

Cap. III) LA CONTRARIETÀ ALL'ORIGINE DEL NUMERO

Il carattere contrario delle proprietà del mondo tocca anche gli aspetti quantitativi dell'esperienza. Ne "I luoghi della contrarietà" (cap. III, p.110) abbiamo sottolineato come la dicotomia qualità-quantità faccia parte di quelle classiche dicotomie che hanno scandito l'analisi del reale e che hanno assunto la forma di affermazioni ontologiche più che operazionali-metodologiche.

In un ottica fenomenologica, riferirsi specificatamente all'aspetto quantitativo dell'esperienza vuol dire, invece, semplicemente portare in primo piano non i colori della scena percettiva, né le proprietà che identificano il materiale degli oggetti o la forma del margine... ma quelle proprietà che informano l'identità quantitativa della scena: uno-molti, piccolo-grande, pari-dispari.... Nella ricerca sullo spazio presentata al paragrafo II.3 abbiamo già constatato come, nell'identificazione dell'esperienza spaziale, proprietà della quantità/estensione convivano con proprietà "più qualitative": dove sono collocati gli oggetti (posizione), come sono orientati (orientamento), quali le caratteristiche di forma dello spazio.

Riguadagnata alla quantità un posto tra i fatti qualitativi dell'esperienza (rimandiamo al citato capitolo de I luoghi della contrarietà, p.110 e al presente testo, paragrafo II.3.1.2), intendiamo mostrare come la contrarietà del pari e dispari, contrarietà fondamentale dell'algebra, abbia anch'essa trovato origine in una contrarietà visibile tra particolari strutture figurali: gli gnomoni pari e dispari, ovvero rettangoli e quadrati (Zellini, 1999).

Prima di presentare gli argomenti sperimentali a sostegno di questa ipotesi (paragrafo III.4), cercheremo di delineare brevemente i presupposti dell'analisi, e cioè:

a) di chiarire in che senso il pensiero dei presocratici possa incontrarsi con le analisi della fenomenologia sperimentale sui fatti della percezione e sulla contrarietà in particolare (paragrafo III.1);

b) di garantirci la sensatezza di un richiamo alla teoria Pitagorica come teoria che porta in primo piano la visibilità delle proprietà matematiche definite, e nella fattispecie della definizione di *pari* e *dispari* (paragrafo III.2);

c) di mostrare come accanto ai contributi delle filosofie e storie della matematica, il nesso esperienza-origine del numero sia stato sostenuto o perlomeno abbia trovato terreno di dibattito anche all'interno della psicologia (paragrafo III.3).

III.1 - Il nesso contrarietà-esperienza nelle descrizioni dei presocratici

Tra i luoghi della contrarietà intravisti ma non approfonditi nel testo omonimo (Savardi, Bianchi, 1997), uno degli incontri mancati è sicuramente quello con il pensiero dei presocratici. Le teorie dei presocratici rappresentano infatti i primi tentativi sistematici di spiegare la realtà, nell'accezione di ciò di cui, come osservatori, si constata l'esistenza. Scoprire già qui l'esigenza di *descrivere la realtà descrivendo proprietà contrarie* significa guadagnare una conferma preziosa della tesi che la contrarietà sia una delle relazioni che si danno nella nostra esperienza diretta dei fatti ([P 1] *Principio di esperibilità*) e dunque necessaria per descriverli.

E questo è proprio quanto si finisce per concludere dall'analisi dei frammenti pervenuti (Diels Kranz, 1934-37).

Che il mondo, quello dei fatti direttamente percepiti, sia fatto di continui mutamenti delle proprietà delle cose è *il dato* raccolto dagli occhi di questi filosofi-scienziati e messo al centro del loro discorso sull'esistente. Ma l'esperienza del divenire sembra trascinare con sé l'esigenza *anche di qualcosa che permane*; di invarianze, potremmo dire, mutuando il vocabolario Gibsoniano (1969). A sostegno dell'ipotesi che anche la ricerca di ciò che permane sia un'esigenza introdotta da ciò che i sensi percepiscono, dalle molteplici esperienze di identità e identità, sono alcuni frammenti di Eraclito dai quali si deriva la constatazione che - servendoci dei termini della nostra analisi - sottesa alla contrarietà è l'invarianza della dimensione.

“Il mare è l'acqua più pura e più lurida, per i pesci bevibile e salutare, per gli uomini imbevibile e mortale.” (Eraclito, fr. 61)

“L'arco ha per nome vita, ma come opera la morte.” (Eraclito, fr. 48)

“Uno e identico il cammino all'insù e il cammino all'ingiù.” (Eraclito, fr. 60)

“La malattia rende dolce e gradita la salute, la fame la sazietà, la fatica il riposo.” (Eraclito, fr. 111)

“[Esiodo] non sapeva cosa fossero il giorno e la notte: sono infatti un’unica cosa.” (Eraclito, fr. 57)

“La stessa cosa è [in noi] il vivente e il morto, il desto e il dormiente, il giovane e il vecchio; questi, infatti, trasformandosi sono quelli e quelli, di nuovo, trasformandosi sono questi”. (Eraclito, fr. 88)

In questi frammenti, osserva Huxley (1972, p.43) “il pensiero centrale è tratto, univocamente, (...) dall’esperienza comune”; “dei primi tre, ciascuno offre alla considerazione un solo soggetto familiare [il mare, l’arco, il cammino] e quindi procede alla dimostrazione che nell’ambito dell’unità di quel soggetto coesistono opposti dello stesso tipo. Nei frammenti 57 e 88, poi, l’identità di certi opposti è dettata dal fatto che essi si tramutano l’uno nell’altro, reciprocamente, il che implica una forte forma di mutua interdipendenza” (Huxley, 1972, p.44). In tutti i processi di trasformazione visibili, sia in quelli descritti rispetto alle proprietà, sia in quelli descritti rispetto agli eventi, le D che identificano i contrari descritti rappresentano l’elemento di identità nascosto.

Mutevolezza, varietà e divenire da un lato, *identità, unità e permanenza* dall’altro segnano dunque sin dagli inizi i termini entro cui prende forma la riflessione presocratica. Proprio perché il divenire è un dato chiaramente autoevidente che non ha bisogno di essere “dimostrato”, e forse per la presenza già qui di un bias alla ricerca dell’Uno, le prime argomentazioni si concentrarono su quel principio di permanenza che sottostà all’esistenza di ciò che è mutevole e caduco. Gli elementi di invarianza furono cercati per primi negli elementi materiali: l’acqua o l’aria o il fuoco o la terra o tra tutti questi elementi presi insieme. Tuttavia, come Maddalena dimostra attraverso l’esegesi delle testimonianze dello stesso Aristotele sui presocratici (1954, pp. 3 e seg.), sin da Talete la ricerca del principio prende forma sulla contrarietà. E allora l’affermazione aristotelica che “tutti quelli che parlano di elementi, o, come essi li dicono, di principi, pongono come principio i contrari” (*Phys.* A 5 188b 27-29), facilmente sostenibile per alcune filosofie presocratiche dove il richiamo ai contrari è esplicito, può in realtà essere estesa anche all’originario pensiero di Talete (Huxley, 1972; Maddalena, 1974). In *Metaphys.* A 983 21-23 Aristotele ricorda che per Talete la terra stava

sopra l'acqua. "(..) come una cosa sopra una cosa, non come un aspetto della sostanza sopra la sostanza. (...) par dunque lecito supporre che in realtà Talete non si pose la domanda se ci fosse qualcosa di eterno nel mondo diveniente, ma questa domanda: «che cos'è il cosmo in cui son caldo e freddo e secco e umido e luce e tenebre e sopra e sotto?» e che alla domanda rispondesse che il cosmo è appunto antitesi o contrarietà di terra e di acqua, di sopra e di sotto e, forse, di stabilità e di mutevolezza.

La filosofia greca, se è così, comincia con la formulazione di un'antitesi cosmica, antitesi di elementi percepibili, acqua e terra. Il problema lasciato in eredità da Talete (...) fu il problema dell'antitesi o contrarietà" (Maddalena, 1954, p.7-8).

Da questa sentenza, per quanto ci riguarda, discendono due affermazioni importanti:

a) là dove sono nate le prime teorie scientifiche sul mondo, il discorso si è da subito ancorato alla contrarietà come condizione necessaria ad una descrizione della realtà;

b) questa contrarietà ha la forma di un'antitesi di elementi percepibili, non è un'antitesi logica. La contrarietà che si individua tra secco e umido, rado e denso, sopra e sotto, stabilità e mutevolezza... fa riferimento direttamente alla *constatazione* di variazioni. Si tratta di contrarietà riconoscibili nell'esperienza e raccolte all'interno della teoria o come dato esperienziale da cui partire per ricercare il principio o direttamente come principio. In questo senso Hussey sostiene che nella definizione delle relazioni tra questi contrari i presocratici, individualmente, non si siano spinti "oltre l'osservazione comune" (1972, p.25, p.43; p.54):

"Talete (...) e Ippone dicevano che il principio è l'acqua, spinti a tale conclusione dall'esame sensoriale dei fenomeni..." (Simplic. *phys.* 23, 21)

"Egli [Talete] ha tratto forse tale supposizione vedendo che il nutrimento di tutte le cose è umido (...): di qui dunque egli ha tratto tale supposizione e dal fatto che i semi di tutte le cose hanno natura umida - e l'acqua è il principio naturale delle cose umide." (Aristote. *Metaph.* 3. 983b e sgg.)

Si noti, peraltro, che l'originaria contrarietà di Talete ripropone di nuovo quella contrarietà sopra-sotto che abbiamo ampiamente verificato essere un luogo di esperibilità autoevidente dei contrari (cfr.[P1]

Principio di esperibilità), sia rispetto all'orientamento naturale degli oggetti (paragrafo II.2) che alle D dello spazio ambientale (paragrafo II.3).

Se è corretto scorgere alla base delle analisi presocratiche questo continuo riferimento alla fenomenicità dell'esperienza, si può anche ipotizzare che i caratteri (e nella fattispecie le polarizzazioni di contrarietà) trattati da questi autori come caratteri fondamentali dell'esperienza, non siano validi all'interno di una teoria, ma siano valide descrizioni dell'esperienza fenomenica.

La verifica sperimentale della visibilità dell'opposizione pari-dispari e delle 10 contrarietà pitagoriche che affronteremo con gli strumenti della fenomenologia sperimentale della percezione e l'atteggiamento osservativo del realista ingenuo (paragrafo III.4), non ha dunque nulla a che vedere con una analisi critico-formale della teoria. Il nostro interesse è verificare se la contrarietà pari-dispari, enunciata guardando a quelle particolari configurazioni che sono gli gnomoni, poggia sul riconoscimento di proprietà dell'esperienza sensoriale. Se così è, la plausibilità delle descrizioni là prodotte andrebbe ricercata "oltre" i limiti di un sistema teorico particolare, in quel carattere autoevidente dell'esperienza che rende il mondo condivisibile e che rende condivisibili le sue descrizioni (cfr. Savardi, Bianchi, 1997).

All'interno delle descrizioni presocratiche, la peculiarità dei Pitagorici è di aver riportato alla contrarietà non soltanto la descrizione degli aspetti qualitativi del mondo, ma anche le quantità e in particolare i numeri. La soluzione è stata raggiunta assumendo metodologicamente il medesimo atteggiamento che abbiamo visto assumere dagli altri presocratici, impostato cioè sulla ricerca delle somiglianze tra mondo osservato (cose) e elementi/proprietà indicati come suoi principi. Dei pitagorici si dice allora che *osservarono che tra le cose che sono e che divengono e i numeri* vi sono più somiglianze che tra le cose e gli elementi materiali indicati dai pre-pitagorici (la terra, il fuoco, l'acqua). "Or poiché principi delle matematiche sono i numeri, e nei numeri essi credevano di trovare, più che nel fuoco e nella terra e nell'acqua, *somiglianze con le cose che sono e che divengono* (...) e poiché inoltre vedevano espresse nei numeri le proprietà e i rapporti degli accordi armonici, poiché insomma ogni cosa nella natura *appariva loro simile* ai numeri, e i numeri apparivano primi tra tutto ciò che è nella natura, pensarono che gli elementi dei numeri fossero elementi di tutte le cose che sono, e che

l'intero mondo fosse armonia e numero. E tutte le *proprietà che potevano mostrare*, nei numeri e negli accordi musicali, *corrispondenti alle proprietà e alle parti del cielo*, e in generale a tutto l'ordine cosmico, *le raccoglievano* e gliele adattavano... (Aristotele, *Metaph.* A 5 985b 23. Diels 58. Scuola Pitagorica, p.513).

È proprio perché abbiamo motivo di guardare alla soluzione pitagorica come ad una soluzione ispirata dall'aspetto delle cose che acquista interesse il nesso intrecciato tra qualità-quantità-contrarietà. Ordito dell'intreccio sono le 10 coppie di contrari raccolti da Aristotele nella *Metafisica* (A 5 985b 22).

- 1) limite-illimito
- 2) dispari-pari
- 3) uno-molteplice
- 4) destro-sinistro
- 5) maschio-femmina
- 6) fermo-mosso
- 7) retto-curvo
- 8) luce-tenebra
- 9) buono-cattivo
- 10) quadrato-rettangolo.

Elemento "critico" di questa serie è la coppia pari-dispari (2), contrarietà fondamentale dell'aritmetica ma anche, scopriamo proprio con i pitagorici, della geometria. Come vedremo infatti, per i Pitagorici il numero è numero dotato di una particolare figura, nella fattispecie è quadrato o rettangolo, come descritto nella coppia 10.

Se già nella definizione algebrica le definizioni di parità e disparità sono fondate *sul rapporto* (pari è quel numero divisibile in due parti uguali: $2n$; dispari è quel numero divisibile in due parti diverse: $2n+1$), altrettanto fondata sul rapporto risulta la definizione geometrica del pari e del dispari nei numeri-figura, come la verifica sperimentale (paragrafo IV.4) rivelerà: è nella forma visibile delle rapporti che si manifesta la contrarietà del pari-dispari.

E d'altronde, fuori dalle definizioni formali di rapporto nell'ambito delle matematiche, la nostra esperienza è tanto di rapporti tra *numerosità* (raggruppamenti di unità discrete), quanto di rapporti tra *superfici* e tra *lunghezze*. Questa triplice veste del rapporto, come vedremo (paragrafo

III.2.2), entra sincreticamente nella definizione originaria di numero: la struttura gnomonica pitagorica, infatti, rende figurativamente visibili contemporaneamente rapporti numerici tra unità discrete, rapporti tra superfici e tra linee.

II.2- Il nesso numero-esperienza nelle matematiche antiche

Non è una peculiarità della struttura gnomonica quella di intrecciare i fili della genesi matematica con quelli dell'esperienza: "(...) le espressioni numeriche verbali primitive facevano sempre riferimento a specifiche raccolte concrete - come "due pesci" o "due bastoni" - e (...) solo più tardi una espressione del genere fu adottata convenzionalmente per indicare tutti gli insiemi di due oggetti" (Boyle, trad. it. 1976, p.5).

In questo senso l'affermazione che è corretto ricercare il precursore dell'idea matematica *di rapporto* nell'esperienza di *rapporti tra cose*, può essere verificata, in generale, in una serie di indicazioni che ci provengono dalla storia della matematica antica e non solo rispetto agli gnomoni pitagorici; la peculiarità degli gnomoni è che si tratta di strutture figurali in cui la rapportabilità emerge come *proprietà visiva saliente e contraria* (paragrafo III.4.3).

Raccogliendo il suggerimento di Frajese (1973, pp.1,4) e a partire dall'affermazione che la definizione di punto geometrico come punto privo di dimensioni non è "affatto semplice, né naturale", giacché nell'esperienza ingenua il punto è un granello minuscolo, il percorso attraverso la storia della matematica può essere tracciato come ricostruzione "del passaggio dal punto-granello al punto senza dimensioni".

Il fatto che nelle matematiche preelleniche (egiziana e assiro-babilonese) la geometria venga spesso detta più arretrata dell'aritmetica e dell'algebra (Neugebauer, 1952) dipende dalla constatazione che, più che per le quantità, "gli enti geometrici restano, per dir così, attaccati alla materia. (...) ad esempio, si parlerà di una tavola rettangolare anziché di un rettangolo, di una vasca circolare, anziché di un cerchio". In questo senso -continua Frajese (1973, p.5) - "é stato *felicemente* detto che nelle matematiche pre-elleniche la geometria è quasi *ancella* dell'aritmetica, nel senso che i suoi problemi offrono un pretesto per eseguire calcoli aritmetici (o algebrici)."

Dalla prospettiva che qui stiamo cercando di portare in primo piano, l'asservimento della geometria all'aritmetica ha proprio il carattere della fondazione: i calcoli aritmetici (o algebrici) non trovano, nella geometria, "il pretesto" per svilupparsi, quanto invece il luogo dell'esperienza (quello delle forme, delle grandezze, delle lunghezze, dei volumi... visibili come proprietà, grandezze, lunghezze e volumi delle cose) su cui fondare la descrizione di leggi numeriche, oggetto dell'aritmetica e dell'algebra.

Già la matematica egiziana si sviluppa interamente nell'ambito delle applicazioni. Nei papiri, in cui essa viene narrata, non vi è traccia di uno sforzo dimostrativo logico-formale; viene semplicemente indicato *come applicare* il calcolo per la stima quantitativa di *aree* di terreni, *volumi* di ammassi di grano, *rapporti* tra parti di miscele... Se, in questa prima constatazione, si riconosce il vettore che conduce dalla visibilità delle quantità al numero, nella forma del sistema notazionale si ritrova un indizio del vettore inverso: dalla visibilità del numero (inteso qui come segni che lo descrivono) alla visibilità della quantità. Come per tutti i sistemi notazionali non posizionali, infatti, anche per quello egiziano è corretto dire che la quantità viene *rappresentata* dalla notazione numerica: vi è un segno per le unità; un segno diverso per indicare quel valore di quantità che occupa il gradino successivo, le decine; un altro segno per le centinaia... ed è la *giustapposizione di segni* dello stesso tipo o di tipo diverso - ma sarebbe più esatto dire il loro *accumulo* - a *rappresentare*, sia nella notazione, sia visivamente *l'accumulo di quantità*.

Di particolare interesse per i discorsi che qui stiamo sviluppando è poi il fatto che nel sistema di calcolo egiziano, per un numero molto limitato di frazioni (rapporti), il linguaggio ordinario renda disponibili termini "propri". Sono quelle frazioni che possono essere definite *naturali* (Van Der Waerden, 1963, p.19), in quanto esprimono quei rapporti che hanno un valore "ecologico" (nell'accezione Gibsoniana), che non raccontano rapporti *computati* tra numeri, ma rapporti *fenomenicamente dati*: $1/2$, $1/3$, $2/3$, $1/4$, $3/4$, $1/6$ e $1/8$ corrispondono cioè ad esperienze di rapporti che sono direttamente osservabili.

Che l'informazione di un *rapportabilità tra le grandezze* (siano esse continue o discontinue) sia realmente primitiva non sfugge al realista ingenuo. Di un quadro si incontra la sua qualità di essere *quadrato* (nel senso che ha lati di uguale lunghezza), *quasi quadrato* (rapporto tra le

lunghezze dei lati vicino a 1) o *per nulla* quadrato (giacché un suo lato è lungo tre volte l'altro), con la stessa immediatezza con cui si vede che ha una cornice opaca i cui colori mal si adattano con le tinte della tela o che non è allineato con il quadro che gli è accanto. A questo livello il rapporto viene constatato (non computato) allo stesso modo in cui si constataano gli altri aspetti che definiscono la scena. Quest'esperienza diretta dei rapporti, così come accade per le quantità cardinali (Legrenzi, 1971; Luccio, 1983; Massironi, 1989; Miscevic, 1996; Poser, 1996; Rugelj, 1996), non fa uso di tutti i valori della serie numerica. I pochi rapporti quantificabili "ad occhio" (visibili) sono probabilmente gli stessi che abbiamo descritto come "frazioni naturali" nel sistema numerico degli egiziani.

Una breve nota: un altro volto di questa relazione numero-esperienza si ricava dagli scritti degli astronomi indu, che scrivevano in versi, sostituendo i termini numerici, troppo rigidi e prosaici, con altre espressioni. Il criterio seguito per la scelta di queste espressioni è ancora una volta quello di collegare il valore numerico a *qualcosa* che rappresenta la quantità descritta dal numero: accanto a riferimenti mitologici (per cui al posto di tre si ricorre al termine *fuoco* perché la mitologia narrava di tre fuochi o a *fratelli* perché Rama aveva tre fratelli), si incontrano anche riferimenti a "cose" come *luna* al posto di uno, perché c'è solo una luna, o ad *occhi*, *ali*, *braccia* per indicare "due". È facile riconoscere che le cose scelte per dare indicazione di numerosità sono cose in cui l'informazione di quantità è effettivamente molto satura: tra le qualità che l'occhio incontra osservando la luna, figura semplice, grande, rotonda o a falce, ma sempre ben distinta tra le altre presenze nel cielo, vi è sicuramente quella quantitativa del suo essere una; così come la proprietà dell'esser coppia satura l'esperienza percettiva di ali, braccia e occhi.

III.2.1 - Le origini della matematica greca: il vincolo pitagorico numero-figura.

La relazione esperienza-numero si riflette nella matematica greca almeno a due livelli: uno, più generale, ha a che vedere con il complesso delle matematiche; l'altro è più specificatamente legato ai numeri figurati usati dai pitagorici.

Iniziamo brevemente dal primo livello: del complesso delle matematiche greche (Proclus on Eucl. I, p.38. 8-12. Arist. *Phys.* ii. 2, 194 a8) fanno parte, da un lato, aritmetica e geometria, dall'altro tutte quelle branche della matematica (e sono molte!) che hanno a che fare con gli oggetti sensibili: la geodesia (che concerne la misurazione pratica di superfici e volumi, non di un cono o di un cilindro in quanto tali, ma di coni e cilindri reali, come per esempio cumuli per i coni e pozzi o serbatoi, per i cilindri); la canonica (la teoria degli intervalli musicali); la logistica (il calcolo di operazioni compiute su oggetti: divisione di nocchie, stima del peso di una statua...); la meccanica; l'astronomia (rivolta alla misurazione del tempo attraverso meridiane, la posizione del sole, della luna e delle stelle), l'ottica (che si occupa di spiegare perché le cose appaiono di diverse dimensioni e forme in funzione della loro posizione e della loro distanza; le leggi della riflessione della luce e la teoria degli specchi, ed è propriamente la catoptrica; la prospettiva, applicata alla rappresentazione). È evidente che tutte queste scienze hanno come referenti fenomeni osservati, comportamenti degli oggetti sensibili. In quest'accezione si sviluppano a partire da quei "problemi pratici" che abbiamo incontrato come punto di partenza anche delle matematiche egiziane, pur raggiungendo, poi, con i greci, livelli di soluzione formale molto evoluti.

