le regole di base che quelle derivate [valore 0,5]

$$\forall x(Fx \rightarrow \sim Gx), \exists x Fx \vdash \exists x \sim Gx$$

- | | | |
|----|-------------------------------------|---------------------|
| 1. | $\forall x(Fx \rightarrow \sim Gx)$ | A |
| 2. | $\exists x Fx$ | A |
| 3. | Fa | H |
| 4. | $Fa \rightarrow \sim Ga$ | 1 $\forall E$ |
| 5. | $\sim Ga$ | 3,4 $\rightarrow E$ |
| 6 | $\exists x \sim Gx$ | 5 $\exists I$ |

7 $\exists x \sim Gx$

2, 3-6 $\exists I$

C. Tradurre nel linguaggio della logica proposizionale [valore 1]

1. Ci sono due draghi solo se esiste esattamente un unicorno.

"Ci sono due draghi" si può forse considerare ambigua (esattamente due?, almeno due?, al massimo due?), ma logici, filosofi e linguisti di solito interpretano una frase del genere con un implicito "esattamente". Assumeremo quindi questa interpretazione:

$\exists x \exists y ((Dx \ \& \ Dy) \ \& \ \sim x = y) \rightarrow (\exists x Ux \ \& \ \forall x \forall y ((Ux \ \& \ Uy) \rightarrow x = y)).$

Chi ha scelto le altre due interpretazioni non verrà comunque penalizzato.

2. Al massimo due filosofi sono amati da Heidegger.

Questa frase si può interpretare come "ci sono al massimo due filosofi amati da Heidegger" e quindi è traducibile con (tralasciando alcune parentesi quando viene usata la congiunzione):

$\forall x \forall y \forall z ((Fx \ \& \ Ahx \ \& \ Fy \ \& \ Ahy \ \& \ Fz \ \& \ Ahz) \rightarrow (x = y \vee x = z \vee y = z)).$

NB: Temo che nella terzultima lezione trattando un esempio simile a questo per disattenzione ho tralasciato il terzo disgiunto (ossia "y=z"). Quindi chi ha commesso questo errore nel compito non verrà penalizzato.