Il fatto che l'aritmetica e la geometria- *i.e.* ciò che concerne propriamente la teoria dei numeri e delle figure - siano separate dalle scienze matematiche che hanno a che fare con oggetti sensibili, non significa che *solo* queste ultime facciano i conti con le qualità percettive dell'esperienza (e siamo così passati a trattare del secondo livello della relazione esperienza-numero). Nella teoria Pitagorica il numero è così *intimamente connesso* alla figura, da poter sostenere, con Cambiano (1985, p.86), che "*la figura non ebbe iniziale e consapevole scissione dal numero. (...) per caratterizzare questo aspetto del Pitagorismo Abel Rey coniò il termine aritmo-geometria, ma sarebbe forse più corretto parlare di una corrispondenza generale tra numero ed entità costitutive del mondo, e quindi anche figure. Il numero pitagorico presupponeva la sua raffigurabilità con punti individuati empiricamente mediante sassolini. Con questi numeri figurati potevano essere costruite serie (...). Questa relazione tra unità e punto, estesa a quella tra due e linea, tre e superficie, quattro e solido, nel caso di un Pitagorico come Eurito, ossia ancora verso la fine del quinto secolo, avrebbe coinvolto anche altri tipi di entità. Egli*

riteneva possibile indicare il numero del cavallo e dell'uomo, forse mediante costruzione con sassolini fissati nei punti chiave della struttura dell'oggetto, *indipendentemente dalle dimensioni dell'oggetto stesso.*"

"Ricollegandosi alla tradizione ionica del problema della materia, i Pitagorici avevano cercato di spiegarne la natura immaginando che la sostanza primitiva di Anassimandro (...) si condensasse intorno a dei centri monadici, che per ogni specie di materia presenterebbero una certa configurazione caratteristica. In questo senso *le cose sono «numeri»*, cioè gruppi di punti, o corpuscoli, aventi una certa estensione, e disposti secondo un certo ordine geometrico: *dalla quantità e dall'ordine* di codeste particelle costituenti, la materia stessa *ritrae le sue proprietà*. E pertanto il numero *è, nella sua vera accezione*, «numero figurato», triangolare, quadrato o rettangolo, ecc., le cui unità o «monadi» sono, ad un tempo, punti geometrici e fisici." (Frajese, 1963, p.14-15).

È evidente che il riferimento al dato sensibile, qui, va inteso in modo diverso da quanto abbiamo visto accadere per l'astronomia, la logistica, la meccanica... Il fatto che nella teoria Pitagorica dei numeri, i numeri figurati consistano effettivamente in un *certo* numero di elementi (sassolini) non è il dato rilevante. Essi servono innanzitutto a dare *presenza sensibile al numero* che, appunto perché figurato, è composto di unità ordinate in composizioni osservabili. Sono le proprietà strutturali, figurali, della configurazione ciò che invece conta, *"indipendentemente dalle dimensioni dell'oggetto stesso"*, come si legge nel passo citato. Sottolineiamo questa citazione perché chiarisce che l'attenzione è *all'aspetto qualitativo del numero*, alla forma osservabile della numerosità, prima che al suo valore numerico.

Ponendo questo vincolo iniziale numero-figura, le serie numeriche vengono poi costruite sulla *somiglianza tra figure*. Ciò vuol dire che dalla somiglianza percettiva viene fatta discendere la somiglianza tra specie di numeri. Si può quindi affermare che *la struttura percettiva determina la struttura formale della matematica*, già in questo senso. Parlare di numeri pari, per esempio, significa riferirsi ad una serie di numeri che *si assomiglia* nel senso geometrico del termine (come discenda precisamente la serie aritmetica dalla somiglianza geometrica, lo vedremo dettagliatamente nel prossimo paragrafo).

Giunti a questo punto si comprende forse meglio che cosa significhi affermare che oggetto di questa aritmo-geometria sono le

caratteristiche qualitative dei numeri, a prescindere dalla loro entità numerica quantitativa; per esempio, oggetto dell'aritmogeometria è la *divisibilità per due* dei numeri pari indipendentemente dal fatto che il numero in questione sia 4 o 322. Che si debba guardare all'aritmetica greca in questi termini, risulta molto chiaro dal *Gorgia* di Platone (451 a-c) in cui si specifica che oggetto di interesse di questa scienza sono le *qualità generali del pari e del dispari*, non l'aspetto quantitativo di ciascun numero, che invece è proprio ciò che conta nelle operazioni di calcolo e quindi per la logica: numeri quantitativamente anche molto diversi (4, 9, 256...), ma che hanno la qualità comune d'appartenere ad una stessa *specie* (numeri quadrati, nell'esempio), sono trattati per le loro caratteristiche di specie e non per le quantità individuali.

Uniamo alle considerazioni sin qui fatte l'affermazione che peculiare della matematica greca, tra le matematiche antiche, è l'esigenza dimostrativa. Si chiarisce immediatamente che il significato di dimostrare è in questa fase originaria proprio quello di ostendere, di "mostrare": da qui la genesi geometrica. Anche gli *Elementi* di Euclide, che pur rappresentano il culmine della sistematizzazione formale, e si presuppone quindi il salto ad un altro piano di dimostrabilità, rimangono di fatto impregnati di definizioni ostensive (cfr. Bozzi, 1989, p.79).

III. 2.2 - La connessione figura-numero fondamentale nello schema pitagorico del pari-dispari

Soffermiamoci ora in particolare sulla definizione di numeri pari e dispari; questa distinzione viene introdotta dai Pitagorici Primi proprio come *contrarietà*: l'essere *pari* o *dispari* vennero indicate precisamente come due *qualità contrarie* dei numeri (Frajese, 1960, p.15; p.57; 1952, p.34), come d'altronde emerge anche dall'averle inserite nella serie citata, accanto ad altri nove evidenti contrari.

Nello schema dei 10 contrari pitagorici (cit. a p.52) i numeri dispari sono i numeri che hanno figura quadrata, i cosiddetti *numeri quadrati*; i numeri pari sono i *numeri rettangoli*. Come si giunge a questa corrispondenza numero-figura?

È familiare anche a noi, oggi, l'espressione numeri quadrati (mentre non parliamo di numeri rettangoli): quattro è il quadrato di due; nove il quadrato di tre, sedici il quadrato di quattro, e così via. Sono i numeri che si ottengono come prodotto di due fattori uguali, cioè come

prodotto di un numero per se stesso (2×2 ; 3×3 , $4 \times 4...$). Questo dei numeri quadrati è probabilmente uno dei pochi luoghi in cui rimane ben riconoscibile, nella nostra descrizione dei numeri, il nesso numero-figura.

Se si “materializzano” i numeri quadrati, per esempio con dei sassolini, al modo dei Pitagorici, si osserva che la configurazione più congeniale a raffigurarli è quella che si ottiene disponendo le unità a formare un quadrato. Così, le configurazioni qui di seguito riportate (Fig.28) sono delle buone configurazioni per i numeri quadrati 4, 9, 16. Non si tratta, è chiaro, delle uniche rappresentazioni possibili, ma di quelle che *strutturalmente sono più adatte a rappresentare* ciò che questi numeri quadrati sono, cioè prodotti di fattori uguali (rispettivamente 2×2 , 3×3 e 4×4). L’espressione “numero quadrato” proviene proprio da questa somiglianza del numero che ha tale identità strutturale con il quadrato geometrico.

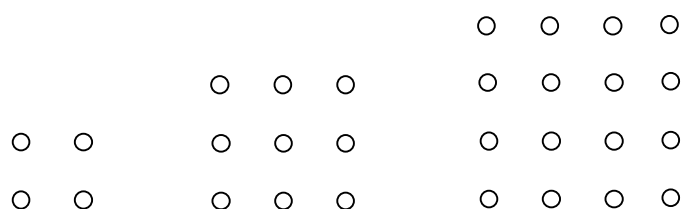


Fig. 28 - Esempificazione dei numeri-figura quadrati

Sull’altro fronte, i numeri non quadrati venivano detti nell’antichità *eteromechi*, espressione che esattamente significa “a lati disuguali” e che viene tradotta con “numeri rettangoli” o “oblunghi”. I numeri non quadrati sono infatti numeri nei quali i fattori moltiplicati sono numeri disuguali (2×3 ; 3×5 ; $8 \times 4...$), condizione che si riflette, nella figura, nella lunghezza disuguale dei lati. Giunti sin qui abbiamo giustificato la definizione dei numeri quadrati come quadrati e dei numeri non quadrati come rettangoli, ma non abbiamo ancora spiegato la definizione pitagorica dei numeri pari come rettangoli e dei numeri dispari come quadrati. E per di più è facile accorgersi che nella serie dei numeri quadrati vi sono tanti numeri pari quanti numeri dispari: limitandoci solo ai primi numeri della serie: 1, 4, 9, 16, 25, 36... l’alternanza è esattamente di un numero pari e di un numero dispari.

Come si arriva, allora, a giustificare la restrizione del campo dei quadrati ai soli dispari? Introducendo, accanto a descrizioni geometriche, descrizioni aritmetiche di *computo*. Da un numero quadrato si passa al numero quadrato successivo addizionando un numero dispari, proprio secondo la successione della serie dei numeri dispari (é la cosiddetta legge dei quadrati). Il punto di partenza è rappresentato dall'unità (1):

$$\begin{aligned} 1 + 3 &= 4 \\ 4 + 5 &= 9 \\ 9 + 7 &= 16 \\ 16 + 9 &= 25 \\ 25 + 11 &= 36 \end{aligned}$$

Se invece addizioniamo tra loro i numeri pari successivi, partendo dal primo numero pari (2), non otteniamo numeri quadrati, ma numeri rettangolari. Per esempio:

$$\begin{aligned} 2 + 4 &= 6 \\ 4 + 6 &= 10 \\ 6 + 8 &= 14 \end{aligned}$$

Non che queste *regole compositive* dei numeri siano state scoperte dai Pitagorici; delle *formule algebriche* che descrivono queste regole si trova già chiara traccia nella matematica babilonese. Dei Pitagorici è la responsabilità di averle *rese geometriche*, di aver sostituito l'algebra babilonese con un'algebra geometrica (Van Der Waerden, 1963, p.119 seg.).

E allora, se si traduce a livello figurale la regola che consente di passare da un numero quadrato al successivo (Fig. 2), risulta evidente che per passare da un quadrato di lato n a quello immediatamente più grande si può procedere aggiungendo una fila di punti attorno a due lati del quadrato originario. Quindi è necessario aggiungere un numero dispari di unità, in particolare $2n + 1$, cioè due file di punti corrispondenti alla lunghezza del lato originario n (dunque $2n$) più una unità posta al vertice del nuovo quadrato. *Ciò che si aggiunge è lo gnomone*. Se si compone la successione degli gnomoni a partire dal primo numero quadrato, si osserva

che la serie di questi *gnomoni quadrati* è proprio la serie dei *numeri dispari* (Fig.29).

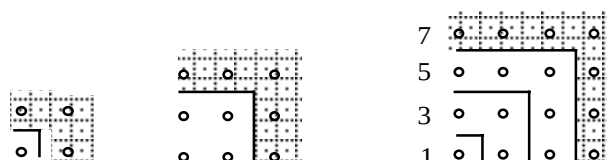


Fig. 29 - La serie dei numeri quadrati ottenuta per accrescimento gnomonico: descrizione geometrica e algebrica

Possiamo a questo punto spiegare la figurazione dei numeri dispari con il quadrato e quindi la corrispondenza dispari-quadrato nelle coppie di contrari.

Similmente si può rendere geometricamente visibile la struttura gnomonica che soggiace alla costruzione dei numeri rettangolari o oblungi (Fig.30). Si rende in questo modo evidente che i numeri coinvolti sono numeri pari. Di qui la corrispondenza pari-rettangolo.

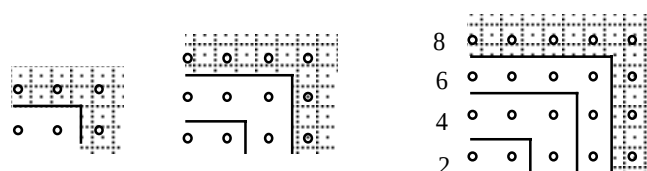


Fig. 30 - La serie dei numeri rettangoli ottenuta per accrescimento gnomonico: descrizione geometrica e algebrica

Una parentesi: facciamo notare, fatto mai sottolineato in questi termini, che questo meccanismo costruttivo è fortemente *impostato dalla*

relazione percettiva. La regola di costruzione delle due serie è infatti decisa:

i) dall'identità figurale dell'uno e del due. La scelta del quadrato e del rettangolo come figure-base non è arbitraria, ma vincolata alla *forma* dei primi numeri naturali: dell'unità (1), che è il punto, il cerchio, un'unità descritta figurativamente da due dimensioni uguali (figura quadrata); e della coppia (2), che percettivamente si organizza in modo naturale sull'asse orizzontale e che definisce una forma rettangolare in cui base è la distanza tra le due unità e altezza, l'altezza dell'unità.

ii) dall'unificazione figurale, che guida l'aggiunta di unità nella costruzione della serie. La soluzione di aggiungere un numero dispari di unità, nel caso dei numeri quadrati, costruendo così la serie dei numeri dispari, e la soluzione di aggiungere un numero pari di unità nel caso dei numeri rettangoli, costruendo la serie dei pari, è richiesto *non* da una regola *a priori*, ma da un vincolo figurale, cioè dalla necessità di garantire la conservazione dell'identità della figura.

Così, per esempio, nel caso dell'accrescimento del numero-figura uno (Fig. 31): la necessità di aggiungere, accanto all'unità che accresce la base (B) e all'unità che accresce l'altezza (A), una terza unità che disegna il vertice (C) - e cioè un numero dispari di punti, esattamente 3- è interamente determinata dalla forma della figura iniziale e dal vincolo alla costruzione di una figura simile. La regola quantitativa dell'accrescimento, cioè, è geometrica. Che il computo delle unità aggiunte nell'uno e nell'altro caso sia la serie dei numeri pari e dispari è un *post hoc* e non una regola formulata *a priori*.



Fig. 31 - Vincoli figurali all'accrescimento dell'unità secondo lo gnomone: l'aggiunta delle unità A, B, C alla prima unità prende la forma di un quadrato in funzione della struttura figurale dell'uno (primo numero della serie dei numeri quadrati o dispari).

Questo sistema di accrescimento gnomonico è alla base della costruzione non solo dei numeri quadrati e rettangoli, ma dei numeri poligonali in generale: in tutti i casi vale l'affermazione che la regola accrescitiva è determinata da un'esigenza di unificazione figurale. Ricordiamo che lo gnomone è, nella sua dizione originaria, la trasformazione visibile del passare del tempo, mediante la variazione della proiezione dell'ombra di un'asta conficcata nel terreno, al cambiare della posizione del sole nel cielo. A questa configurazione si può ricondurre la caratteristica gnomonica di rappresentare un angolo retto.

Indipendentemente dalla serie numerica specifica, la peculiarità dello gnomone è dunque quella di consentire la *costruzione di successioni di figure di cui è garantita la reciproca somiglianza*. In altri termini, l'invarianza di forma è la condizione su cui costruire *visibilmente* la serie dei numeri.

Riprendiamo ancora brevemente un passo del *Menone* di Platone che, pur successivo alle definizioni pitagoriche di parità e disparità, rappresenta un'altra delle conferme evidenti della centralità, nella matematica greca, della visibilità del rapporto e che in particolare riporta il rapporto tra figure al rapporto tra lunghezze dei lati (aspetto che ampiamente riprenderemo nelle prossime pagine). Nel Dialogo citato, viene chiesto al servo di risolvere un compito di *raddoppiamento dell'area di un quadrato* di lato l'unità (cfr. Fig. 32: AB). Le soluzioni che Platone presenta come quelle ingenue, spontanee, sono vincolate all'aspetto percettivo del resto. Passano infatti attraverso ipotesi di accrescimento senza resto (cfr. Frajese, 19763, p.22, Fig. 8), rispettando tra l'altro la forma di ancoramento delle figure usata dalle serie gnomoniche dei Pitagorici (al vertice A).

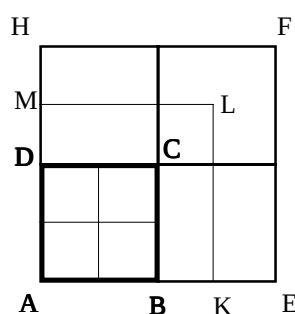


Fig. 32 - Figura che rappresenta il compito platonico e le prime due soluzioni indicate per risolverlo.

La prima ipotesi avanzata è quella di un quadrato di lato $2AB$ (AEFH); ma la sua area, senza resti, è quattro volte quella iniziale. La successiva soluzione (AKLM) viene ricercata in una lunghezza del lato intermedia (AK), ricorrendo quindi ad un sottomultiplo della lunghezza iniziale (BK). La soluzione finale, corretta (BNOD, illustrata in Fig.33), è trovata ancora a livello geometrico: è una dimostrazione che può fare affidamento sull'evidente raddoppiamento dell'area vs. una soluzione algebrica, che richiede la nozione aritmetica di incommensurabilità.

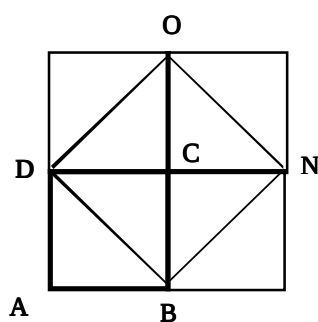


Fig.33 - Figura che rappresenta la soluzione corretta del compito platonico

La non immediatezza di questa terza soluzione, benché geometrica, sta nel fatto che richiede la trasformazione dell'orientamento della figura iniziale, mentre in modo più immediato, tende ad essere cercato il raddoppiamento della figura:

- i) conservando l'orientamento iniziale
- ii) ricorrendo all'evidenza del rapporto, risolto nel margine della figura (lati): la soluzione che ricorre al sottomultiplo è successiva alla prima, che invece trasferisce direttamente il raddoppiare sul rapporto tra i lati.

La definizione di commensurabilità/incommensurabilità aritmetica, che scaturisce da questa dimostrazione, si vede allora qui affiancata a due volti della commensurabilità geometrica:

a) la prima è la rapportabilità visibile *tra figure multiple*, in cui si ha un rapporto senza resto percettivamente saturo, perché l'unità di misura comune -richiesta dalla definizione di commensurabilità- è direttamente una delle due grandezze confrontate;

b) la seconda è la rapportabilità visibile tra figure in cui l'evidenza del rapporto senza resto è *affidata a sottomultipli facilmente riconoscibili* come forme sottomultiple della figura iniziale; ma qui il giudizio di rapportabilità mantiene già in grado minore il suo carattere di immediata evidenza.

È evidente che in entrambi i casi la rapportabilità tra aree è percettivamente ancorata e risolta nella rapportabilità tra le lunghezze dei lati delle figure: multipli esatti nel primo caso, sottomultipli nel secondo.

Siamo ora in grado di tirare le fila di diversi rimandi sin qui incontrati alla *rapportabilità visiva*: abbiamo constatato, con il realista ingenuo, che essa fa parte dei fatti direttamente osservabili in una scena (p.217), che nella matematica egiziana si segregano dalla matematica e si riportano al linguaggio comune alcuni rapporti immediatamente percepibili (p.260 e seg.), che la serie degli gnomoni si fonda su rapporti di somiglianza visibili tra serie di figure che condividono una struttura geometrica invariante (p.263 e seg.) e che la rapportabilità vista è ancora la condizione invocata per risolvere la definizione della commensurabilità.

Se tutte quelle sin qui presentate sono tracce sparse di un nesso che lega origini del numero e rapportabilità, in un recente contributo alla ricerca delle origini della matematica, Zellini (1996) ha espressamente avanzato la tesi che all'origine della matematica antica, e greca in particolare, sia la definizione dell'idea di *rapporto*, nelle due accezioni ammesse dal greco, *logos* oppure *diastema*: "Aver scoperto la possibilità di mettere in relazione reciproca due numeri o due grandezze attraverso un rapporto è stato in effetti uno degli atti più rivoluzionari e decisivi per la storia della civiltà, perché da esso sono dipesi non solo gli ulteriori sviluppi della matematica e del concetto di numero in particolare, ma il modo più generale di concepire la possibilità di *raccogliere* (conformemente al significato del greco *legein* o del latino *colligere*), e quindi di legare tra loro con una *misura* le grandezze astratte della matematica o le grandezze osservabili in natura: figure geometriche, numeri, cicli astronomici, intervalli musicali, superfici di terreno, spazi riservati ai templi o alle scene rituali.(...) il termine *diastema* era usato

nella teoria musicale e voleva dire «linea retta» o «lunghezza». Una «linea retta» era più propriamente un segmento o un intervallo limitato di retta, individuato da due punti o due numeri tra i quali si doveva stabilire un rapporto, che era di nuovo chiamato *diastema*.

(...) *logos* denota innanzi tutto l'operazione del raccogliere, del fare una scelta, del riunire, del radunare. Di qui il significato di *logos* come «calcolo» o «computo», e quindi come «relazione», «corrispondenza» e «rapporto» (Zellini, 1996, p.4-5).

La rapportabilità osservata tra lunghezze di segmenti (*diastema*) o tra raggruppamenti di quantità discrete (*logos*) a cui Zellini fa riferimento, è esattamente quella *rapportabilità percepita* che si può osservare anche tra le figure costruite per accrescimento gnomonico.

In particolare, ed è l'ipotesi che la ricerca sperimentale che seguirà (paragrafo III.4) intende verificare la condizione minima in cui la rapportabilità si rende incontrabile visivamente *all'interno dello gnomone* è nel confronto tra le lunghezze dei segmenti (*diastema*) che costituiscono il margine dello gnomone e che coincidono con i lati adiacenti della figura.

Prima di passare alla presentazione della ricerca sperimentale, cerchiamo ancora qualche giustificazione alla riconducibilità del numero e dei rapporti alle forme della sua visibilità, spostandoci questa volta nei percorsi della psicologia, per contestualizzare nel giusto sistema di riferimento anche il nostro lavoro sperimentale.

III.3 - La psicologia e il rapporto numero-esperienza

Più volte in *Logica e Aritmetica* (1884), Frege mette in guardia la psicologia dall'illusione "di poter (...) contribuire alla fondazione dell'aritmetica" (trad. 1965; p.215). Le intromissioni della psicologia nella matematica che Frege ha in mente sono quelle che confondono basi logiche del ragionamento e condizioni interne o esterne del modo in cui esso è stato condotto. Descrivere il processo psicologico attraverso il quale si giunge al concetto di numero non significa avere in mano una definizione di numero. In questa accezione la psicologia "é lontana dall'aritmetica non meno di quanto sia lontana dall'astronomia. Come questa non studia le rappresentazioni dei pianeti, ma i pianeti stessi, così pure l'aritmetica non si limita a studiare le rappresentazioni" (trad. 1965, p.259). Contro la tesi empirista, per Frege mostrare che il percorso

genetico che conduce al numero prende le mosse dall'esperienza di una *numerosità empirica* (Schröder, 1873, pp. 6, 10; Mill, 1904, lb. 3, cap. 24, §5, Husserl, 1891) è un'affermazione semmai "utile a scopi didattici", ma non ha a che vedere con la definizione dei fondamenti della matematica, i quali sarebbero logici e non psicologici né empirici.

Pur nel suo estremo tentativo di logicizzare la matematica, Frege non nega che il numero si incontri con l'aspetto delle cose, con il loro essere singole o variamente aggregate, uniche o molteplici... L'incontro avviene però sul piano dell'applicazione e non della genesi, della fondazione. Dovendo essere garantito un "certo nesso" tra l'unità-concetto e l'unità constatabile, come condizione dell'enumerazione; accanto alle definizioni formali per l'unicità, l'indivisibilità logica, l'uguaglianza e la distinguibilità (i quattro requisiti dell'unità-concetto) Frege ritrova negli oggetti dell'esperienza i corrispondenti attributi: l'unitarietà, l'indivisibilità, l'identità e la discernibilità, caratteristiche visibili dei fatti che consentono di applicare i numeri alle cose. E la portata delle descrizioni fregeiane non hanno nulla da invidiare a quelle che potremmo definire osservazioni fenomenologiche sull'unità: "Un oggetto è tanto più idoneo a venir concepito come entità a sé, quanto più le differenze tra le sue parti costituenti si mostrano irrilevanti rispetto alle differenze tra esso e ciò che lo circonda: ossia quanto più la connessione interna risulta preminente su quella dell'ambiente" (trad. 1965; p.265).

E allora, se "per qualificare come soddisfacente una definizione logica dell'unità e del numero è necessario che essa sia congegnata in modo da rendere possibile l'operazione del contare, è innegabile che il problema delle unità empiriche, osservabili ed enumerabili, assume un ruolo centrale in rapporto a tutta la questione della fondazione del numero." (Bozzi, 1969, p.46). Nella definizione di unità matematica, c'è insomma una necessità percettiva, se non riconosciuta direttamente nella *genesì* del concetto, almeno come *condizione* della sua referenza alle cose.

Lontani dal voler risolvere questioni di genesi storica, una parte della psicologia di questi ultimi decenni si è interessata dell'aspetto "empirico" della numerosità. Giacché non si può negare l'evidenza che l'unità e la molteplicità entrano a far parte della nostra esperienza percettiva delle cose, negare che si possa parlare di numerosità sul piano percettivo ha voluto fondamentalmente dire negare che questa evidenza è

data *direttamente* nella percezione, considerandola piuttosto l'applicazione di un'inferenza, un'associazione... generatasi altrove e soltanto ritrovata applicata nel percetto. Era quest'ultima la posizione storicamente introdotta dall'elementarismo di Hume (1888) e che la psicofisica Helmholtziana (1878) aveva sostenuto, a partire dall'affermazione che il materiale grezzo su cui si identifica quella che chiamiamo "realtà" è in verità soltanto un aggregato di sensazioni elementari, organizzate da elaborazioni compiute da facoltà dell'uomo. È evidente che, in questo contesto, non ha senso parlare di unità come proprietà dell'esperienza percettiva immediata: unità sarebbe soltanto "un nome puramente fittizio che lo spirito può applicare a ogni quantità d'oggetti che egli mette insieme" (Hume, 1898, trad. it. 1926, p.51). Così un libro può essere uno, o quattrocento pagine, o migliaia di righe o decine di migliaia di parole...

Negare all'unità (e conseguentemente alla numerosità) la genesi diretta nell'esperienza, presentandola invece come corrispettivo di una definizione primariamente logica significa sostenere che l'esperienza dell'unità si articola in due tempi; la segregazione dell'oggetto dall'ambiente circostante (unità *percepita*) sarebbe cioè successiva alla *concezione* di quel fatto come unità; posizione sostenibile sul piano logico, ma di cui non c'è traccia sul versante dell'esperienza. "Il significato entra in interi già isolati", osservava più fenomenologicamente Kohler (1929), ribaltando l'ordine di comparsa dell'identificazione del significato dell'oggetto sulla sua identificazione percettiva: osservando un oggetto che si avvicina a noi uscendo dalla nebbia, la segregazione di un'unità percettiva, per quanto sfumata e poco nitida, anticipa il riconoscimento dell'oggetto come "un gatto randagio"; così come l'identificazione di più unità percettive separate, nelle stesse condizioni, anticipa l'identificazione di "molti gatti randagi".

Un trentennio di ricerche cognitive sul *subitizing*, cioè sulla possibilità di un quantificare percettivo, diretto, immediato, accanto ad un quantificare conseguente ad operazioni di conteggio (Miscevic, 1996; Rugelj, 1996; Poser, 1996) sembrano confermare sperimentalmente l'esistenza di una numerabilità non computata, fino al punto da indicarne i processi responsabili.

III.3. 1 - Le origine aritmogeometriche del numero nell'ottica di Piaget.

Il nesso che lega lo sviluppo dell'idea di quantificazione e di quantità alle forme percettive della realtà, traspare anche dalla genesi dell'idea di numero nello sviluppo ontogenetico, come hanno ampiamente dimostrato Piaget e Szeminska (1941).

L'analisi Piagetiana ha messo in luce in modo molto evidente che la genesi del numero nel bambino prende avvio da un primo stadio in cui il giudizio di quantità è fondato e rimane strettamente vincolato alle *relazioni visibili* tra lunghezze, forme, o dimensioni: tra due quantità di liquidi, tra due gruppi di oggetti disposti secondo una certa organizzazione, tra due masse di diversa forma, tra due file di oggetti... Origine filogenetica e origine ontogenetica trovano allora il loro primo chiaro luogo di incontro sul terreno della *visibilità*.

Lo stesso accade sul fronte della *rapportabilità*, indicata da Zellini (1996) come condizione fondativa del numero. Le tappe successive dello sviluppo dell'idea di numero, sono di fatto identificate sui diversi modi in cui il bambino risolve la descrizione di rapporti. Che cosa sta facendo, infatti, il bambino quando, di fronte a due bicchieri contenenti una stessa quantità di liquido, ma uno alto e stretto e uno largo, dà il suo giudizio di quantità? Sia se lo fa guardando solo al livello dell'acqua nei due bicchieri e confrontando quindi semplicemente le altezze dei due liquidi, sia quando tiene conto contemporaneamente di più dimensioni (altezza e larghezza dei bicchieri), è evidente che sta *quantificando dei rapporti* (uno o più) che egli constata nei fatti sotto osservazione. Tutta l'analisi presentata nel testo "La genesi del numero nel bambino" (1941) può essere letta come indagine delle capacità del bambino di risolvere quantitativamente forme di rapportabilità osservate.

Ancora nel testo citato di Piaget e Szeminska, deriviamo una terza indicazione di convergenza, che riguarda in questo caso non la visibilità, né la rapportabilità ma precisamente *l'aritmo-geometria*. è un'indicazione che scopriamo là dove l'analisi delle quantità si concentra propriamente sulle quantità discontinue.

Gli Autori precisano infatti che al primo livello della genesi del numero, definito stadio dell'intuizione percettiva, il bambino valuta *le quantità discontinue o complessi di elementi*, e cioè l'aspetto che abbiamo detto "arimetrico" nella nostra analisi, "come se si trattasse di *quantità continue, di grandezze spaziali*: dunque egli fonda i suoi giudizi

quantitativi sulla *forma* di insieme del gruppo e sui rapporti globali” (1941, p.128). La quantificazione come calcolo (aritmo-) si innesca, quindi, su un’iniziale considerazione dell’assetto figurale (spaziale, geometrico) che è dato dal modo in cui le unità si organizzano percettivamente agli occhi di un osservatore.

In questo senso si può parlare di una genesi aritmo-geometrica dell’idea di numero, in analogia con quanto è accaduto nella matematica antica. Nel caso del bambino, come nel caso dell’aritmo-geometria pitagorica, la capacità di individuare relazioni resta fortemente vincolata all’aspetto visibile e alla *conservazione della forma* degli oggetti/figura (cioè all’aspetto geometrico) fino a quando la maturazione di un meccanismo di computo su unità discontinue (aspetto aritmetico) affianca a quello geometrico un altro criterio di quantificazione.

III.4 - La contrarietà pari-dispari come contrarietà percettiva: un’analisi sperimentale

Ritorniamo alla questione centrale di questo capitolo: la visibilità della contrarietà pari-dispari, dopo aver guadagnato, in questo lungo excursus introduttivo, da che prospettiva bisogna guardare alle coppie di contrari elencate dai Pitagorici Primi attorno alla contrarietà pari-dispari e raccolte da Aristotele nella *Metafisica* (A 5 985b 22). Ricordiamo l’elenco delle coppie:

- 1) limite-illimito
- 2) dispari-pari
- 3) uno-molteplice
- 4) destro-sinistro
- 5) maschio-femmina
- 6) immobile-mosso
- 7) diritto-curvo
- 8) luce-tenebra
- 9) bene-male
- 10) quadrato-rettangolo.

L’ordine in cui compaiono i membri delle coppie non è casuale né facoltativo; delinea infatti le *giuste corrispondenze* tra le qualità che i Pitagorici ritenevano di dover riferire rispettivamente al dispari (primo

termine di ciascuna coppia) e al pari (secondo termine di ciascuna coppia).

La serie ospita contrari molto eterogenei, alcuni riferiti ad aspetti più qualitativi (maschio-femmina, luce-tenebra, bene-male), altri apparentemente attinenti alla matematica (limite-illimito, dispari-pari, uno-molteplice, quadrato-rettangolo), altri intermedi tra gli uni e gli altri, trattandosi di aspetti qualitativi che descrivono proprietà “fisico-geometriche” (diritto-curvo, immobile-mosso).

Da dove siano state derivate queste dieci coppie non è chiaro, né si ha testimonianza dei criteri a cui è stata affidata la costruzione delle corrispondenze. In letteratura, dove viene compiuto qualche tentativo di ricostruzione, si intravedono spesso percorsi solo abbozzati e comunque molto tortuosi. Alcuni autori come Frajese (1960) hanno sottolineato il carattere di *immediatezza* e di *ovvietà* di alcune di queste corrispondenze, fermandosi però al significato intuitivo di questi termini e lasciando quindi all’affermazione il tono della suggestione, più che della verifica:

“(…) Ad esempio, il buono è dalla stessa parte della luce, il cattivo dalla stessa parte dell’oscurità. Ci duole di dover far presente alle gentili lettrici che dalla parte del buono c’è anche il maschio, e che dalla parte del cattivo c’è la femmina. Evidentemente sono stati uomini quei Pitagorici che hanno stabilito la lista dei contrari: le donne non avevano, a quel tempo, voce in capitolo”. (Frajese, 1960, p.59)

“Al quadrato non è forse più evidente opposizione il cerchio? Il rettangolo è quasi un quadrato allungato” (Frajese, 1960, p.63).

Certamente i termini *pari* e *dispari* si caratterizzano, nella tavola pitagorica, per una chiara polarizzazione del *pari* verso le proprietà negative e del *dispari* verso le *proprietà positive* (per il significato di positivo e negativo vedi il commento al [P8] *Principio di anisotropia della dimensione*): *pari* è illimito, molteplice, sinistro, femmina, mosso, curvo, tenebra, male, rettangolo; *dispari* è limite, uno, destro, maschio, immobile, diritto, luce, bene, quadrato.

Questo dato contrasta con l’intuitiva descrizione che oggi daremmo del pari come positivo e del dispari come negativo (si pensi già soltanto al significato di parità e disparità dei diritti o delle condizioni di vita) si potrebbe pensare. Nella definizione pitagorica della coppia *pari-dispari* convergono allora sicuramente aspetti di tipo culturale (AC) legati alla concezione del mondo del tempo, con aspetti strettamente legati alla

struttura percettiva del numero, che hanno a che fare con le due componenti dell'aritmo-geometria: a) proprietà della numerabilità, che concernono la componente aritmetica, *i.e.* e b) proprietà della forma della matrice dei punti computabili, sia della superficie che del margine (M), e cioè la componente geometrica.

Così, dalla tradizione filosofico-culturale precedente (e in particolare dalle caratteristiche dell'*infinito* di Anassimandro e dell'*aria* di Anassimene) derivano la coppia uno-molteplice, immobile-mosso:

“I Pitagorici antichi traevano fuori i predicati impliciti nell'infinito e nell'aria, e dicevano uno; e traevano fuori i predicati impliciti nella successione temporale e nella variazione delle cose sintetiche e dicevano molteplice (...) Ancora la scuola antica di Pitagora traeva fuori i predicati impliciti nell'infinito (e nell'aria) e nel tempo (e nelle sintesi) e contrapponeva il fermo al mosso, ciò che è in quiete a ciò che è in movimento” (Maddalena, 1954, p.16-17)

Allo stesso modo, dalla tradizione filosofico-culturale precedente deriva la coppia limite-illimitato. L'infinito nel sistema di Anassimandro e l'aria in quello di Anassimene avevano infatti la funzione di *limitare* il dominio definitivo di uno dei due contrari sull'altro, consentendo così il carattere di continua mutevolezza, l'*illimitato* rinnovarsi della successione nel tempo.

Tra i termini della tavola pitagorica, il bene è dalla parte del limite, il male dall'illimito (“il male è proprio dell'indeterminato, come immaginavano i Pitagorici, e il bene del terminato” Aristot. *Metaph.* A5, 987a 9) attribuzione evidentemente legata ad una concezione filosofica di illimitato come indeterminato (caos), più che infinito, accanto ad un'idea di limitato come ordine (cosmo).

Dalla parte del limite troviamo anche la *luce* che “dà colore alle cose”, determinandone i limiti; viceversa l'*oscurità* nega i limiti delle cose e perciò è in corrispondenza con l'indeterminato. Come spiegano Zeller e Mondolfo (1932), che il mosso e il curvo siano messi entrambi in corrispondenza con la polarità dell'imperfezione (quella che ospita il male e l'oscurità nelle coppie suddette) non è di così chiara interpretazione. Infatti la tradizione del tempo e in particolare il Pensiero di Alcmeone riconduceva i movimento innanzitutto agli astri che, perfetti come gli dei, hanno nella fattispecie un movimento circolare, appartenente cioè al genere del curvilineo. D'altra parte il movimento può essere inteso come

mutevolezza, instabilità, contrapposto in questa accezione al movimento degli astri che segue le leggi della stabilità e della costanza. Sembra quest'ultima l'interpretazione seguita dai Pitagorici Primi.

Un ultimo cenno all'opposizione destra-sinistra: interessantissima rispetto al ruolo che l'orientamento spaziale ha nella contrarietà, rivela di essere attribuita alle due serie assecondando un criterio a forte impronta culturale: "avendo ridotto (...) tutte le opposizioni a due serie, quella del peggio e quella del meglio, vale a dire del bene e del male (...) assunsero la destra e la sinistra, (...) perché queste descrivono il bene e il male: usiamo dire infatti «destra natura» e «destra fortuna» per indicare la natura buona e la buona fortuna, e sinistre le contrarie..." (Timpanaro Cardini, 1964, III, p.187).

Accanto a queste corrispondenze ve ne sono altre giustificabili invece sul piano della struttura dei numeri-figura. E che i due criteri possano covariare si rivela bene nella connessione Pitagorica del *dispari*-positivo-finito (o limite) e *pari*-negativo-infinito (o illimitato). Come abbiamo visto la concezione del finito per questi filosofi è positiva ed è legata all'idea di ordine; l'identificazione del *pari* con l'infinito e del *dispari* con il finito, è possibile richiamando direttamente a due rappresentazioni figurali dei numeri *pari* e *dispari* (Fig.34): nel numero *pari*, negativo, la figura rimane aperta, senza un limite, cioè imperfetta, mentre il *dispari* è descritto come positivo, perché la figura è chiusa, incontra un ostacolo e circonda uno spazio limitato (Heidel, 1901, p.384 e seg.).

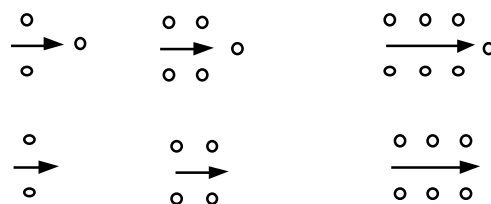


Fig. 34 - Rappresentazioni pitagoriche delle proprietà finito-infinito rispettivamente per i numeri dispari e pari.

Tra le corrispondenze a fondamento figurale è sicuramente anche la corrispondenza *dispari*-quadrato, *pari*-rettangolo sulla quale ci siamo ampiamente soffermati (p.261) dimostrandone il fondamento geometrico e

la giustificazione finale algebrica (p.191) Si osservi che già nella definizione Pitagorica la contrarietà tra quadrato e rettangolo non è definita genericamente sulla forma quadrata e rettangolare, ma in particolare sull'uguaglianza/disuguaglianza dei lati. Nel testo greco di Aristotele, la parola che traduciamo come "*rettangolo*" (eteromeco) significa propriamente "*avente lati disuguali*". Sembrerebbe allora che una proprietà specifica, la forma del rapporto tra lunghezze, sia il fondamento della contrarietà descritta tra le due figure.

La ricerca intende verificare se la percezione di parità e disparità sia vincolabile alla struttura *figurale* dello gnomone utilizzato dai Pitagorici.

In altri termini intendiamo verificare se, come complessivamente l'elenco delle 10 coppie di contrari presentate in *Metafisica* potrebbe suggerire, la riconduzione dell'opposizione pari-dispari allo gnomone rettangolare sia giustificabile solo sul piano della tradizione filosofico-culturale o se invece questo tipo di *strutture visive contengano, da qualche parte della loro identità percettiva, l'informazione di parità o disparità*.

III.4.1 - Ipotesi della ricerca

Ipotesi 1) Usando un differenziale semantico (cfr. Osgood, Suci, Tannenbaum, 1957) impostato sulle coppie indicate dai Pitagorici possono essere discriminate le componenti del profilo semantico del pari e dispari che sono determinate da influenze culturali.

Ipotesi 2) L'associazione pitagorica tra le parole *pari-dispari* e le figure *quadrato-rettangolo* è giustificata dai Pitagorici con le regole del computo gnomonico (descritto a pp.260-261) ed è quindi vincolata fondamentalmente agli aspetti della numerabilità, aritmetici, anche se fondati sulla geometria delle figure. Si può ipotizzare che la corrispondenza tra le due D venga invece fondata da soggetti ingenui sul piano geometrico e non sulla regola di computo (non nota) e in questo senso sarebbe in accordo con il suggerimento di Platone (*Eutifrone*, 12d): associando i numeri *pari* alla figura del triangolo isoscele e i *dispari* alla figura del triangolo scaleno, egli avanza l'idea che la corrispondenza debba essere cercata tra *parità* e uguaglianza dei lati della figura e *disparità* e disuguaglianza dei medesimi. Questa corrispondenza rende visibile sul piano geometrico - e lo fa ad livello intuitivo, come non si astiene dal sottolineare anche Frajese (1963, p.70, nota 1) - la caratteristica

essenziale del numero *pari*, che è quella di essere divisibile per due in modo esatto, senza lasciare resto, e generando nella divisione due metà uguali. Al contrario nel numero *dispari*, la divisione per due genera sempre parti differenti.

Ipotesi 3) Verificata la riconducibilità delle parole-concetto *pari* e *dispari* alla geometria del quadrato e del rettangolo, verificheremo se le *strutture figurali utilizzate dai Pitagorici* siano descritte dai soggetti come contrarie in termini di parità-disparità.

In particolare considereremo separatamente la componente superficie della figura (S) e la componente margine gnomonico (M). Infatti, se è plausibile pensare che le matrici di punti (S), come strutture percettive, siano più informative del carattere di numerabilità di quanto non lo siano i margini, è anche plausibile pensare che questi ultimi siano maggiormente informativi del carattere di *rapporto*, secondo anche quando già discusso nell'interpretazione di Zellini (1996) del significato di *diastema* (p. 266).

E d'altronde, nella stessa connotazione del *pari* e del *dispari* come numeri figurati, il riferimento dei Pitagorici non è *genericamente* al quadrato e al rettangolo, ma *specificatamente* alla *figure a lati disuguali* (eteromechi) versus le *figure a lati uguali*: definizione che sposta l'attenzione sul rapporto tra le lunghezze dei lati. Si noti, peraltro, che le figure usate dai Pitagorici sono matrici di punti paragonabili a quelle usate da Bozzi (1968) per dimostrare il principio di organizzazione della direzionalità. In questa accezione si può trovare un fondamento percettivo all'affermazione che gli elementi salienti della struttura di accrescimento gnomonica siano proprio i due *margini* superiore e destro dello gnomone e che la salienza aumenti per le matrici rettangolari, in cui più accentuata è l'organizzazione percettiva secondo il fattore della direzionalità.

III.4.2 - Metodo

Variabili: Il disegno sperimentale prevede le seguenti variabili indipendenti:

Soggetti: ai due livelli *soggetti matematici* (SoM) - studenti universitari iscritti alla facoltà di matematica - e *soggetti non matematici* (SoNM) - soggetti iscritti a facoltà umanistiche -. La variabile è stata inserita per verificare una possibile influenza dell'*expertise* nel trattamento di questioni matematiche.

Parole: ai due livelli “*pari*” (P) e “*dispari*” (D).

Superfici: matrici di punti ai due livelli rettangolare (SR) e quadrata (SQ) (cfr. Fig.35 a, b). Queste configurazioni sono state utilizzate in conformità alle figure normalmente riportate nei testi che trattano dell’aritmo geometria pitagorica.

Margini (M): le spezzate composte dai lati adiacenti (superiore e destro) componenti il margine gnomonico, ai due livelli rettangolare (MR) e quadrato (MQ) (cfr. Fig.35 c, d).



Fig. 35 - I due livelli della variabile matrice (a,b) e margine (c,d) utilizzate nell’esperimento

Procedura: Ai 66 soggetti (33 non matematici, 33 matematici) sono state consegnate 6 schede, ciascuna relativa ad un livello delle variabili parole (“*pari*”; “*dispari*”), superfici (SQ; SR) e margini (MQ; MR). Ogni scheda conteneva la lista delle *coppie di contrari* indicate dai Pitagorici, presentate come D di un differenziale semantico a cinque punti (da -2 a +2) e l’oggetto a cui il differenziale semantico doveva essere applicato, presentato in cima alla scheda. I soggetti dovevano descrivere l’oggetto (parola, matrice, segmenti) rispetto a ciascuna delle D, indicando il punteggio adeguato.

La posizione delle D all’interno della serie e l’ordine di presentazione dei due poli è stato randomizzato. Allo stesso modo è stato randomizzato l’ordine di presentazione delle 6 schede. Ai soggetti veniva lasciato il tempo necessario alla compilazione.

III.4.3 - Risultati

La verifica della significatività statistica delle differenze tra i punteggi è stata affidata al T di Student, trattandosi sempre dei confronti tra due gruppi di punteggi.

Per la variabile soggetti, sono stati condotti per ognuno dei livelli delle tre variabili (parole=P, figure=F, margini=M) dei confronti a coppie tra i due gruppi (SoM vs. SoNM) rispetto alle singole D (9 per la variabile parole; 10 per le variabili figure e margini), per complessivi 58 confronti.

Per le parole (P), superfici (S) e margini (M) si è proceduto al confronto tra i valori attribuiti, per ogni D del differenziale semantico, ai due livelli della variabile: quindi *pari* vs *dispari* (9 confronti); *superficie rettangolo* (SR) vs. *superficie quadrato* (SQ) (10 confronti) *margini rettangolo* (MR) vs. *margini quadrato* (MQ) (10 confronti) e ai confronti tra i corrispondenti livelli delle variabili. Figure e Margini: quindi, *figure quadrata* (SQ) vs *margini quadrato* (MQ) e *superficie rettangolo* (SR) vs. *margini rettangolo* (MR). Nel complesso 49 confronti. Dato l'elevato numero di confronti abbiamo corretto l'iniziale valore di accettazione della significatività ($p = 0.05$) con il criterio di Bonferroni: abbiamo quindi fissato $p = 0.0008$ ($0.05/58$) per i confronti tra soggetti e $p = 0.001$ ($0.05/49$) per tutti i confronti entro i soggetti.

Iniziamo considerando il comportamento della variabile soggetti.

I 6 profili (*pari; dispari; superficie quadrata; superficie rettangolare; margini quadrato; margini rettangolare*) non si differenziano in funzione dei due gruppi di soggetti (SoM, SoNM). Solo per il livello *margini quadrato* (MQ) si osserva un diverso comportamento dei SoM e SoNM sulla scala *pari-dispari* (cfr. Graf. 8), anche se la differenza è significativa per $p = 0.007$ ($t = 2.28$; Gdl=64) e quindi il dato può essere letto solo come indicazione di tendenza: i SM giudicano il *margini quadrato* essere più *pari* di quanto non lo facciano i soggetti SoNM, che tendono a formulare un giudizio nella direzione *dispari*. L'assenza di differenze nel comportamento dei due gruppi, ci ha indotto a trattare la variabile soggetti, nelle analisi successive, ad un unico livello.

Passiamo ora alle descrizioni delle parole "*pari*" e del "*dispari*". Come prima osservazione sottolineiamo che le D indicate dai Pitagorici per definire la contrarietà *pari-dispari* sono in grado di stagliare efficacemente l'identità contraria delle due proprietà. I due profili, definiti sulle nove dimensioni, correlano infatti negativamente ($r = -0.69$; $p = 0.05$).

Per 6 delle D indicate, *pari* si caratterizza in modo significativamente *diverso* rispetto a *dispari* e precisamente rispetto a: *uno-molteplice* ($t=-4.60$; GdL=65; $p=0.000$) *destra-sinistra* ($t=5.48$; GdL=65; $p=0.000$); *maschio-femmina* ($t=-4.90$; GdL=65; $p=0.000$), *tenebra-luce* ($t=5.40$; GdL=65; $p=0.000$), *bene-male* ($t=5.26$; GdL= 65; $p=0.000$), *rettangolo-quadrato* ($t=9.84$; GdL=65; $p=0.000$). Non sono risultate discriminanti, invece le D *immobile-mosso*, *diritto-curvo*, *limite-illimito*.

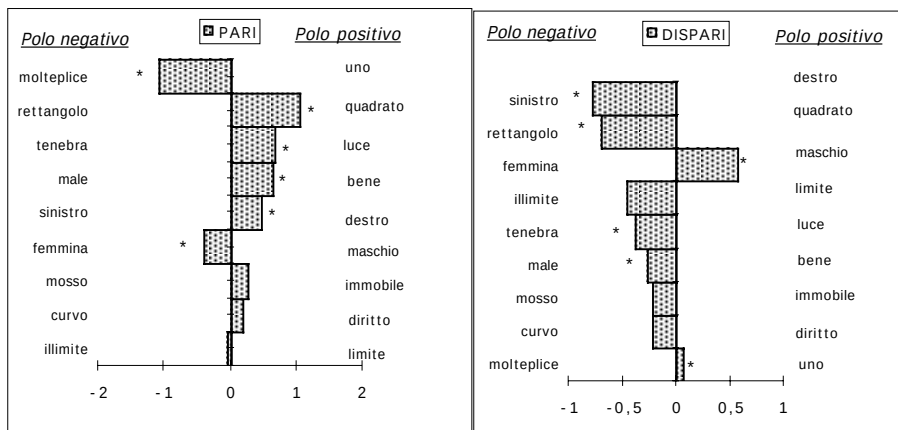
Che i profili generali del *pari-dispari* risultano effettivamente *contrari* e non semplicemente diversi è confermato dal fatto che, passando dal *pari* al *dispari*, i giudizi si spostano da una polo all'altro della scala: tutte e 6 le significatività nascono da valori collocati nelle polarizzazioni contrarie: non ci sono, cioè, differenze tra “*pari*” e “*dispari*” che siano risolte entro la stessa polarità (cfr. Graf. 8).



Graf. 8 - Profili dei valori medi dei giudizi attribuiti alle Parole: pari (P), dispari (D) entro le 9 D di contrari pitagorici, usate come schema del differenziale semantico (dalla serie originaria delle 10 coppie è stata esclusa, per ovvi motivi, la D *pari-dispari*). Nel grafico sono evidenziate (con sottolineatura) le D rispetto alle quali la differenza dei valori medi è risultata statisticamente significativa.

E allora se *pari* è molteplice, destro, femmina, luce, bene, quadrato, *dispari* è uno, sinistro, maschio, tenebra, male, rettangolo.

L'esistenza di una polarizzazione risulta quindi altrettanto chiara, oggi, come al tempo dei Pitagorici. Ciò che muta è la direzione di attribuzione: *pari* vede il suo profilo delineato su qualità prevalentemente positive, a differenza del *dispari* che si veste di un'identità fatta di qualità perlopiù negative (cfr. Graf. 9a,b). Delle 6 qualità che discriminano significativamente i due profili (indicate nel Graf. con un asterisco), 4 sono positive per il *pari* e 4 sono negative per il *dispari*.



Graf. 9a,b - Profili delle parole a) pari (P) e b) dispari (D) entro le nove D contrarie. I grafici evidenziano la polarizzazione positiva o negativa dei due profili e organizzano la serie dei qualificatori in funzione della loro capacità di saturare (ordine decrescente) l'identità delle due parole. Gli asterischi indicano le D statisticamente discriminanti i due profili.

Sempre dal Graf. 9a emerge che le qualità risultate maggiormente sature per definire l'identità del *pari*, quelle cioè che hanno ottenuto punteggi più elevati nella scala del differenziale sono *molteplice* (-1.075) e *quadrato* (1.045); rispetto al *dispari* (Graf. 9b), le qualità maggiormente sature sono *sinistro* (-0.77) e *rettangolo* (-0.697). Sia nell'uno che nell'altro caso si tratta di qualità aritmo-geometriche. In particolare

sottolineiamo la presenza tra le prime posizioni della “figura geometrica” (quadrato-rettangolo) per entrambi i termini. In particolare rileviamo che la figura geometrica associata al pari è il quadrato; la figura geometrica associata al dispari è il rettangolo, a conferma dell’ipotesi 2.

Mettendo insieme questi risultati, si conclude che il valore della parità e della disparità, descritte come parole, si inverte rispetto alla soluzione pitagorica. Ciò conferma:

a) il peso degli aspetti culturali per le scale non legate all’aspetto figurale del numero;

b) la giustificazione aritmetica *e non geometrica* delle attribuzioni pari-rettangolo e dispari-quadrato: i dati hanno dimostrato che in una “fenomenologia ingenua” dei numeri la parità si veste della quadratezza, mentre la disparità di rettangolarità.

I risultati suggeriscono poi la salienza della connotazione geometrico-spaziale delle due parole: la scala quadrato-rettangolo è stata ritenuta più capaci di saturare l’identità delle parole *pari* e *dispari* rispetto alle proprietà che riguardano la componente qualitativa-culturale.

A conferma del [P8] *Principio di anisotropia della Dimensione* “pari” e “dispari” risultano caratterizzati in modo anisotropo per tutte le coppie di D che discriminano le due identità (*i.e.* per le quali si è riscontrata una differenza statisticamente significativa):

i) molteplice-uno: *pari* è molto più molteplice (-1.07) di quanto dispari sia uno (0.06).

ii) destro-sinistro: dispari è più sinistro (-0.77) di quanto pari sia destro (0.46).

iii) maschio-femmina: dispari (0.57) è più maschio di quanto pari sia femmina (-0.39).

iv) luce-tenebre: pari è più luce (0.66) di quanto dispari sia tenebre (-0.37).

v) bene-male: pari è più bene (0.65) di quanto dispari sia male (-0.27).

vi) quadrato-rettangolo: pari è più quadrato (1.04) di quanto dispari sia rettangolo (-0.69).

Questo risultato richiama quanto già verificato nella ricerca sulle D dello spazio (II.3), e cioè che l’anisotropia tra proprietà contrarie può prendere forma anche nella diversa ricchezza di relazioni che il polo *i* e il polo *i*[°] intrattengono con altre proprietà, e che contribuiscono a caratterizzare multidimensionalmente l’identità di ciascuno dei due poli. Interessante che lo stesso dato emerga per D analizzate “nei luoghi della qualità” e “nei luoghi della quantità”.

Passiamo ora a considerare le descrizioni delle *superfici* quadrato (SQ) e rettangolo (SR). Nel complesso i profili delle superfici risultano percettivamente molto simili: i due profili non si differenziano significativamente e anzi quasi si sovrappongono per 8 delle 10 scale (Graf. 10). Sia la superficie quadrata che quella rettangolare vengono qualificate come: *limite* (SR= 0,52; SQ= 1,02), *pari* (SR=0,76; SQ= 0,33), *molteplice* (SR=1,04; SQ=0,49), *immobile* (SR= 0,92; SQ=1,11), *diritto* (SR= 1,02; SQ= 0,94), *luce* (SR= 0,14; SQ= 0,45), *bene* (SR= 0,26; SQ= 0,52), né *destro* né *sinistro* (SR= 0,17; SQ= 0,075), né *maschio* né *femmina* (SR= 0,035; SQ= 0,135).



Graf. 10 - Profili dei valori medi dei giudizi attribuiti ai due livelli della Superficie quadrata (SQ) e rettangolare (SR) entro le 10 D contrarie pitagorici, utilizzate come schema del differenziale semantico. Nel grafico sono evidenziate (con sottolineatura) le D rispetto alle quali la differenza dei valori medi è risultata statisticamente significativa.

Le uniche differenze significative si riscontrano rispetto alle dimensioni *uno-molteplice* ($t=-22.21$; $Gdl=65$; $p=0.000$) e *quadrato-rettangolo* ($t= -3.70$; $Gdl=65$; $p=0.000$). Anche rispetto alla D uno-molteplice, comunque, le due superfici risultano non opposte, essendo la differenza descritta entro lo stesso polo (molteplice). Entrambe le superfici utilizzate nell'esperimento (SQ, SR) danno dunque una chiara indicazione di *numerosità*: questo giudizio coglie plausibilmente l'aspetto visivo del tipo di superfici utilizzate, non continue, ma composte da un complesso di elementi discreti. In questo senso le configurazioni utilizzate dai Pitagorici sono delle buone soluzioni figurali attraverso le quali consegnare all'osservatore l'indicazione di una numerosità agganciata alla figura (numero figurato), e sulle quali costruire quel legame stretto tra numero e figura che è alla base dell'*aritmo-geometria*.

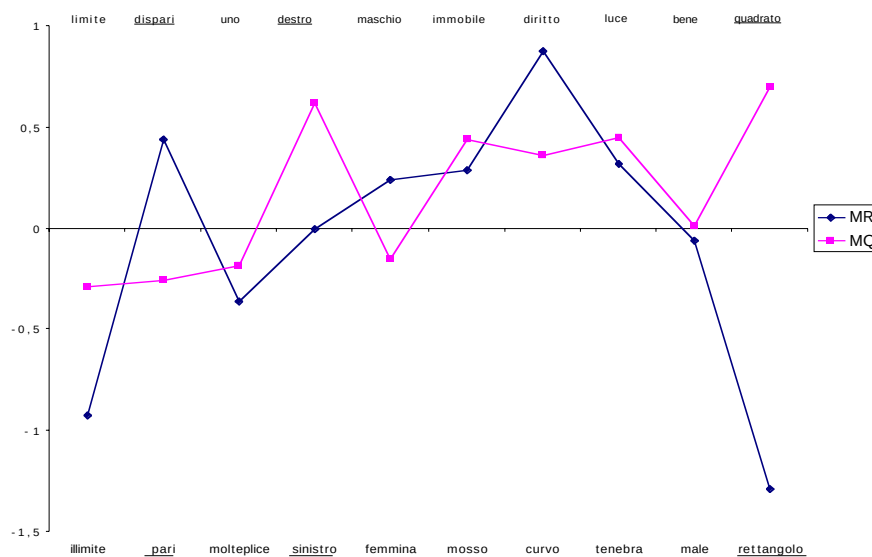
Questa indicazione di numerosità non impedisce che i complessi di elementi che compongono le superfici si *organizzino* in una struttura percettivamente unitaria: entrambe le figure vengono infatti descritte come *limite* ($SR=0.52$; $SQ=1.02$).

Entrambe hanno forme fenomenicamente semplici, molto regolari, simmetriche e stabili: in accordo con queste caratteristiche è l'attribuzione ad entrambe delle qualità *immobile* ($SR= 0.92$; $SQ=1.11$) e *diritto* ($SR=1.02$; $SQ=0.94$), ma anche delle qualità *luce* ($SR= 0.14$; $SQ=0.45$) e *bene* ($SR=0.26$; $SQ=0.52$) che traducono quelle caratteristiche *positive* implicite nell'idea della "buona forma". Sempre in questi termini va probabilmente letta la qualificazione di entrambe come *pari* ($SR=0.76$; $SQ=0.33$): nella coppia pari-dispari, infatti, l'informazione di *regolarità* è più contenuta nel *pari* che nel dispari.

Quest'ultimo dato risulta particolarmente interessante perché conferma l'incapacità della coppia pari-dispari di qualificare come contrari i due tipi di configurazione *se osservati dal punto di vista della superficie*. Non trova quindi qui giustificazione il fatto che la parità e la disparità, come contrarietà fondamentale dei numeri, venga "dimostrata" attraverso queste due configurazioni (si rammenti che l'*aritmo-geometria* greca, nasce dall'esigenza di costruire un discorso aritmetico "mostrativo", affidato alla logica dell'ostensione e della visibilità).

Anche il profilo dei margini quadrato e rettangolare (MQ,MR), come risulta evidente dal Graf. 11, risulta sovrapponibile per molte delle D: sia MQ che MR vengono descritti come limite ($MR=-0.924$; $MQ=-$

0.287), molteplice (MR=-0.363; MQ= -0.181) immobile (MR=0.287; MQ=0.439), diritto (MR=0.878; MQ=0.363), luce (MR=0.318; MQ=0.454), né bene né male (MR=-0.06; MQ=0.015). Le D rispetto alle quali i due margini (MR, MQ) risultano differenziabili riguardano esclusivamente *proprietà spaziali-geometriche* delle configurazioni: *pari-dispari* ($t=3.63$; Gdl=65; $p=0.001$), *destra-sinistra* ($t=-3.40$; Gdl=65; $p=0.001$), *quadrato-rettangolo* ($t=-9.72$; Gdl=65; $p=0.000$).



Graf. 11 - Profili dei valori medi dei giudizi attribuiti ai due livelli del Margine(M) quadrato (MQ) e rettangolare (MR) entro le 10 D pitagoriche, utilizzate come schema del differenziale semantico. Nel grafico sono evidenziate (con sottolineatura) le coppie rispetto alle quali la differenza dei valori medi è risultata statisticamente significativa.

Solo però per *quadrato-rettangolo* e *pari-dispari* si ha ragione di parlare propriamente di una descrizione contraria dei due margini. Tralasciato l'ovvio risultato sulla scala quadrato-rettangolo, si può dunque concludere che non è la struttura completa della figura gnomonica, l'*area* quadrata o rettangolare, a rendere visibile l'opposizione tra forme pari o dispari. Piuttosto è specificatamente la forma dei margini gnomonici

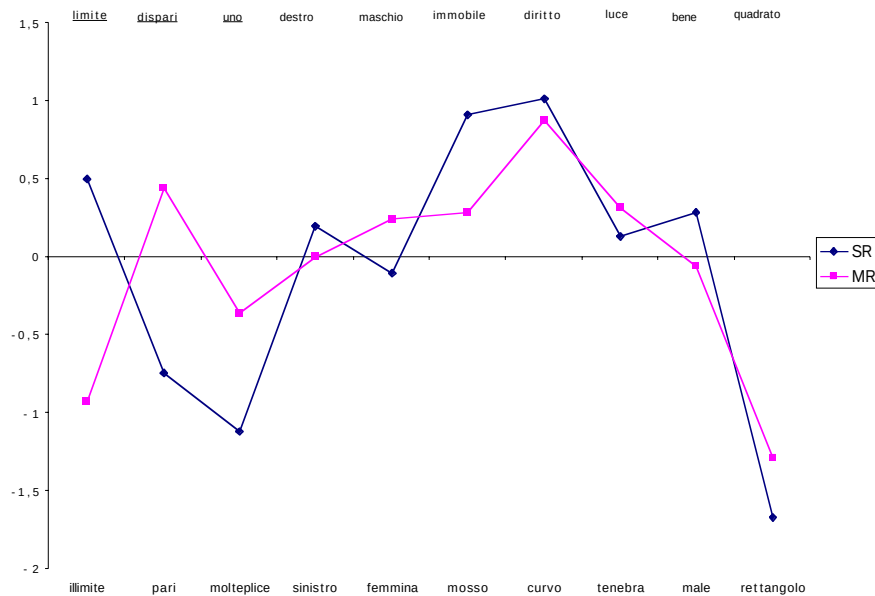
(rapportabilità nell'accezione di *diastema*) a suggerire la descrizione di parità e disparità, nella stessa direzione attesa sulla base dell'evidenza geometrica, contro la direzione algebrica del computo di unità.

La disparità, tuttavia, descrive il MR (0.439) più di quanto la parità descriva il margine quadrato (-0.257), evidenziando di nuovo un'anisotropia nella caratterizzazione dei due poli contrari (cfr. [P8] *Principio di anisotropia della Dimensione*).

La verifica del diverso comportamento della superficie (S) e del margine (M) è stata condotta mettendo direttamente a confronto, i profili di *superfici* e *margini* corrispondenti; quindi SQ vs. MQ (Graf. 12) e SR vs. MR (Graf. 13).



Graf. 12 - Confronto dei profili della superficie quadrata (SQ) e del margine quadrato (MQ). Le D sottolineate sono quelle rispetto alle quali la differenza dei valori medi è risultata statisticamente significativa.



Graf. 13 - Confronto dei profili della superficie rettangolare (SR) e il margine rettangolare (MR). Le D sottolineate sono quelle rispetto alle quali la differenza dei valori medi è risultata statisticamente significativa.

Per ambedue le figure, le D che risultano adatte a differenziare significativamente le descrizioni riguardano l'aspetto spaziale-geometrico delle figure. Rispetto ai quadrati, il MQ è risultato significativamente contrario rispetto alla SQ nella direzione dell'*illimitato* ($t=-5.71$; Gdl=65; $p=0.000$). Per quanto riguarda la coppia mosso-immobile, pur ambedue nello spazio positivo (immobile) SQ enfatizza maggiormente il carattere di immobilità ($t=-4.19$; Gdl=65; $p=0.000$); come pure nella D curvo-diritto, pur risultando entrambe verso la polarità diritto, la superficie satura la proprietà dritto più del margine ($t=-3.40$; Gdl=65; $p=0.001$). Anche rispetto alla coppia quadrato-rettangolo, la differenza risulta significativa entro lo stesso polo della coppia (quadrato). La superficie (SQ=1.66) più che il margine (MQ=0.69) sono polarizzati nella direzione del quadrato ($t=-7.1$; Gdl=65; $p=0.000$). Quindi è plausibile pensare che nella trasformazione dalla superficie al margine vada persa un po' di

informazione di quadratezza (e si guadagni un'informazione di rapportabilità)

Particolarmente interessanti sono i risultati espressi dal confronto tra SR e MR. Qui le tre significatività riguardano non genericamente proprietà geometriche, ma più propriamente quelle D che descrivono le tre proprietà spazio-geometriche alla base della definizione aritmo-geometrica di numero: limite-illimito; pari dispari; uno-molteplice.

Sulla D *molteplice-uno* la superficie si caratterizza in termini di molteplicità più del margine ($t=4.42$; Gdl=65; $p=0.000$, pur non risultando le due configurazioni contrarie rispetto a questa D).

Contraria è invece la caratterizzazione di margine e superficie rispetto alla D limite-illimito, ponendo il primo (MR) nella polarità dell'illimito e la seconda (SR) nella direzione del limite ($t=-6.26$; Gdl=65; $p=0.000$). Questo risultato è assolutamente concorde con quanto ottenuto nei confronti all'interno del quadrato (SQ vs. MQ). E infatti, l'aspetto chiuso e delimitato di entrambe le configurazioni presentate nell'esperimento come superfici e descritte allora come limite (cfr. risultati p.281) si riduce sostanzialmente nel margine gnomonico, che disegna non il perimetro della figura, ma una spezzata minima, composta da due lati adiacenti della figura, risultando una configurazione percettivamente aperta.

Diverso rispetto a quanto riscontrato per il quadrato è il invece comportamento del MR e SR all'interno della coppia *pari-dispari*. Osservata nel rettangolo, infatti, questa coppia discrimina significativamente le due strutture percettive, collocando la superficie (SR) nella direzione del pari e il margine (MQ) nella direzione del dispari ($t=5.68$; Gdl=65; $p=0.000$). Nel quadrato, lo ricordiamo, la differenza tra margine (MQ) e superficie (SQ) non risulta significativa, essendo descritta sempre come *parità*.

Ciò riconferma che sia l'informazione contenuta nel margine a definire l'elemento in cui la rapportabilità (come *diastema*) si rende visibile nelle sue due vesti fondamentali e contrarie: rapporto pari e rapporto dispari.

Uno sguardo ancora alle correlazioni tra parole, superfici e margini corrispondenti. *Il profilo del pari (P), definito sulle 9 D contrarie*, dimostra di correlare positivamente (Pearson) sia con il profilo del MQ ($r=0.68$) che con il profilo della SQ ($r=0.68$). Positiva è anche la

correlazione tra i profili, di MR e SR descritti rispetto alle 10 D ($r = 0.64$). Il risultato indica che la parola *pari* è correlata alla identità della figura geometrica quadrato per entrambe le sue componenti di superficie (S) e margine (M).

Diverso è il risultato relativo alla disparità: *il profilo della parola dispari, definito sulle 9 D contrarie*, non correla né con il profilo della superficie rettangolare (SR), né del margine rettangolare (MR). In particolare ci si sarebbe potuti attendere una correlazione positiva tra il profilo del MR e della parola *dispari*. L'assenza di correlazione tra i due profili generali (*dispari* vs. MR) è invece un chiaro indizio della specificità del nesso tra disparità e MR, che non è definibile su una generale associazione tra idea di disparità (parola) e un tipo di figura geometrica, ma sulle specifiche dimensioni pari-dispari, rettangolo-quadrato.

Per verificare se sia plausibile leggere il risultato in questa direzione, abbiamo verificato se i giudizi attribuiti al *dispari* e al *pari* (parole) nella D *rettangolo-quadrato* correlassero con le valutazioni attribuite rispettivamente al MR e al MQ nella D *parità-disparità*. Abbiamo cioè verificato se la descrizione del *pari* e *dispari* in termini di *rettangolarità-quadratura* correlasse e in che direzione con la descrizione "inversa" dei margini *rettangoli* e *quadrati* in termini di *parità-disparità*. Ne è emerso che soltanto le descrizioni di *rettangolarità* (entro la D: quadrato-rettangolo) date alla parola *dispari* correlano con il giudizio di *disparità* (entro la D: pari-dispari) dati al *margine rettangolo* (MR) ($r = -0.4258$; $p = 0.01$).

Quindi: quando abbiamo a che fare con i costrutti di disparità o di parità (parola), *se richiesto*, li collochiamo con facilità nei due poli contrari della D *rettangolarità-quadratura*. Come già sottolineato l'attribuzione di un'identità quadrata al *pari* è più satura di quanto sia l'attribuzione di una identità rettangolare al *dispari* (cfr. Graf. 8).

Quando poi si passa dalla parola all'osservazione della struttura geometrica, e l'associazione tra quadrato e rettangolo e parità-disparità si costruisce direttamente sul piano *percettivo*, emerge una correlazione tra il giudizio di disparità dato al MR e il giudizio di rettangolarità dato alla parola *dispari*, ma lo stesso non accade rispetto la parità: la descrizione della parola *pari* come quadrato (nella D: quadrato rettangolo) non correla specificamente con la descrizione data né alla SQ né al MQ sulla D pari-

dispari, ed è allora definita in generale. Lo conferma il fatto che sia il profilo complessivo del *pari* (parola) a correlare positivamente sia con il profilo complessivo sia della SQ che del MQ.

Pertanto si può concludere che l'associazione disparità-parità alle figure gnomoniche, in modo particolare per il dispari, è una descrizione *vincolata specificatamente* all'osservazione del rapporto tra segmenti.

III.4.4 - Conclusioni

I risultati della ricerca permettono di sostenere che la contrarietà pari-dispari, proposta dai Pitagorici nel contesto di una serie di altre contrarietà qualitative, pur risultando poi fondamentale per le matematiche, non nasce verosimilmente da una definizione astratta o logica. *Le strutture figurali utilizzate dai Pitagorici possiedono* le caratteristiche percettive sufficienti affinché esse siano descritte come contrarie rispetto ad una D particolare: la D pari-dispari.

Più precisamente, ad identificare come contrarie le due figure sarebbe la forma visibile del *rapporto tra la lunghezza dei lati adiacenti* e costitutivi lo gnomone. Garantita la visibilità della numerosità, infatti (vedi scala molteplice-uno) la superficie in sé non garantisce la visibilità del contrarietà pari-dispari. Questa proprietà contraria delle strutture quadrata e rettangolare risulta evidentemente poco saliente quando evento sotto osservazione è la matrice di punti nel suo complesso. In questo caso i lati, amodali, pur costituendo il margine della figura da un punto di vista fenomenico, si impongono come contorno (linea spezzata chiusa).

Il rapporto tra i lati adiacenti e il giudizio di disparità si impone invece quando evento sotto osservazione è il margine gnomonico, forse generato con la responsabilità del fattore di direzionalità (Bozzi, 1968). E le diverse forme di questo rapporto, visibili nel quadrato (uguaglianza) e nel rettangolo (disuguaglianza), assumono visivamente l'identità di due fatti contrari.

Cap. IV) LE RELAZIONI: CONTRARIETÀ, SOMIGLIANZA, DIVERSITÀ

Il primo principio introdotto in questo testo, la cui verifica di fatto attraversa tutte le pagine che seguono, è il [P1] *Principio di esperibilità*; esso sancisce che la contrarietà non è solo una relazione logica o logico-linguistica, ma una relazione che si rende disponibile *direttamente* nell'organizzazione della scena percettiva, al pari di altre relazioni quali la somiglianza, la diversità, l'identità.

Sul piano dei fatti percettivi, tutte queste relazioni identificano le forme dell'invarianza e delle variazioni – per usare il linguaggio Gibsoniano (1979) - osservabili tra oggetti, eventi, proprietà.

Precursore del pensiero gibsoniano di invarianza può essere considerato il costrutto di relazione, che è stato uno dei temi fondamentali sui quali si sono fondate gran parte delle riflessioni e indagini sperimentali della psicologia della Gestalt. Pure con differenziazioni spesso difficilmente conciliabili, le scuole di Berlino e di Graz nell'analizzare il modo di organizzazione degli eventi che costituiscono il contenuto di un'esperienza percettiva, hanno condiviso la necessità che le relazioni come percezione di rapporti fossero parte integrante del contenuto esperienziale e come tali oggetto di studio (Ehrenfels, 1890; Brentano, 1871; Meinong 1882; Stumpf, 1891; Kohler, 1929; 1938).

Nell'introduzione al testo (p.2) abbiamo suggerito che “L'identità dei contrari” possa essere pensata come la fenomeno-logica continuazione di “Unità, Identità, Causalità” di P. Bozzi (1969), sintesi e analisi delle descrizioni teoriche e degli esperimenti, su “tre temi, corrispondenti a tre rilevanti caratteristiche degli oggetti e degli eventi avvertibili nell'immediata esperienza del mondo esterno: l'unità, l'identità e il rapporto causa-effetto” (Bozzi, 1969, p.15).

Ciò che il testo di Bozzi mette sotto osservazione e descrive sono alcune delle più fondamentali *forme dell'esperienza di invarianza* che qualsiasi osservatore ingenuo incontra nella scena percettiva. Se non si rischiasse il bisticcio di termini con il titolo Bozziano, si potrebbe parlare di *principali forme dell'identità*. Tale è infatti l'organizzazione della potenziale molteplicità di sensazioni in strutture percettive unitarie (l'unità); tale è l'organizzazione in un unico evento di identità che

compaiono in luoghi e tempi successivi, come si vede accadere nell'effetto tunnel (l'identità); tale è anche l'organizzazione percettiva della causalità, in cui comportamenti indipendenti di oggetti separati vengono privati della loro indipendenza e unificati in un evento causa-effetto che li attraversa entrambi (la causalità).

Accanto all'esperienza di invarianze il nostro mondo percettivo si struttura su una almeno altrettanto consistente esperienza di variazioni (Boring, 1952; Cutting, 1983; Hagen, 1986; Niall, 1992).

Come abbiamo visto accadere per l'identità, anche la non-identità entra a far parte della nostra esperienza percettiva in varie forme: una delle più basilari è probabilmente la segregazione figura-sfondo, addotta tradizionalmente a dimostrazione dell'unificazione, ma che potrebbe essere altrettanto discussa come evidenza della segregazione. - già in Kohler (1929) è enfatizzato questo doppio livello; richiamato anche da Vicario (1975) alla base delle contro-dimostrazioni delle leggi di unificazione di Wertheimer.

Al di fuori della relazione figura-sfondo, e spostandoci sul piano delle relazioni constatabili tra figure, la non identità prende forma nel riconoscimento di due fatti come *simili*, come *diversi* o come *contrari*.

Entro questa cornice, "L'identità dei contrari" nel suo complesso e il presente capitolo in particolare, devono essere guardati come un tentativo di delineare sperimentalmente la posizione occupata dalla contrarietà in questa classe di relazioni.

Punto di partenza è il [P1] *Principio di esperibilità*, secondo il quale la contrarietà contribuisce all'organizzazione della realtà percettiva a due livelli:

I°) come *relazione autoevidente* tra due fatti, disponibili simultaneamente o in presentazioni successive.

II°) come *relazione sottostante* a qualsiasi forma di variazione, che necessariamente sarebbe "entro i contrari".

Riprendiamo qui l'analisi di questi due livelli, già enunciati nel commento al citato *Principio* perché sono i presupposti necessari a contestualizzare la contrarietà all'interno di una più ampia trattazione delle relazioni percepibili tra due fatti.

Il primo livello descrive le situazioni in cui l'osservatore identifica due eventi come *contrari*, allo stesso modo in cui riconosce altri eventi come *identici*, altri come *simili* e altri ancora come *diversi*. In

questa accezione la contrarietà è una delle *specie* in cui si articola il genere delle non-identità, *non riconducibile propriamente né alla diversità, né alla somiglianza, essendo una relazione che gode di una sua propria specificità*; le due ricerche sperimentali che presenteremo nelle prossime pagine (paragrafi IV.2, IV.3) costituiscono una esplorazione di questo livello, alla ricerca di alcune “regolarità” del comportamento percettivo della contrarietà che permettano di differenziare questa relazione dalla somiglianza e dalla diversità. Riprenderemo allora la verifica di questo primo livello nella discussione dei risultati delle ricerche (paragrafi IV.2.3, IV.3.3) e passiamo a considerare invece la verificabilità del secondo livello.

Il secondo livello riconosce alla contrarietà una particolare rilevanza rispetto alle altre specie di non-identità, indicandola come relazione sottostante e presupposta *a qualsiasi* forma di variazione.

In due precedenti scritti (Savardi, Bianchi, 1996; 1997, cap IV.2) abbiamo sostenuto questa ipotesi sul piano speculativo, a partire da alcuni suggerimenti Aristotelici rintracciabili sia nella *Metafisica* (IV, 2, 1004a, 29), là dove viene trattata in dettaglio quella classe di relazioni (somiglianza, dissimiglianza, uguaglianza, disuguaglianza, contrarietà, identità) che sono presupposte a qualsiasi forma di classificazione, sia diffusamente nelle *Categorie*, dove Aristotele dimostra la centralità dei contrari nell’identificazione *dell’esperienza*, essendo la relazione che consente di differenziare il genere al suo interno in specie.

Rimandiamo ai due lavori citati per un’analisi dettagliata della questione. Qui riprendiamo soltanto brevemente l’aspetto che riguarda il carattere di invarianza e di variazione attribuibile a queste relazioni, centrale per la nostra analisi della contrarietà come tipo particolare di non-identità.

I diversi modi di essere della variazione tra due eventi, riconosciuti da Aristotele, esprimono tutti contrarietà tra eventi (proprio nel significato previsto dal II° livello del nostro [P1] *Principio di esperibilità*), ma in vario grado e con diverso carattere di evidenza. Particolarmente rilevante per i nostri discorsi è la precisazione Aristotelica che “la differenza e la diversità non sono la medesima cosa. Infatti, ciò che è diverso e ciò da cui esso è diverso non sono necessariamente diversi per qualcosa di determinato (...) Invece ciò che è differente è differente da qualcosa per qualcosa di determinato, di guisa

che deve esserci qualcosa di identico per cui differiscono” (*Metaf.* X (I), 3 1054b 23-26).

Tradotte nei termini di questo testo, le cose che sono *diverse* lo sono perché la variazione constatata non è riconducibile ad una sola D e quindi, con le parole di Aristotele, le due cose non sono riconducibili ad uno stesso genere (è questa la non-identità che osserviamo, per esempio, tra un orologio e una giraffa, tra una fontana e un sigaro o tra le proprietà molle e scuro...). Le non-identità riportabili entro uno stesso genere sono invece *differenze* relative ad una *stessa* D (*Metaf.* X (I) 4, 1055a, 8). Di qui la definizione Aristotelica della *contrarietà* come *differenza* massima e non come *diversità* massima.

Al di là della scelta dei termini “differenza” e “diversità”, coerente con le nostre analisi della contrarietà e in particolare con il [P1] *Principio di esperibilità* è il fatto che alla base della segregazione tra varie forme di non-identità venga posta la riconducibilità della variazione ad *una D* o *a più D*. In entrambi i casi la non identità è quindi riconducibile a variazioni entro i contrari; ciò che muta è l’aspetto finale della variazione: *autoevidente* nel caso in cui sia *entro una D* e sia una *differenza massima* (ed è l’esatta definizione di contrari proposta da Aristotele, *Metaph.* D 10, 1018a 27-28; *Cat.* 6, 6a 17-18; *Metaph.* I, 4, 1055 a 27-28; *An. Post.* I 4, 73b 21-22); descrivibile rispetto alle singole D - cioè *analiticamente* diremmo secondo il II° livello del [P1] *Principio di esperibilità* - nel caso in cui i due eventi confrontati siano diversi e la variazione sia contemporaneamente su più D.

È a questo punto chiaro che in queste definizioni di *diversità* e *differenza* ritroviamo descritti quegli stessi due livelli del [P1] *Principio di esperibilità* che ci hanno introdotto in questo capitolo all’analisi delle relazioni; ed è anche chiaro che già nella definizione Aristotelica l’esperienza autoevidente di contrarietà si accorda alle condizioni previste dal [P10] *Principio di invarianza* e il [P11] *Principio di non sommatività*.

Dal momento che obiettivo del presente testo, come anticipato nell’introduzione, è passare dal piano speculativo al piano delle conferme sperimentali, cercheremo allora indizi a sostegno di questa tesi nei risultati di alcuni lavori sperimentali da noi condotti e nell’osservazione ingenua dell’esperienza, premessa a possibili direzioni di ricerca.

E dunque: in che cosa si traduce, operazionalmente, l'affermazione che la contrarietà è sottostante a qualsiasi forma di variazione?

La prima traduzione è la seguente: tra due qualsiasi *fatti non identici sono riconoscibili proprietà contrarie*. Di fronte a qualsiasi due fatti (I, I') descrivere analiticamente la loro non-identicità significa incontrare e descrivere almeno qualche direzione di contrarietà (è quanto afferma il [P2.1] *Principio di contrarietà generale* tra).

Se mi chiedessi “ad occhi chiusi” se c'è contrarietà tra le proprietà *arrugginito* e *giallo*, forse concluderei di no, dal momento che non identifico evidenti e immediate relazioni contrarie tra queste due proprietà, così come invece potrei riconoscerla tra il liscio e il ruvido o tra il caldo e il freddo; ma se io, *guardando* due fatti di cui uno arrugginito e l'altro giallo, mi chiedessi se *tra quei due fatti* vedo contrarietà, risponderei invece verosimilmente di sì, perché il giallo e il ruggine “non astrattamente intesi” ma incontrati nell'esperienza, sono di fatto complessi di proprietà (cfr. [P4] *Principio di operazionalizzabilità*), entro i quali – così sancisce il citato [P2.1] *Principio di contrarietà generale*, – sono certamente riconoscibili proprietà contrarie. Ad esempio, la contrarietà è esperibile tra la lucentezza del giallo, se è giallo vivo, e l'opacità dell'arrugginito; se è un giallo sbiadito e tenue, tra la chiarezza cromatica del giallo e la scurezza del marrone ruggine ecc., tra la ruvidezza del ruggine e la liscezza intermodale del giallo (Marks, 1978). In questo senso, girando gli occhi attorno e accostando pezzo dopo pezzo gli oggetti che sono in questa stanza o che vedo al di là della finestra, per quanto mi trovi a confrontare fatti che globalmente sono per lo più diversi (il ficus e la parete bianca che gli sta dietro li riconosco come diversi, così come sono diversi la parte del paralume bianco di tessuto e la bordura di rame, la maniglia dell'armadio e porta che gli sta attorno, il portacenere e il telefono che condividono il poco spazio del tavolino, la lastra di vetro della finestra e la porzione di marmo del balcone....) l'osservazione analitica delle proprietà che li costituiscono rivela per ogni confronto almeno una dimensione percettiva contraria. Ritornando agli esempi citati, la discontinuità del fogliame del ficus è contraria all'uniformità del muro; l'opacità del tessuto è contraria alla lucentezza della bordura del paralume; la piccolezza della maniglia è contraria all'ampiezza dell'anta su cui è collocata; la caratteristica

“essere multicolore” del portacenere è contraria all’uniformità cromatica del telefono bianco; l’essere sottile, verticale e fragile della lastra di vetro sono elementi della sua identità contrari all’essere spesso, orizzontale e solido del marmo del balcone...

In una condizione di minimo, anche tra due fatti identici è definibile un elemento di non-identità: in quello che è il mondo della nostra esperienza percettiva, in cui non è data la compenetrabilità della materia, due oggetti identici non possono occupare lo stesso spazio, in questo senso almeno la dislocazione spaziale risulterà non identica e anche in questo caso la non identità è riportabile alla contrarietà: il secondo oggetto sarà a destra del primo, o più in alto, o davanti... Anche tra due suoni, perché se ne possa riconoscere la dualità, è necessario che siano o dislocati in tempi diversi o che, pur contemporanei, siano distinguibili per qualche altro aspetto dell’identità sonora (senno fenomenicamente non abbiamo ragione di considerarli due fatti): in entrambi i casi, sia che si tratti di un suono prodotto prima (I) e uno identico prodotto dopo (I’), o di due suoni simultanei, uno acuto (I) e uno grave (I’) o uno continuo (I) e l’altro discontinuo (I’)... la variazione tra le due identità (I, I’) è sempre descrivibile su direzioni di contrarietà.

Una conferma a questo primo piano di operazionalizzazione del principio deriva dalla ricerca presentata nel paragrafo. II.4.2 (per la discussione vedi considerazioni conclusive al paragrafo II.4.2.4), da cui è emerso che i soggetti tendevano a riconoscere un grado seppur minimo di contrarietà di fronte a tutte le coppie di figure presentate e variamente non-identiche: vale dire che accanto alle non-identità evidentemente contrarie, tutte le variazioni d’identità risultavano per qualche verso, e magari leggermente, contrarie.

La seconda traduzione operativa dell’affermazione che la contrarietà è sottostante a qualsiasi forma di variazione è che *le proprietà intermedie* sono per loro natura variazioni entro i contrari. Quando, di fronte ad un fatto, identifichiamo la proprietà che stiamo osservando come intermedia – (es: il confine dell’ombra del mobile che ho di fronte, sulla parete, nè netto né sfumato; la parete che dal punto in cui mi trovo risulta né liscia, né ruvida; il mobile di legno non proprio chiaro, né scuro....) - di fatto stiamo riconoscendo che la proprietà in questione è non-identica rispetto ad entrambe le polarità. E come descritto dal [P6]

Principio dell'intermedio, l'esistenza di almeno una proprietà che non coincide con nessuno dei due poli è garantita per tutte le D.

D'altro canto, nel capitolo II.3, in particolare nelle fasi 4 e 5 della ricerca, abbiamo verificato che per tutte e 37 le D su cui la ricerca è stata condotta, i soggetti sono stati in grado di identificare l'estensione, sia quantitativa che qualitativa, delle esperienze percepite come intermedie della D, con un grado di accordo sempre molto elevato. Non solo: dalla fase 5 è risultato possibile anche riconoscere se la proprietà intermedia sotto osservazione fosse da ritenere ugualmente né... né... rispetto ai due poli (è ad esempio il caso di *retto* nella D acuto-ottuso) o più vicina all'esperienza di uno dei due (ad esempio *socchiuso* nella D chiuso-aperto) e dai confronti con i risultati della fase 6 è emerso un secondo significato di esperienza intermedia (trattata a p.132) che è dato anche per le dimensioni apparentemente dicotomiche (in cui non vi sono cioè proprietà né... né...).

Quindi, verificato che l'esperienza di intermedi è garantita e ben riconoscibile, si garantisce anche quel secondo livello di esperibilità dei contrari, che ritrova l'esperienza *dei due contrari* implicata in qualsiasi forma di variazione intermedia dell'identità.

Scansiamo da subito un possibile equivoco. Sostenere, come stiamo facendo, che qualsiasi non-identità identifica una variazione di una o più proprietà dell'oggetto entro una D di contrarietà, o verso la polarità opposta (es: una foglia grande confrontata con una foglia di medie o piccole dimensioni) o anche verso l'estremo della stessa polarità (es: una foglia grande confrontata con una foglia ancora più grande), non significa ipotizzare un comportamento continuo delle variazioni entro la D. In funzione del tipo di proprietà modificata (cfr. [P13] *Principio del grado di adeguatezza della proprietà*), dell'entità della modificazione e della forma della D (cfr. la definizione proposta a pag.127 e seg. di tipologie delle D) una variazione si tradurrà percettivamente in un *evento simile*, in un *evento contrario*, o in un *evento diverso*.

Non si tratta, insomma, di assumere che la funzione che lega somiglianza, diversità e contrarietà sia una funzione lineare, interpretazione importata dalla logica e non corrispondente (già nell'obiezione di Mosconi, 1962a; 1962b; 1974) alla forma dell'esperienza. Né si tratta di assumere che somiglianza, diversità e contrarietà debbano essere trattate *a priori* come relazioni indipendenti.

Se guardo la matita appoggiata sul tavolo qui accanto, che è piuttosto consumata, e la confronto con altre matite a vario grado più lunghe (vedi Fig. 36) è vero che ciò che si vede, entro una certa gamma di variazioni sono matite di lunghezza simile (ancora corte: a, b, c) e che solo dopo un certo grado di non-identità la trasformazione improvvisamente mette sotto gli occhi *matite lunghe* (contrarie per lunghezza alle prime: d, e). Questo però non necessariamente significa che, osservando le matite ancora corte (simili), io non abbia rilevato che la variazione era verso il lungo: in questo senso la direzione della trasformazione poggia già su una dimensione di contrarietà. Anche quando, applicando la trasformazione nella direzione inversa e a partire da una matita lunghissima (f), accorciata progressivamente descrivo la variazione come “matita meno lunga” (e) per una certa gamma di variazioni (le lunghezze simili) e poi ricorro con più naturalezza all’espressione “più corta” (d, c, b, a), ciò non significa che, pur sostituendo solo a questo punto all’identità “matite lunghe” l’identità “matite corte”, non fosse visibile già nelle prime variazioni che ci si stava muovendo verso la polarità corto.

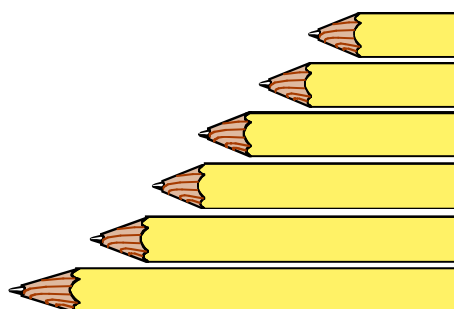


Fig. 36 - Esempificazione dell’affermazione che qualsiasi forma di non-identità tra due fatti è comunque riportabile ad una variazione entro una dimensione di contrarietà (per la spiegazione vedi il testo).

Piuttosto si tratta di ammettere che a variazioni metricamente equivalenti (supponiamo un accorciamento di 2 cm) corrispondono, a certi livelli di lunghezza, variazioni poco rilevanti (e: “è ancora lunga”) ad altri variazioni più evidenti (d: “è ancora piuttosto lunga, anche se non

la direi più lunga”, fino ad arrivare ad a: “ora la descriverei come corta”). In altri termini, si tratta di ammettere la non isotropia delle D ([P8] *Principio di anisotropia delle Dimensioni*) e la conseguente non necessaria corrispondenza tra variazioni verso l’uno o l’altro polo ([P14] *Principio di anisotropia della direzione della trasformazione entro i poli*).

E allora, dati due fatti non identici, la possibilità di prevedere se la relazione osservata fra due fatti si tradurrà percettivamente in contrarietà più che in somiglianza o in diversità aumenta tenendo conto:

a) del numero di proprietà modificate (cfr. il [P11] *Principio di non sommatività dei contrari*);

b) dell’*adeguatezza* della proprietà trasformata nel generare contrarietà ([P13] *Principio del grado di adeguatezza*), somiglianza o diversità;

c) di eventuali anisotropie nella capacità della trasformazione osservata di rendere percepibile contrarietà, in funzione della direzione verso l’uno o l’altro polo ([P14] *Principio di anisotropia della direzione della trasformazione entro i poli*);

d) della struttura delle D in cui prende forma la non-identità tra i due fatti (cfr. analisi delle tipologie, p.135), che dà indicazione di quante forme di variazione costituiscono l’esperienza dell’uno e dell’altro polo e degli intermedi ([P8] *Principio di anisotropia della Dimensione*).

IV.1 – Il rapporto tra le relazioni

Nei modelli di descrizione metrica della somiglianza, le misure della *prossimità* tra stimoli sono sostituibili con le misure della *distanza* tra stimoli. Si assume cioè che una descrizione delle relazioni in termini di differenza o somiglianza non conduca ad identificare rapporti sostanzialmente diversi: la mappa che esprime il risultato della matrice dei confronti dovrebbe risultare pressoché coincidente nei due casi. Semmai muta la facilità del compito, e mutano le distanze entro *range* contenuti, ma la struttura dei rapporti rimane invariata.

Questa rappresentazione della *somiglianza come distanza metrica* tra coordinate di punti presuppone alcune assunzioni (minima distanza; simmetria della distanza, disuguaglianza triangolare) che possono essere questionate se si prende a riferimento il comportamento della somiglianza sul piano fenomenico.

Alcuni autori, tra i quali contributo classico è quello di Tversky (1977), hanno sostenuto che il confronto tra caratteristiche degli oggetti (*features*) potesse essere più adeguato a descrivere la somiglianza di quanto non fosse la distanza metrica tra punti. Tversky in particolare ha sviluppato un approccio teoretico alla somiglianza in cui gli *oggetti sono rappresentati come collezioni di caratteristiche e la somiglianza come una funzione del confronto tra caratteristiche* (modello del contrasto).

Secondo tale funzione, la somiglianza tra due oggetti a , b sarebbe una combinazione lineare delle caratteristiche che sono comuni ad a , b ($A \cap B$), delle caratteristiche che appartengono ad a ma non a b ($A - B$), e delle caratteristiche che appartengono a b , ma non ad a ($B - A$). Da cui ne consegue che “la somiglianza aumenta con l’aggiunta di caratteristiche comuni e/o con la sottrazione di caratteristiche distintive (*i.e.*, caratteristiche che appartengono ad un oggetto ma non all’altro).” (Tversky, 1977, p.330).

Qui il termine caratteristiche (*features*) può corrispondere a componenti come occhi, bocca, a proprietà come la dimensione, il colore o la complessità dell’oggetto.... Include “l’apparenza, la funzione, la relazione con altri oggetti e qualsiasi altra proprietà dell’oggetto che può essere dedotta dalla nostra generale conoscenza del mondo” (Tversky, 1977, p.329). Dal punto di vista della scala di riferimento, può trattarsi sia di una proprietà descritta a livello binario (si muove, non si muove; è regolare, è irregolare), che a livello nominale (per es: il colore degli occhi), che a livello cardinale (es: pesantezza, grandezza...).

Al di là della dettagliata presentazione del modello, che qui non discuteremo, ci interessa mettere a fuoco la relazione che viene descritta tra somiglianza e differenza all’interno di questo modello che descrive sul piano qualitativo le relazioni tra fatti (I , I'), partendo da una descrizione dell’identità degli eventi (I) affine a quella che noi abbiamo utilizzato proponendo I come “sommatoria” di proprietà (I) componenti.

La stessa funzione di contrasto utilizzata per descrivere la somiglianza, è utilizzabile, al dire dell’Autore, anche per descrivere la diversità: *anche la diversità è, cioè, funzione delle caratteristiche comuni e delle caratteristiche distintive.*

Detto questo, che il *meno simile* sia anche il *più differente* è certo intuitivamente sostenibile (Medin, Goldston, Gentner, 1990); una per

tutte, valga l'affermazione di James Mill (1929, pp. 13-14) che “distinguere somiglianze e differenze è la stessa cosa, essendo la similarità null'altro che una piccola differenza”.

La tesi di questa relazione inversa perde generalizzabilità quando la verifica è spostata sul piano dell'osservazione dei fatti. “Naturalmente, l'aumento nella misura delle caratteristiche comuni aumenta la somiglianza e diminuisce la differenza e un aumento delle caratteristiche distintive aumenta la differenza e diminuisce la somiglianza. Tuttavia il peso relativo assegnato alle caratteristiche comuni e distintive può differire nei due compiti. Nella valutazione della somiglianza tra oggetti, il soggetto può tenere conto più delle loro proprietà comuni, mentre nella valutazione delle differenze tra oggetti il soggetto può attenersi più alle caratteristiche distintive. (...) Vale a dire (...) che una coppia di oggetti con molte caratteristiche comuni e molte caratteristiche distintive può essere percepita come più simile e più differente di un'altra coppia di oggetti con poche caratteristiche comuni e poche caratteristiche distintive” (Tversky, 1977, orig. p.339).

Prima che nel modello di Tversky, l'idea che i giudizi di somiglianza e di differenza non “trattino” gli oggetti a confronto allo stesso modo era stata suggerita da Hollingworth (1913), secondo il quale i giudizi di differenza sarebbero basati sul riconoscimento di dettagli; mentre quelli di somiglianza su proprietà e criteri più generali.

Più recentemente, ritagliando la distinzione tra attributi e relazioni, Medin et al. (1990) hanno sostenuto sperimentalmente che tale distinzione è psicologicamente saliente per spiegare la non complementarità dei giudizi di somiglianza e di differenza: le relazioni sarebbero prese in maggior considerazione nei giudizi di somiglianza, gli attributi nei giudizi di differenza: “Riferendoci alla figura [Fig. 37] , soggetti a cui si richieda di indicare l'alternativa [a T] più *simile* scelgono B, apparentemente perché condivide la relazione che *tutti i componenti hanno lo stesso colore*. Soggetti a cui si richieda di indicare l'alternativa [a T] più *diversa* scelgono ancora B apparentemente perché *ha con il target meno componenti-colore condivise* di quante ne abbia A (tutte e tre le componenti non sono concordi con lo standard mentre in A solo due componenti non lo sono)” (Medin, Goldston., & Gentner, 1990, p.66).

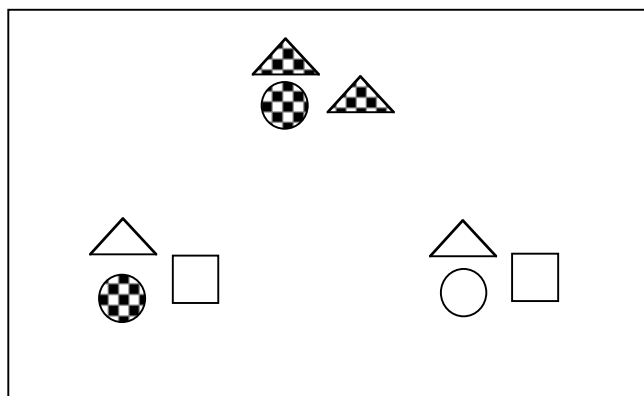


Fig. 37 - Esempio di stimoli: T, lo standard è simile per attributi ad A perché entrambi hanno un cerchio a scacchi. B non ha questa somiglianza d'attributo con T; invece, B condivide con T la relazione "stesso colore".

Indipendentemente dal fatto che la spiegazione di questo comportamento non inverso dei giudizi di somiglianza e diversità sia da riportare alla maggiore analiticità dei secondi (Hollingworth, 1913; Hock, 1973; Tversky, 1977) o al fatto che si focalizzano sugli attributi più che sulle relazioni (Kosslyn, 1987; Medin, Goldston, Gentner, 1990) la discussione è interessante perché problematizza il rapporto che esiste tra queste relazioni.

In queste discussioni, non solo non chiarito, ma addirittura non contemplato è il rapporto che intercorre tra la contrarietà e la somiglianza o tra la contrarietà e la diversità.

Le analisi sperimentali che seguono rappresentano le prime verifiche del diverso comportamento di descrizioni di diversità e contrarietà (paragrafo IV.2) e di somiglianza, diversità e contrarietà (paragrafo IV.3), pronunciate di fronte a coppie di semplici figure geometriche.

IV.2 – Contrarietà e diversità di coppie di figure presentate in successione

La prima ricerca ricalca esattamente il disegno sperimentale proposto nel paragrafo II.4.2.

La richiesta rivolta ai soggetti, in questo caso è quella di descrivere, per ciascuna coppia di figure presentata, non il grado di

contrarietà, bensì il grado di diversità visibile tra le figure della coppia. Scopo dell'esperimento è verificare se i punteggi di diversità attribuiti a ciascuna coppia nel presente esperimento si discostino significativamente, e in che direzione, dalle descrizioni date alle stesse coppie in termini di contrarietà (cfr. paragrafo II.4.2.3).

Poiché l'interesse di questa ricerca non è definire il comportamento della diversità in sé, ma individuare le divergenze tra descrizioni di diversità e di contrarietà, la discussione dei risultati sarà impostata sul confronto con l'esperimento citato.

IV.2.1 - Ipotesi della ricerca

Ipotesi 1) Se la contrarietà è una relazione che ha una propria identità non sovrapponibile alla diversità, prevediamo che la descrizione della stessa serie di configurazioni figurali in termini di diversità e di contrarietà non sia coincidente.

Ipotesi 2) In particolare ipotizziamo che i giudizi di diversità, a differenza dei giudizi di contrarietà, seguano un criterio sommativo. Prevediamo cioè che il giudizio di diversità medio attribuito al gruppo di trasformazioni che coinvolgono due proprietà (2T) e tre proprietà (3T) sia più elevato rispetto alla diversità attribuita alle trasformazioni singole (1T) e in particolare che le triple trasformazioni (3T) siano descritte come maggiormente diverse delle doppie (2T).

IV.2.2 - Metodo

Variabili: Le variabili utilizzate nel disegno sperimentale sono le stesse presentate nel paragrafo II.4.2.2 (anche in questo caso tutte studiate entro i soggetti). Le riportiamo qui di seguito per facilitare il lettore, tanto più che serviranno anche per il successivo esperimento:

1) *Tipo di figura*, ai tre livelli che indichiamo come “triangolo”, “birillo”, “ferro di cavallo” (cfr. Fig. 38).

2) *Direzione della trasformazione della F* del margine: angoloso-arrotondato, arrotondato-angoloso.

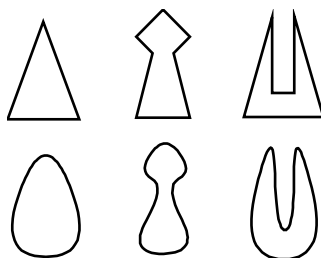


Fig. 38 - Le tre figure utilizzate (triangolo, birillo, ferro di cavallo) ai due livelli della forma del margine (spigoloso, arrotondato).

3) *Tipo di trasformazione*, a 14 livelli:

- Verso (inversione direzione gravitazionale da Up a down)
- Asse destra (trasformazione dell'orientamento da gravitazionale a coronale, con rotazione di 90° a destra)
- Asse sinistra (trasformazione dell'orientamento da gravitazionale a coronale, con rotazione di 90° a sinistra)
- Forma del margine (spigolosa-arrotondata)
- Forma + Verso
- Forma + Asse destra
- Forma + Asse sinistra
- Forma + Dimensione (ingrandimento)
- Verso + Dimensione
- Asse destra + Dimensione
- Asse sinistra + Dimensione
- Forma + Verso + Dimensione
- Forma + Asse destra + Dimensione
- Forma + Asse sinistra + Dimensione

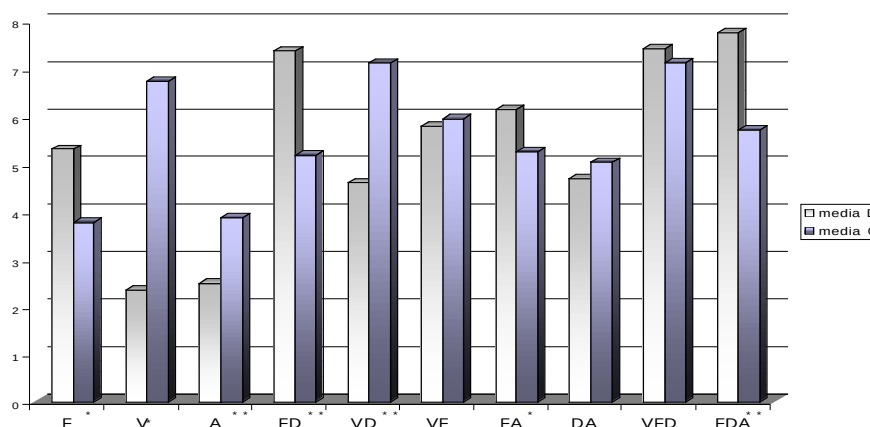
Procedura: rimandiamo alla presentazione di p.168.

IV.2.3 – Risultati

Che la diversità e la contrarietà visibile tra due fatti prefigurino due tipi di relazioni (ipotesi 1), emerge bene dal confronto illustrato nel Graf 14 - anticipiamo che i due livelli della variabile asse destra e asse

sinistra sono stati raccolti in un unico livello, perché la distribuzione dei punteggi non è mai risultata significativamente differente nelle coppie di figure corrispondenti.

Il confronto tra i punteggi medi attribuiti alle 10 trasformazioni, indipendentemente dalla figura e dalla forma del margine (t di Student per campioni indipendenti; con soglia di significatività corretta con il criterio di Bonferroni: $p.0.05/10 = p.0.005$), ha rivelato che significativamente differenti sono i giudizi attribuiti a 6 delle 10 trasformazioni: forma (F), verso (V), asse (A), forma+dimensione (FD), verso+dimensione (VD), forma+asse (FA) e forma+dimensione+asse (FDA).



Graf 14 - Il grafico confronta, per ciascuna delle 10 trasformazioni utilizzate (ascissa) i punteggi medi di diversità (Di) e contrarietà (C) attribuiti dai due gruppi. I valori medi sono stati calcolati indipendentemente dal tipo di figura (birillo, triangolo, ferro di cavallo) e dal tipo di margine (spigoloso, arrotondato). Gli asterischi vicino alle sigle in ascissa indicano che la differenza evidenziata dall'istogramma è significativa.

Si osservi che le coppie descritte più come contrarie che diverse mostrano la trasformazione di V: vale a dire che l'inversione del V

mostra una evidente contrarietà, ma *non* un'altrettanto evidente diversità (t-value=9.80; p=0.000); significativa nella stessa direzione, anche la differenza tra i punteggi di contrarietà e diversità dati alla trasformazione di VD (t-value=5.50; p=0.000).

Al dato già verificato (paragrafo II.4.2.3) che l'inversione del V è la trasformazione più adeguata, tra quelle sin qui analizzate, a rendere visibile contrarietà tra due fatti, si aggiunge ora la constatazione *della specificità di questa trasformazione*, poco adeguata a generare diversità. In questo senso acquista un particolare significato il [P13] **Principio del grado di adeguatezza delle proprietà**: l'adeguatezza per la contrarietà è contemporaneamente o può essere contemporaneamente inadeguatezza per la diversità, a salvaguardia dell'autonomia della contrarietà nella classe delle relazioni non-identiche.

Se peculiare della contrarietà è l'adeguatezza delle trasformazioni di V, la diversità sembra invece legarsi a variazioni di forma, sia quando applicate singolarmente che in associazione ad altre trasformazioni: più diverse che contrarie sono state giudicate la trasformazione singola di F (t-value= -3.36; p= 0.000), e le trasformazioni composte di FD (t-value= -4.25; p=0.000) e FDA (t-value= -5.12; p= 0.000).

Un'analisi dei cluster gerarchica (su distanze euclidee, condotta con il metodo del legame medio tra i gruppi), ha evidenziato una organizzazione dei dati riconducibile a due macro raggruppamenti, che possiamo descrivere come il cluster delle coppie poco diverse (cluster 1), e il cluster delle coppie diverse (cluster 2), a loro volta scomponibili in due cluster – cfr. Fig.39b-.

Nel cluster 1 sono raccolte (cluster 1a) le trasformazioni singole di V e A, che generano coppie scarsamente diverse (Vmedio=2.360; Amedio=2.500); accanto ad esse (cluster 1b) le stesse trasformazioni associate alla variazione della D (VDmedio=4.607; ADmedio=4.696). Il fatto che il giudizio si mantenga poco elevato riconferma il carattere conservativo della trasformazione di D. Tuttavia l'aggiunta di questa trasformazione aumenta in modo significativo il giudizio di diversità rispetto alle coppie corrispondenti del cluster 1a (V-VD: t-value:8.09, df.=27; p=0.000; A-AD: t-value= -8.89; df.=27; p=0.000), e ciò offre un primo indizio del comportamento sommativo della diversità. Il confronto tra i cluster 1 e 2 emersi nella descrizione di contrarietà

(esperimento presentato nel paragrafo II.4.2.3) e i cluster 1a e 1b, appena presentati, rivela il diverso comportamento della diversità e della contrarietà in quanto a sommatività: nel caso della diversità, infatti, l'aggiunta della trasformazione di D aggiunge diversità all'esito delle trasformazioni singole di V e A (come risulta dalla struttura dei due cluster 1a e 1b, che segregano infatti le trasformazioni singole dalle doppie). Nel caso della contrarietà, invece, l'aggiunta della trasformazione di D non provoca un aumento del grado di contrarietà già osservabile nelle coppie che mostrano la contrarizzazione singola di V o A, e i cluster si organizzano allora attorno alla contrarietà tipica di V (elevata) e di A (meno elevata).

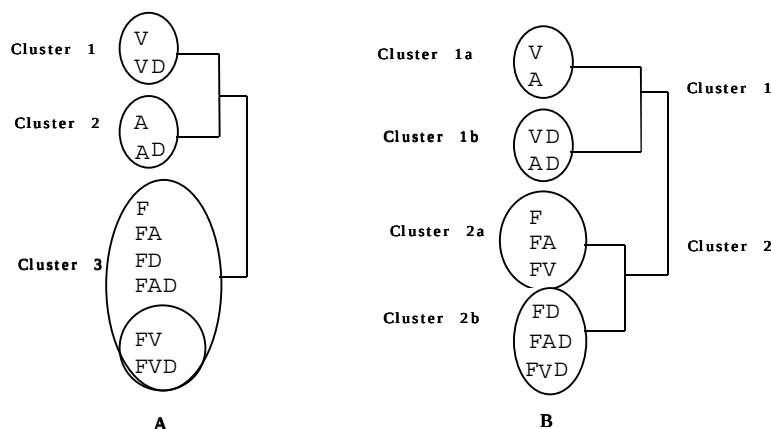


Fig.39 - Rappresentazione schematica dell'esito dell'analisi dei cluster sui giudizi A) di contrarietà (vd. Paragrafo II.4.2.3) e B) di diversità (discusso nel testo).

Che le trasformazioni d'orientamento (di V o A) non producano molta diversità (coerentemente con i bassi punteggi già osservati nel cluster 1a) si conferma anche analizzando il cluster 2, che raccoglie le trasformazioni di F - a cui si associa in generale un giudizio di diversità piuttosto elevato ($F_{\text{medio}}=5.321$) - e nel quale confluiscono anche le trasformazioni doppie di FA e FV (cluster 2a), giudicate dai soggetti non più diverse dalle trasformazioni singole di F ($F_{\text{medio}}=6.155$;

FVmedio=5.798; F-FA: t-value:8.09, df.=27; p=0.000; F-FV: t-value:8.09, df.=27; p=0.000).

Più efficace, invece, anche all'interno di questo secondo macrocluster l'effetto della D: le coppie che vanno a costituire il cluster 2a sono infatti caratterizzate dalla aggiunta della trasformazione di D o alla singola trasformazione di forma (FDmedio=7.387) o alla trasformazione di forma, variata anche per orientamento rispetto all'asse o al verso (FDAmedio=7.768; FDVmedio=7.438). Il giudizio di diversità aumenta significativamente in tutti e tre i confronti (F-FD: t-value:10.41, df.=27; p=0.000; F-FDA: t-value:-7.26, df.=27; p=0.000; F-FDV: t-value:-6.47, df.=27; p=0.000): quelle raccolte da quest'ultimo cluster sono le coppie descritte in assoluto, tra quelle utilizzate nell'esperimento, come le più diverse.

Rispetto all'ipotesi del comportamento sommativo della diversità (ipotesi 2) possiamo quindi concludere quanto segue: all'aumento del numero di trasformazioni osservabili corrisponde un aumento della diversità visibile tra i due fatti (I, I') quando si tratta di trasformazioni che modificano *la figura* e non solo *l'orientamento della figura*; quindi, tra le trasformazioni studiate, non il V e l'A, ma la D e la F e sarebbe forse plausibile attendersi che lo stesso accadrebbe per trasformazioni della superficie, della regolarità/irregolarità, della semplicità/complessità... cioè per tutte quelle proprietà che non riguardano la localizzazione dell'oggetto nello spazio, ma "la struttura" dell'oggetto.

IV.3 – La specificità della contrarietà rispetto alla somiglianza e alla diversità

Il confronto tra i risultati delle due ricerche analizzate (paragrafi II.4.2.3 e IV.2.3.3) ha verificato la non sovrapponibilità dei giudizi di diversità e di contrarietà, mettendo in evidenza la specificità delle contrarizzazioni spaziali, e di verso in particolare, nei giudizi di contrarietà; così come ha evidenziato che contrarizzazioni di forma si associano generalmente a giudizi di diversità.

Entrambi gli esperimenti prevedevano che la descrizione di contrarietà/diversità fosse data di fronte alla singola coppia di figure, presentata sullo schermo. La descrizione della coppia in termini di diversità, in un caso, di contrarietà, nell'altro era in un certo senso

“forzata”: un basso punteggio di diversità suggerisce che la coppia non è stata riconosciuta dai soggetti come evidentemente diversa, ma non ci consente di definire come sarebbe stato più adeguato descriverla: non diversa, ma simile? O non diversa, ma contraria? Similmente un basso giudizio di contrarietà non ci consente di capire come i soggetti avrebbero meglio descritto la coppia poco contraria.

Nella ricerca che segue abbiamo allora proceduto ad analizzare come i soggetti avrebbero descritto le stesse coppie di figure nella condizione in cui, presentate insieme la serie relativa ad una stessa figura, avessero dovuto classificare le coppie in tre classi: la classe delle figure *simili*, delle figure *diverse* e delle figure contrarie. L'esperimento ci consente di individuare quali tra le trasformazioni da noi presentate producono in modo autoevidente somiglianza, quali diversità e quali contrarietà. È infatti plausibile ritenere che la classificazione entro i tre insiemi avvenga proprio sulla base dell'aspetto complessivo ed immediato della coppia, e che non sia invece derivato dall'assunzione di un atteggiamento analitico. Nei termini del [P1] *Principio di esperibilità* abbiamo insomma a che fare con il primo dei due livelli di esperibilità di queste relazioni.

L'esperimento è stato condotto utilizzando il metodo interosservativo (Bozzi, 1989), già applicato per l'analisi delle dimensioni dello spazio (paragrafo II.2.3). L'applicazione di questo metodo si è reso opportuno perché era plausibile prevedere che per alcune coppie la classificazione sarebbe stata non univoca se, come supponiamo, queste tre relazioni prefigurano degli insiemi sfocati più che classi autoescludentisi, l'interosservazione garantisce allora che le risposte siano adattate il più possibile alla relazione osservata tra le due identità.

IV.3.1 - Ipotesi della ricerca

Attraverso il presente esperimento intendiamo ricercare la conferma:

Ipotesi 1) dell'affermazione contenuta nel I° livello del [P1] *Principio di esperibilità* che tra coppie di figure non-identiche si segregano, oltre alla classe delle figure “simili” e “diverse” una classe di figure propriamente “contrarie”;

Ipotesi 2) alla previsione che a regolare la classificazione siano dei criteri quantitativi (numero di trasformazioni variate) oltre che qualitativi. Da un lato il [P11] *Principio di non sommatività* e il [P10] *Principio di invarianza* per la contrarietà, dall'altro il modello di Tversky (1977) per la somiglianza, fanno prevedere che le coppie di figure con identità chiaramente invariante saranno ricondotte o alla classe delle coppie simili oppure alla classe delle coppie contrarie. Ciò farebbe concludere che il riconoscimento di contrarietà è più vicino al riconoscimento di somiglianza che di diversità;

Ipotesi 3) della specificità della trasformazione di V nel generare giudizi di contrarietà, coerentemente a quanto emerso dal precedenti ricerche che hanno utilizzato compiti di riconoscimento e di produzione (cfr. paragrafi II.4.2.3, II.4.3.3.3; II.4.3.4.3). Ricordiamo che in quei contesti sperimentali non era prevista la possibilità di scegliere la descrizione più adeguata (somiglianza, diversità o contrarietà); rimane allora da chiarire se le trasformazioni di V, là risultate altamente contrarie, sarebbero state meglio descritte in termini alternativi, o come simili o come diverse;

Ipotesi 4) dell'interpretazione avanzata discutendo i risultati della ricerca presentata nel paragrafo II.4.2, che la trasformazione verticale-orizzontale è poco adeguata a generare contrarietà in figure con evidente direzione perché “mascherata” dalla più saliente trasformazione di verso alto-destra, alto-sinistra (vedi paragrafo II.4.2.3); coerentemente con questa interpretazione le coppie che mostrano questa variazione dovrebbero essere fatte rientrare nella classe delle figure simili;

Ipotesi 5) di eventuali influenze della specificità delle figure o, viceversa, della generalizzabilità dei risultati al tipo di configurazioni utilizzate nell'esperimento (ben orientate, con orientamento sull'asse gravitazionale, direzione verso l'alto).

IV.3.2 - Metodo

Variabili: Le variabili utilizzate nel disegno sperimentale sono le medesime utilizzate nell'esperimento precedente. Rimandiamo pertanto al paragrafo IV.2.2.

Procedura: La ricerca ha coinvolto 10 gruppi di interosservazione composti ciascuno da 5 soggetti (studenti universitari di età compresa tra i 20-28 anni, iscritti a diverse facoltà, e casualmente attribuiti ai gruppi).

Ad ogni gruppo sono state presentate, in successione, 3 serie di 14 coppie di figure. Ogni serie era composta di 14 cartoncini (20x20cm), relativi ad una stessa figura di riferimento, presentata a sinistra della coppia, e alla quale era di volta in volta affiancata, come figura di confronto, una delle 14 trasformazioni. La variabile margine è stata studiata tra i soggetti: a 5 gruppi di interosservazione sono state dunque presentate le tre serie relative alle figure “triangolo”, “birillo”, “ferro di cavallo” spigolosi; agli altri 5 gruppi le tre serie corrispondenti, riferite alle figure arrotondate.

I 14 cartoncini componenti la serie venivano presentati contemporaneamente, disposti in ordine casuale sopra un tavolo.

I soggetti dovevano procedere ad un duplice compito:

1) *classificazione*: raggruppare i 14 cartoncini in tre classi in base al tipo di relazione visibile tra i membri della coppia (somiglianza, diversità, contrarietà).

2) *ordinamento*: entro ciascuna delle classi individuate, ordinare le coppie in base al grado rispettivamente di somiglianza, di diversità, di contrarietà. I soggetti avevano a disposizione una scala min-max di lunghezza 2 metri, collocata al centro di un tavolo e sulla quale procedevano alla distribuzione delle coppie. Sul retro della scala erano tracciati i valori numerici corrispondenti ad una scala a 10 punti, utilizzati dagli sperimentatori per tradurre nei valori metrici corrispondenti il giudizio dato dai soggetti su scala continua (min-max).

Ai soggetti veniva esplicitato di basare il giudizio sulle relazioni visibili tra le figure della serie sotto osservazione, senza preoccuparsi della coerenza con le soluzioni indicate per le serie precedenti. All’inizio sia del compito di classificazione, sia del compito di ordinamento, veniva ribadito che le risposte dovevano basarsi sul grado di somiglianza, diversità, contrarietà delle coppie *immediatamente evidente sul piano percettivo*.

IV.3.3 – Risultati

Dal momento che lo scopo principale di questa ricerca è esplorare il rapporto che esiste tra le tre relazioni considerate, l’analisi dei risultati non si concentrerà esclusivamente sulle coppie che sono state giudicate simili, diverse o contrarie con un completo accordo (da 5 gruppi su 5).

Un contributo importante alla comprensione del rapporto che intercorre tra diversità, somiglianza e contrarietà deriva dall’analisi delle coppie che hanno ottenuto descrizioni non concordi e quindi “distribuite”

su più categorie: poiché non abbiamo a che fare con soggetti singoli, ma con gruppi di interosservazione, e l'interosservazione garantisce la plausibilità fenomenica del dato, leggeremo queste risposte considerando che nella coppia in questione è visibile sia, poniamo, contrarietà che somiglianza; o sia diversità che somiglianza. Accordando, cioè, alla distribuzione delle risposte in più categorie non un significato di ambiguità, analizzeremo i risultati in termini di *disponibilità di ciascuna coppia ad essere descritta come simile, o contraria o diversa*.

In particolare ci interesserà capire per le coppie descritte solo da alcuni gruppi come contrarie, *qual è la descrizione alternativa che esse hanno ricevuto (simile o diverso?)*; ciò consentirà di identificare in quali condizioni la contrarietà è più vicina alla somiglianza o alla diversità

A partire da queste premesse, l'analisi delle risposte inizierà considerando come si distribuiscono le 84 coppie complessivamente utilizzate nell'esperimento, all'interno di 3 scale, ciascuna definita da due categorizzazioni: la scala contrario-diverso; la scala contrario-simile; la scala simile-diverso. Ogni D è strutturata a 6 livelli, che identificano le possibili combinazioni delle descrizioni su quella scala; ad esempio (vd. Fig. 38), nella scala simile-contrario, al primo livello saranno collocate le coppie descritte da 5 gruppi come C e da 0 gruppi come S, al secondo livello le coppie descritte da 4 gruppi come C e da 1 come S, al terzo livello le coppie descritte da 3 gruppi come C e da 2 come simili, al quarto livello le coppie descritte da 2 gruppi come C e da 3 come simili, al quinto livello le coppie descritte da 1 gruppo come C e da 4 come S, al sesto livello le coppie descritte da 0 gruppi come contrarie e da 5 gruppi come S). Lo stesso criterio è utilizzato per le altre 2 scale.

La collocazione delle coppie all'interno di queste dimensioni esprime quindi la disponibilità di ognuno degli EsO utilizzati nell'esperimento ad essere descritto (classificato) secondo le tre relazioni.

Iniziamo considerando la scala *Contrario-Diverso* (Figg. 40; 41). In questa scala trovano collocazione le coppie che mostrano la contrarizzazione della forma (I) in associazione ad una trasformazione spaziale: d'asse o di verso.

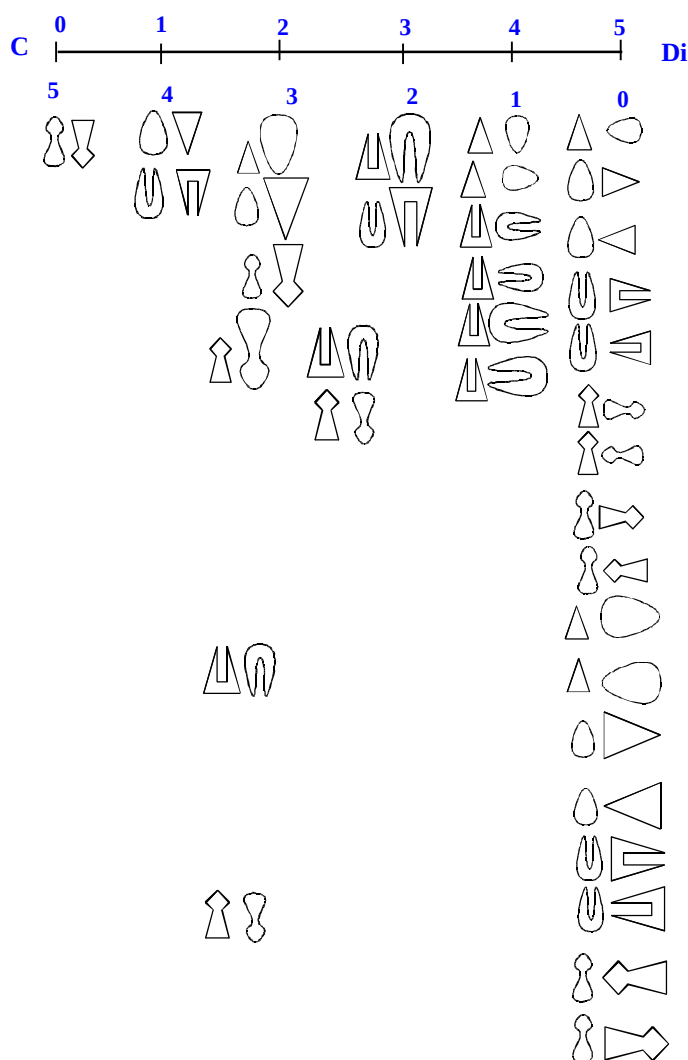


Fig. 40 - La figura rappresenta le coppie di figure utilizzate, ordinate nella scala che combina le categorie di risposta (C: contrario, Di: diverso), tenendo conto della possibili descrizioni ricevute dai cinque gruppi di soggetti: ogni livello combina la frequenza di classificazioni delle due categorie, poli della scala. Sopra alla scala i valori relativi alla categoria di destra; sotto quelli relativi alla categoria di sinistra.

In particolare:

i) verso la polarità Di (nella metà destra della scala) incontriamo *tutte* le coppie utilizzate nell'esperimento che mostrano una doppia trasformazione FA (Forma+asse) e che i soggetti hanno descritto come Diverse con livelli molto alti di concordanza (accordo: 5 gruppi/5 per 9 trasformazioni di FA; accordo: 4 gruppi/5 per le rimanenti 3 trasformazioni), e 11 delle 12 trasformazioni di FAD (Forma+Asse+Dimensione). La trasformazione esclusa (birillo spigoloso trasformato per FAD) non compare nella dimensione Diverso-Contrario ma nella scala Diverso-Simile, comunque descritta da 4 gruppi/5 come Diversa, e dal rimanente gruppo come Simile.

Pertanto si può concludere che per tutte le coppie utilizzate nell'esperimento, quando è osservabile una variazione d'asse *combinata* alla trasformazione di forma (AF) o di forme e dimensione insieme (AFD), la figure risultano con alta evidenza Diverse.

ii) Verso la polarità C (= nella metà sinistra della scala) incontriamo tutte le coppie di figure nelle quali la trasformazione di Forma (F) o di Forma e Dimensione (FD) si combina alla trasformazione del Verso (FV, FVD).

Il dato dimostra che se è vero che la condizione di *invarianza* necessaria perché due fatti sino percepiti come contrari ([P10] *Principio di invarianza*) è garantita, quantitativamente, da un basso numero di proprietà trasformate ([P11] *Principio di non sommatività dei contrari*), è anche verso che risente del tipo di trasformazione. Nella fattispecie, la trasformazione di V, che ha dimostrato di essere adeguata alla percezione di contrarietà ([P13] *Principio del grado di adeguatezza della proprietà*), riesce a rendere osservabile questa relazione anche quando è concomitante ad altre trasformazioni, seppur aumenti, in questo caso, la possibilità che figure così ottenute vengano descritte come diverse o contrarie: lo attesta il fatto che le coppie che trasformano FVD o FV si ritrovino in questa scala, in cui si mescolano descrizioni di contrarietà a descrizioni di diversità e che per le trasformazioni triple (FVD) aumentino rispetto alle trasformazioni doppie (FV) le descrizioni di Diversità più che di Contrarietà (come vedremo nella prossime righe).

Alla scala *Contrario-Diverso* (Fig. 40, p. 311 e Fig. 41, pagina seguente) sono da riportare tutte le coppie che trasformano FV utilizzate nell'esperimento, ma quelle in cui la trasformazione di F va

dall'arrotondato allo spigoloso compaiono nella metà sinistra della D, descritte come Contrarie con maggiore accordo (5 gruppi/5 o 4 gruppi/5) delle coppie in cui la trasformazione di F va dallo spigoloso all'arrotondato, che compaiono al centro della scala (coppia delle figure bidente e birillo, descritte da 3 gruppi come Diverse, da 2 gruppi come Contrarie e da 1 gruppo come Simili) o addirittura nella metà destra (la trasformazione del triangolo per FV, descritta da 4 gruppi/5 come Diversa e da 1 gruppo come Contraria).

Ciò sembrerebbe indicare che quando la trasformazione di V si accompagna alla trasformazione della rotondità in spigolosità (F), la coppia continua ad essere identificata come Contraria più che Diversa, mentre invece ciò non accade quando la trasformazione di V si accompagna ad un arrotondamento della spigolosità iniziale della figura: *i.e.* la trasformazione delle curve in spigoli ha significato di contrarietà più accentuato, mentre la direzione inversa della trasformazione sembrerebbe meno contrarizzante. (cfr. [P14] *Principio di anisotropia della direzione della trasformazione entro i poli*).

Poiché questa anisotropia non si osserva nel caso della trasformazione singola di F (tutte le coppie compaiono nella scala Diverso-simile) si deve concludere che non è la trasformazione di F in sé ad essere più o meno contraria nelle due direzioni; l'anisotropia compare in concomitanza alla trasformazione del verso: quando la forma arrotondata si trasforma in spigolosa, il risultato è un'accentuazione della contrarietà del verso.

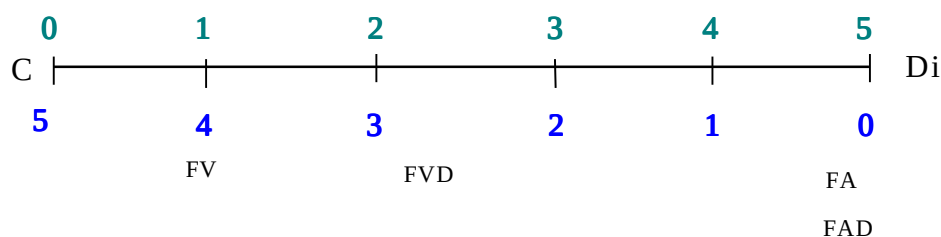


Fig. 41 – Rappresentazione schematica delle trasformazioni riportabili alla scala Sopra alla scala i valori relativi alla categoria di destra; sotto quelli relativi alla categoria di sinistra.

Per le 6 coppie in cui la trasformazione di V si associa alla variazione di Forma e Dimensione (una trasformazione di tre proprietà), rimane evidentemente una certa disponibilità ad essere descritte come Contrarie (3 gruppi/5 o 2 gruppi/5), ma pare aumentare la diversità visibile tra le figure: rispetto alla trasformazione doppia di VF, aumenta infatti il numero di gruppi che descrivono le figure come Diverse (2 gruppi/5; 3 gruppi/5), a favore del [P11] *Principio di non sommatività dei contrari*.

Quindi, la trasformazione di verso associata alla trasformazione della forma (FV), produce coppie in cui è *visibile contrarietà*, anche se si tratta di coppie che è fenomenicamente possibile descrivere pure in termini di diversità; questa alternativa si accentua a scapito della contrarietà quando si aggiunge anche l'ulteriore variazione della dimensione (FVD).

Nella scala *Contrario-Simile* (Figg. 42; 43) trovano collocazione le trasformazioni spaziali d'asse (A) o di verso (V), singole o combinate alla trasformazione di dimensione (D).

Verso la polarità *Simile* (a destra) troviamo 5 delle 6 trasformazioni singole d'asse (A) descritte con alto accordo come simili (5 gruppi/5; solo per 1 coppia 4 gruppi /5) e 4 coppie in cui A è trasformato insieme alla D.

Verso la polarità *Contrario* (a sinistra) incontriamo tutte e 6 le trasformazioni singole di V e 5 trasformazioni doppie di V e D. Solo per la coppia formata dai triangoli, tuttavia, la descrizione è stata assolutamente concorde (5 gruppi/5); per le altre coppie, alla descrizione di alcuni gruppi come Contraria (3-4gruppi/5) si è accompagnata la descrizione da parte di altri gruppi come Simile (2-3gruppi/5), a conferma del [P10] *Principio di invarianza*: la contrarietà si traduce visivamente in una massima opposizione, in condizioni di un'altrettanto evidente invarianza tra le identità delle figure confrontate.

Quando insieme al verso covaria anche la trasformazione di forma (VF), come abbiamo discusso trattando della scala precedente, l'invarianza tra le figure viene meno e la descrizione alternativa a Contrarie -ancora plausibile perché le figure sono contrarie per verso- non è più Simili, ma Diverse.

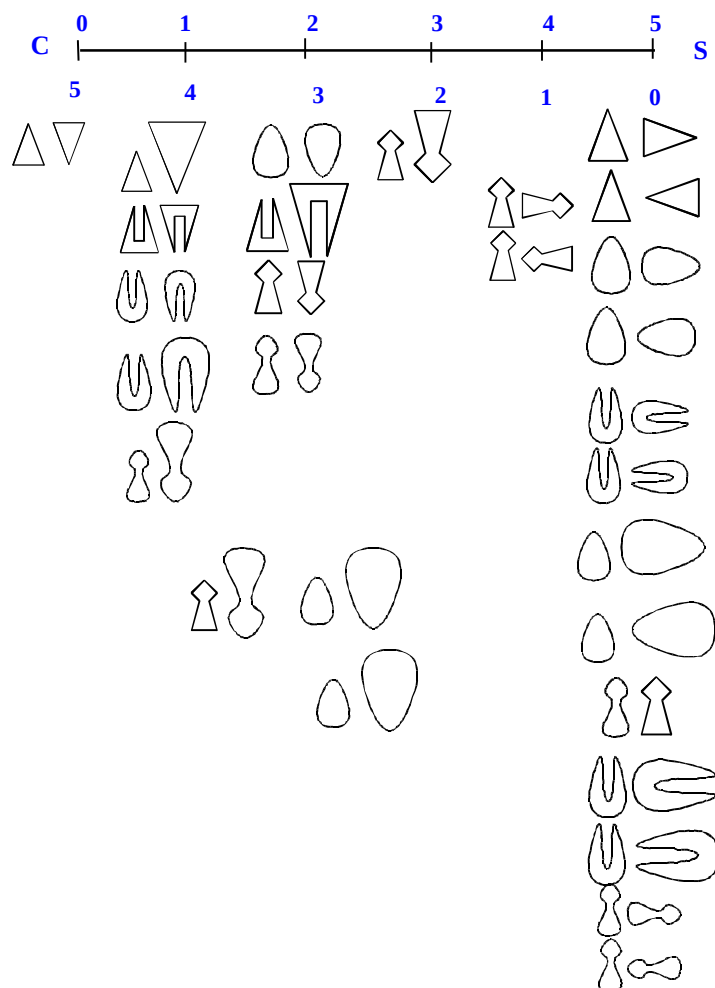


Fig. 42 - La figura rappresenta le coppie di figure utilizzate, ordinate nella scala che combina le categorie di risposta (C: contrario, S: Simile), tenendo conto della possibili descrizioni ricevute dai cinque gruppi di soggetti: ogni livello combina la frequenza di classificazioni delle due categorie, poli della scala. Sopra alla scala i valori relativi alla categoria di destra; sotto quelli relativi alla categoria di sinistra.

Come abbiamo visto accadere per la scala Diverso-Contrario, per le coppie in cui si osserva una variazione aggiunta della dimensione, pur non modificandosi sostanzialmente il tipo di descrizione (le coppie sono da riportare ancora alla medesima scala), aumenta la frequenza di descrizioni alternative a Contrario. Queste trasformazioni compiono infatti nelle posizioni più centrali della scala.

Se, entro la scala Diverso-Contrario, questo dato poteva essere letto come un indizio del fatto che all'aumentare del numero di trasformazioni, aumenta il giudizio di Diversità più che di contrarietà (per cui la diversità è un eccesso di trasformazioni rispetto alla contrarietà), il dato appena presentato suggerisce, forse un po' paradossalmente, che l'aumento del numero di contrarizzazioni può aumentare la possibilità che la coppia si descriva come simile invece che contraria.

In questo senso la contrarietà risulterebbe, quantitativamente, ancor *meno sommativa* di quanto possa esserlo la somiglianza (cfr. [P11] *Principio di non sommatività*). È allora l'invarianza complessiva, più che il numero di proprietà variare, l'aspetto su cui i soggetti regolano la descrizione.

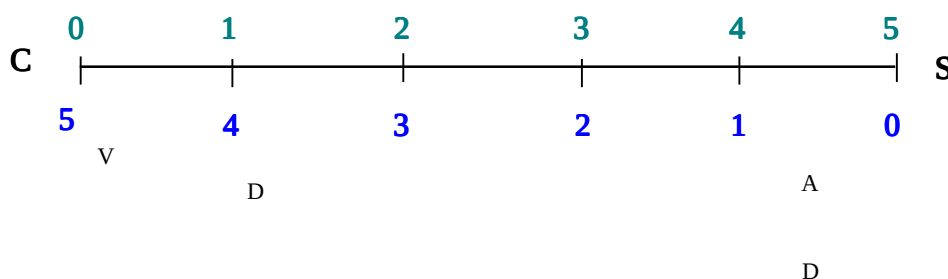


Fig. 43 – Rappresentazione schematica delle trasformazioni riportabili alla scala Contrario-Simile. Sopra alla scala i valori relativi alla categoria di destra; sotto quelli relativi alla categoria di sinistra.

La scala *Diverso-Simile* (Figg. 44; 45) raccoglie le coppie descritte come Simili o Diverse, con vari gradi di accordo e di univocità.

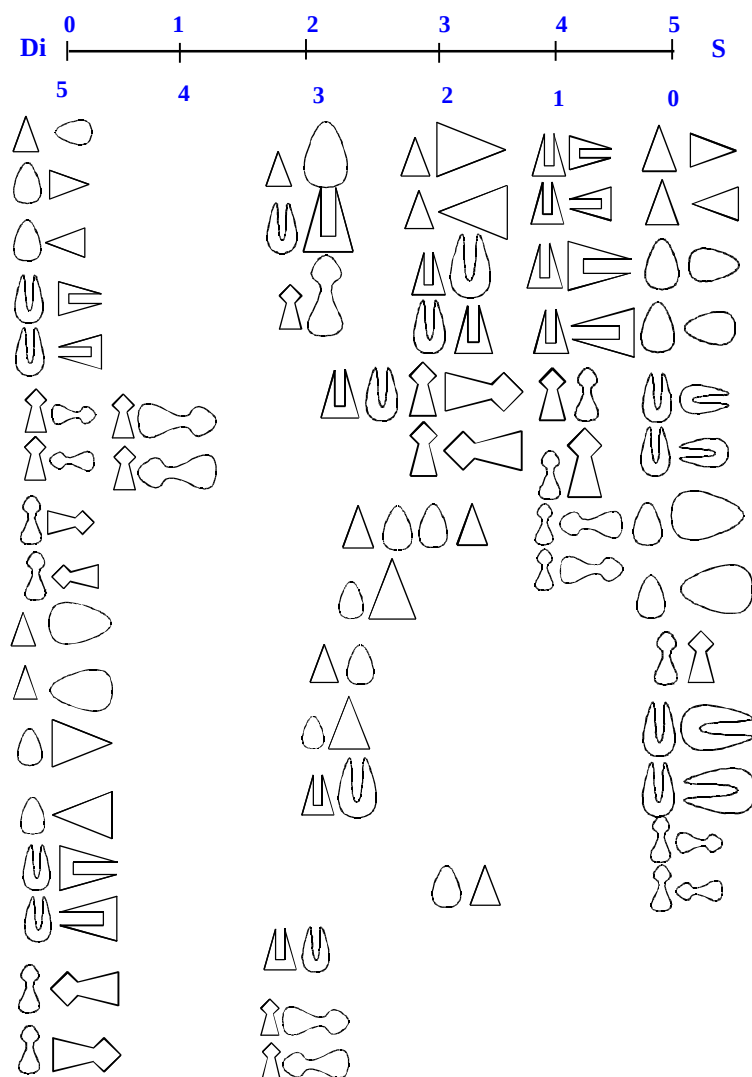


Fig. 44 - La figura rappresenta le coppie di figure utilizzate, ordinate nella scala che combina le categorie di risposta (Di: Diverse, S: simile), tenendo conto della possibili descrizioni ricevute dai cinque gruppi di soggetti: ogni livello combina la frequenza di classificazioni delle due categorie, poli della scala. Sopra alla scala i valori relativi alla categoria di destra; sotto quelli relativi alla categoria di sinistra.

Entro questa scala troviamo allora organizzate quelle coppie di fronte alle quali i soggetti, in precedenti esperimenti (paragrafi II.4.2; IV.2), hanno espresso su richiesta un giudizio di contrarietà, ma che più appropriatamente avrebbero descritto nei termini di altre relazioni. Richiamando i due livelli del [P1] *Principio di esperibilità della contrarietà*, possiamo dire che per le coppie di figure che incontreremo in questa scala, l'esperienza della contrarietà non è autoevidente (I° livello di esperibilità): autoevidente è, qui, la somiglianza o la diversità; di contrarietà si può avere esperienza solo passando al piano dell'identificazione analitica delle proprietà (II° livello) che compongono le due figure confrontate nella coppia.

Concordemente descritte come simili sono le coppie che mostrano trasformazioni singole di asse (A) e doppie di asse e dimensione (AD); concordemente descritte come diverse le trasformazioni doppie di asse e forma (AF) e le trasformazioni triple di asse, forma e dimensione (AFD).

Nella parte centrale della scala Diverso-Simile, verso la polarità Simile si incontrano le trasformazioni di AD applicate alle tre figure spigolose (birillo, bidente, triangolo) rispetto alle quali, accanto ai gruppi che hanno descritto somiglianza, altri hanno invece individuato un certo grado di diversità (2 gruppi/5); le trasformazioni corrispondenti su figure arrotondate sono state descritte invece con maggior concordanza come Simili (4-5/5 gruppi). A parità di trasformazioni, quindi, l'aspetto della modificazione d'asse, quando applicato ad una figura spigolosa, genera visivamente più diversità rispetto a quando è applicata a figure arrotondate, visivamente più invarianti (nelle figure spigolose, probabilmente, gli spigoli rendono più evidenti direzioni locali della figura; per cui a parità di variazione d'asse, nel caso delle figure spigolose, la trasformazione si traduce in una più articolata variazione dei vettori di organizzazione interni).

Descritte come Simili o Diverse, ma non Contrarie, sono anche tutte le 6 trasformazioni di FD proposte. Nella scala troviamo anche distribuite le 6 trasformazioni semplici di F; per 3 delle quali (triangolo spigoloso-arrotondato, triangolo arrotondato-spigoloso, bidente spigoloso-arrotondato), accanto alla descrizione Simili o Diverse, compare da parte di 1-2 gruppi la descrizione Contrarie.

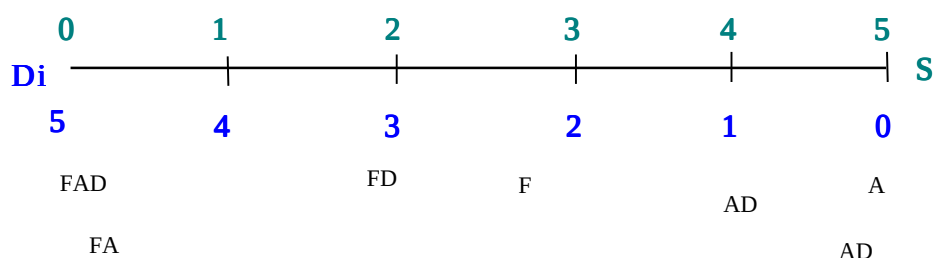


Fig. 45 – Rappresentazione schematica delle trasformazioni riportabili alla scala Diverso-Simile. Sopra alla scala i valori relativi alla categoria di destra; sotto quelli relativi alla categoria di sinistra.

IV.4 – Conclusioni generali

Le due ricerche hanno evidenziato la specificità della trasformazione di V rispetto alla contrarietà, aggiungendo quindi alle verifiche sin qui raccolte (paragrafi II.4.2; II.4.3.3; II.4.3.4) dell'adeguatezza di questa contrarizzazione ([P13] *Principio del grado di adeguatezza*), l'informazione della sua specificità.

Dalla prima ricerca presentata è emerso che le coppie che mostrano questa trasformazione, risultano scarsamente diverse; superiore il grado di diversità attribuito alle trasformazioni di VD, anche se ancora inferiore al valore di contrarietà. Il risultato potrebbe essere spiegato in termini di *sommatività*, essendo due le trasformazioni dell'identità iniziali visibili in queste coppie. In generale i risultati hanno infatti evidenziato che l'aggiunta della trasformazione di D incrementa significativamente il grado di diversità ottenuto attraverso altre trasformazioni, siano d'asse di forma o di verso. Viceversa, abbiamo constatato (paragrafo II.4.2.3, pp.170-174) che l'aggiunta della trasformazione di D a trasformazioni d'asse o di verso non aumenta il grado di contrarietà evidente nella coppia di figure, a conferma che la contrarietà non è una relazione sommativa ([P11] *Principio di non sommatività dei contrari*).

In apparente contrasto con questo risultato, il secondo esperimento suggerisce che le coppie trasformate per VD, quando non vengono descritte come contrarie, tendono ad essere descritte come simili.

I due risultati possono essere conciliati considerando che per queste coppie la possibilità di essere descritte come diverse aumenta (prima ricerca) nel senso di un aumento della non-identità: qualitativamente l'aspetto di questa variazione non sarebbe però quello della diversità e per questo le coppie vengono classificate o come contrarie o come simili.

In linea con il [P11] *Principio di invarianza* è anche la verifica che la classificazione come “contrarie” delle coppie che mostrano la contrarizzazione del verso, lascia spazio a descrizioni alternative in termini di somiglianza:

a) per le figure con maggior grado di articolazione (ferro di cavallo, bidente);

b) quando si associa ad una trasformazione, quella di D, che non modifica sostanzialmente l'identità delle due figure, al punto da farle ritenere ancora “simili”, ma che evidentemente viola – con un eccesso di variazione- le condizioni di invarianza necessarie perché i due fatti siano visti come contrari.

Entrambi questi dati sono interessanti perché suggeriscono che la somiglianza ammette più gradi di variazione della contrarietà.

La trasformazione della forma del margine lungo la dimensione spigoloso-arrotondato, introdotta dai soggetti nel compito di produzione (paragrafo II.4.1) viene riconosciuta come diversa o simile, più che contraria; la disponibilità ad essere descritta come contraria aumenta in particolari condizioni: quando è associata a modificazioni del verso e modifica la rotondità in spigolosità.

Infine, le trasformazioni d'asse, a cui i soggetti hanno attribuito nel primo esperimento (paragrafo IV.2) bassi valori di diversità, sono state descritte nel secondo esperimento (paragrafo IV.3) come simili, quando la trasformazione è singola, come diverse quando alla variazione dell'asse si unisce la variazione della forma o della forma e dimensione congiuntamente. Si conferma, quindi, che per figure con struttura ben orientata come quelle utilizzate, la variazione dell'asse, da sola, risulta inadeguata a generare contrarietà ([P13] *Principio del grado di adeguatezza della proprietà*).

Cap. V) L'USO DEL "NON" NELLA DESCRIZIONE DI EVENTI SOTTO OSSERVAZIONE

In logica il predicato non-x risolve monoliticamente la non-identità.

Nel capitolo precedente abbiamo già constatato, rispetto alle relazioni, che l'esperienza di fatti non-identici assume fenomenicamente varie forme: dato un evento, I, non-I può essere

a) un evento identico, il quale benché identico, appunto perché non è lo stesso ma è *un altro* evento, è appropriatamente descritto come non-I;

b) un evento *simile* ad I e in questo caso la non identità è sottolineata anche da una non esatta coincidenza delle proprietà che identificano i due fatti;

c) un evento *contrario* ad I, e qui la non-identità assume percettivamente la forma di una evidente opposizione;

d) un evento a vario titolo *diverso* da I, e le distanze fra le due identità possono spingersi fino all'apparente assenza di corrispondenza fra tutte le proprietà dei due fatti.

Oltre che con questo significato, la negazione entra a far parte dell'esperienza di un individuo come negazione di termini o di proposizioni. E infatti lo studio della negazione è stato affrontato fondamentalmente nell'ambito della psicolinguistica e della psicologia del ragionamento, trattando lo sviluppo della comprensione e dell'uso della negazione (Volterra, 1972; Antinucci and Volterra, 1975; Clark and Clark, 1977), le difficoltà indotte dalla negazione in compiti mnestici (Sherman, 1973;1976; H. Clark, 1969, 1970; Huttenlocher and Higgins, 1971; Carpenter, 1974; Flores d'Arcais, 1974), il ruolo della presupposizione quando nel linguaggio comune si ricorre a frasi che negano un accadimento o una proprietà (Wason, 1973; Clark & Clark, 1977; Mosconi, 1974).

Senza dubbio l'interpretazione della negazione come non-identità percettiva, che abbiamo affrontato nel precedente capitolo, rappresenta una delle direzioni secondarie assunte dal dibattito sulla negazione all'interno della psicologia. Lo attesta da un lato l'assenza, più volte sottolineata (cap. IV), di un contributo all'analisi di questi argomenti da parte della psicologia che si occupa dell'esperienza percettiva; dall'altro

il fatto che lo studio della negazione in psicologia sia stata pressoché interamente appannaggio della psicologia del linguaggio e del pensiero. Al punto che, a colui che approda alla negazione dal terreno della percezione, viene innanzitutto richiesto di chiarire se la negazione sia solo una faccenda del linguaggio (come l'interesse della psicolinguistica farebbe supporre) o se prenda forma anche a livello dell'esperienza percettiva.

Se ci attenessimo all'analisi della contrarietà che Aristotele formula nelle *Categorie* - e che abbiamo verificato convergere per molti versi con "l'identità dei contrari" delineabile assumendo l'ottica e la metodologia della fenomenologica sperimentale della percezione - dovremmo concludere che la negazione non esiste solo nell'ambito del linguaggio, ma che si fonda nell'esperienza di proprietà. Nelle *Categorie* vengono infatti definite "contrarie" due proprietà di cui *una è la negazione perfetta o privazione perfetta dell'altra*. Nero è la privazione del bianco, malattia è la privazione della salute... Anche gli intermedi vengono definiti come proprietà che esprimono delle negazioni, in questo caso parziali e di entrambe le polarità, come diventa evidente quando non si hanno a disposizione dei nomi per quello che è intermedio e l'intermedio si determina allora "con la negazione di ciascuno degli estremi: ad esempio, ciò che non è né buono né cattivo e né giusto né ingiusto" (*Cat.*10, 12a 22-24). In queste due accezioni la negazione si innesterebbe direttamente nell'identificazione delle proprietà prima che nel linguaggio.

Non stupisce questa definizione dei contrari come negazione se si considera che nelle *Categorie* Aristotele applica, in una direzione induttiva piuttosto che deduttiva, il metodo diairetico di differenziazione del genere in specie prospettato da Platone (*Sofista*, 253c), che assume come criterio proprio la *negazione*. Secondo tale metodo ogni genere si divide in due specie che sono una la negazione dell'altra e la specie a sua volta viene divisa in sottospecie secondo la stessa regola, e così di seguito (cfr. Savardi, Bianchi, 1997, p.155 e seg.).

Sospendiamo momentaneamente il riferimento ad Aristotele e Platone (che riprenderemo a pp.324-327) e torniamo ad un osservatore ingenuo. È proprio vero che un realista ingenuo, guardando il nero lo riconosce come negazione del bianco? O piuttosto le due proprietà si prefigurano soltanto come proprietà legate da una relazione

particolarmente saliente, ma che è una relazione di contrarietà più che di negazione? E lo spigoloso è direttamente esperienza di negazione di rotondità? O la rotondità è direttamente esperienza di negazione di spigoli? Il caldo è direttamente esperienza di negazione del freddo? Il freddo è direttamente esperienza di negazione del caldo? Nelle proprietà dell'estensione o nelle proprietà linguisticamente derivate questo carattere di negazione di uno dei due poli parrebbe rendersi più evidente... ma l'esperienza del piccolo è veramente negazione del grande, o il basso è negazione dell'alto?

A chi scrive pare che l'esperienza di contrarietà non sia "derivata" dall'esperienza di negazione. In questo senso anche l'ir-regolarità, l'asimmetria eccetera sarebbero derivazioni dalla proprietà contrarie solo nel linguaggio, non nell'esperienza, come hanno confermato anche i risultati dell'analisi delle D spaziali (cfr. lo scarso utilizzo del criterio numero 3, paragrafo II.3.1.3.3, pp.92-93).

Se non è primitiva l'identificazione delle proprietà percettive come negazione di altre proprietà, almeno non in generale, è invece primitiva la constatazione di proprietà o fatti *non identici* rispetto ad altre proprietà o ad altri fatti (cfr. cap. IV). La non-identità sarebbe, allora, sul piano dell'esperienza, il dato a cui il "non" va ad applicarsi, quando il linguaggio è usato per parlare di ciò che si vede (Bozzi, 1991). E tra i vari modi di essere non identici di due fatti, una particolare salienza caratterizza quella variazione che è tra due fatti né simili, né genericamente diversi, ma proprio contrari: se devo indicare una cosa "non bianca", potrò indicare tante cose, tutte la gamma di possibili variazioni del bianco, ma potrò indicare anche quella particolare proprietà, il nero, che è *evidentemente non bianco*, nel senso che è *proprio il contrario* del bianco.

In questo senso è da intendere l'affermazione che abbiamo sostenuto in un precedente scritto (Savardi, Bianchi, 1997) che uno dei luoghi in cui si incontra la contrarietà come proprietà fattuale è nelle analisi classiche della falsificazione (Popper, 1934, Kuhn, 1969; Feyerabend, 1975, Lakatos, 1978, 1995). Il contro-fatto altro non è se non un fatto o evento che assume il suo valore falsificante o potenzialmente falsificante in virtù del suo aspetto/comportamento contrario rispetto ad altri fatti o eventi che costituiscono la classe di prove empiriche a sostegno della teoria. Pur accadendo che, sul piano

logico, contro-fatto è qualsiasi variazione dal comportamento/aspetto previsto dalla teoria, non è un caso che Popper (1934), per falsificare l'affermazione "tutti i cigni sono *bianchi*" ricorra proprio all'incontro con un cigno *nero*.

Riconosciuta la particolare salienza che dunque spetta a quel non-*i* che è esattamente *il contrario di i*, l'espressione "non-*i*" può tuttavia appropriatamente estendersi ad indicare qualsiasi variazione dall'identità *i*. Quando l'espressione "non-*i*" sta ad indicare esattamente il contrario di *i*, come negli esempi poc'anzi citati, siamo di fronte ad *uno* dei tre possibili usi descrittivi della negazione identificati da Mosconi (1974) nel linguaggio comune: la negazione per contrapposizione. Ma questo non sarebbe l'uso più frequente della negazione nel linguaggio comune: la negazione verrebbe perlopiù utilizzata, secondo l'Autore, per descrivere forme di variazione intermedie.

E cioè, quando si descrive una proprietà osservata (*i*) dicendo *non-i* (non caldo, non alto, non immobile, non lucido...) *si sta individuando la proprietà come scostamento*, differenziazione, da un'altra proprietà ancora (*i*), - negli esempi citati ancora è: caldo, alto, immobile, lucido-. Nel paragrafo II.3 abbiamo verificato che gli intermedi che hanno un'etichetta linguistica propria ("piano" nella D salita-discesa; "allineato" nella D sopra- sotto, "retto" nella D acuto-ottuso), si riferiscono generalmente ad esperienze ben identificate percettivamente; possiamo ora aggiungere che attraverso il "non" si etichettano invece quei livelli di variazione intermedia per i quali non esiste un termine dedicato a descriverli.

Facciamo notare che questi due significati del "non-*i*" (come *contrario di i* e come *scostamento da i*) hanno caratterizzato dall'origine il pensiero sulla negazione; e ritorniamo così un momento a Platone e Aristotele. La negazione per differenziazione coglie il senso di negazione come *otherness*, attribuita da Horn (1989, pp. 1-5) già a Platone; la negazione per contrapposizione corrisponde invece al significato di contrari polari, ed è quella negazione identificata da Aristotele in *Metafisica*, nelle *Categorie*, nel *De interpretazione*.

In diversi passaggi del *Sofista* di Platone troviamo precisata la non riduzione della negazione alla contrarietà: "Quando noi parliamo del non essere, mi pare, noi non diciamo qualcosa di contrario ma soltanto

di diverso dall'essere. (Platone, *Sofista* 257B-C). (...) Quando, ad esempio, parliamo di una cosa «non grande», ti sembra forse che con tale frase noi vogliamo significare il piccolo e non l'eguale? (...) non saremo d'accordo quando «negazione» venga fatta significare per «contrarietà», bensì acconsentiremo soltanto che il «né» e il «no» significhino qualcosa d'altro dai nomi che vengono dopo le parole a cui né e non sono anteposti, o piuttosto, da quegli oggetti presso i quali sono posti i nomi pronunciati dopo la negazione”.

Apriamo una parentesi su questo dialogo, perché a nostro avviso, questa definizione di negazione che sposta il discorso dal significato ontologico parmenideo, è già in Platone conseguente all'osservazione della realtà e alle possibili applicazioni dell'etichetta “non-i ” a quei luoghi dell'esperienza in cui il *dato visibile* è intanto la non-identità del fatto/proprietà rispetto ad i (cioè, ad un primo livello, il “non” è etichetta semplicemente delle variazioni da i). Ricordiamo che “For the Eleatic philosophers in Ancient Greece and the early Buddhist in India, the first explorations of negative concepts were associated with the status of nonbeing in metaphysics and ontology.” (Horn, 1989, p.1). In che senso questo spostamento del piano di applicazione dell'analisi del “non” potrebbe essere già in qualche modo debitore all'aspetto dei fatti?

A sostegno di questa posizione sono i frequenti richiami, nel Dialogo, all'ostensione, come elemento che differenzia il discorso dell'ospite e Teeteto dal Sofista. I primi usano le parole come contrassegni [237d] e ricercano la definizione del significato delle parole *tra i fatti di cui si ha esperienza*: “OSPITE:... [Il Sofista] facilmente afferrandoci con l'uso di queste parole capovolgerà i ragionamenti in senso contrario, chiedendoci, quando noi lo chiamiamo costruttore di immagini, cosa mai vogliamo dire con immagini. (...)”

TEETETO: È chiaro che gli ricorderemo le immagini delle *acque* e degli *specchi* e ancora quelle *dipinte* e quelle forgiate nelle *sculture* e tutte quante le altre *di tal fatta*.

OSPITE: È evidente, Teeteto, che tu non hai ancora visto un sofista. (...). Potrebbe sembrarti che *tiene gli occhi chiusi*, o che *non ha affatto gli occhi*”[239d-239e].

La questione è quella di dimostrare che “il non essere sia in qualche modo, e che l'essere a sua volta, in qualche modo, sia il non essere.” [241d] Vale a dire riconoscere che l'esperienza del “non

essere..." è un'esperienza - cioè l'esperienza della non-identità - e che allo stesso tempo l'esperienza dell'identità è esperienza di un fatto che ha certe proprietà e non altre. "Infatti per tutti [gli esistenti: oggetti, eventi] la natura del diverso, rendendo ciascuno *differente dall'essere*, lo fa *non essere*, e così per tutte queste cose insieme diremo correttamente che non sono, e di nuovo, poiché hanno parte dell'essere, che sono e sono «esseri»." [256e]. E poiché l'identità di un fatto è definita dall'essere molte proprietà [$I = \sum i$], ma molte di più sono le relazioni di variazione riconoscibili tra quel fatto (I) e la classe dei fatti diversi da esso, Platone prosegue "Riguardo ciascuno dei suoi aspetti dunque l'essere è *molteplice*, e il *non essere*, per la sua quantità è *senza fine*" [256e].

Benché Platone non sembri distinguere tra forme differenti di non-identità, allo stesso tempo riconosce che la variazione ha delle direzioni (noi diremmo che è variazione entro una D) e in questo senso apre la strada alla definizione di una negazione particolare, quella che conduce esattamente alla proprietà contraria:

"OSPITE: Vi è una parte del diverso che si oppone al bello? (...) Diremo che questa è anonima o possiede un nome?

TEETETO: Lo possiede. Quello che noi sempre proclamiamo «non bello», per questo non è diverso da nessun'altra cosa se non alla natura del bello. (...)

OSPITE: Un altro degli esseri, separato da *un particolare unico* genere, e che poi a sua volta è *in antitesi a un altro essere*, non avviene così che questo sia il non bello? (...) In modo analogo si deve dire che sono il non grande e il grande? (...)

Dunque, a quel che sembra, quando la natura di parte del diverso [258b] contrasta con quella dell'essere, l'una contro l'altra, l'opposizione non è minore rispetto alla sostanza dell'essere stesso in quanto non viene a significare cosa contraria all'essere, ma questo soltanto, diversa da quello" [257d-258b]. È questo lo spostamento al di fuori della dimensione ontologica: il *non essere* indica un *essere in modo diverso o contrario*, non un contrario dell'essere.

L'analisi di identità, somiglianza, uguaglianza, diversità, dissimiglianza, disuguaglianza, contrarietà che Aristotele affronterà nella *Metafisica* (X, I) appaiono a questo punto come un raffinamento dei modi in cui due fatti possono apparire non-identici. Se aggiungiamo a questa considerazione la consapevolezza che nel passaggio da Platone ad

Aristotele il procedimento diairetico subisce un'inversione di direzione, da deduttivo a induttivo, non possiamo astenerci dal considerare che forse è proprio questo spostamento, che colloca la partenza nell'aspetto delle cose, ad aver imposto ad Aristotele la necessità di differenziare le forme della non-identità, mostrando l'insufficienza di una definizione di negazione monolitica – com'era quelle platonica -, sufficiente a rendere conto della costruzione della tassonomia sul piano logico, ma poco adatta a risolvere l'aggregazione e la segregazione di classi sul piano fattuale, quando i conti si fanno non su un'indistinta non-identità ma su varie differenti forme di non-identità.

Guadagnato per la negazione, in questo percorso, un piano di riferibilità diretta alle proprietà delle cose, nella ricerca che segue proveremo ad indagare l'utilizzo del "non" nella descrizione di semplici Eso.

V.1 – Il vincolo del “non-i ” alla struttura della Dimensione (D)

Una classe molto ridotta di ricerche nate nel terreno della psicolinguistica ha focalizzato l'attenzione sull'aspetto che potremmo definire della referenzialità della negazione. In questa linea è la citata proposta di Mosconi (1974), che parla di *funzione semantica* dell'espressione negativa per riferirsi al fatto che essa serve ad esprimere qualcosa *che altrimenti non potrebbe essere detto* (per coprire un vuoto semantico): “for example, when «not handsome» is used to indicate a position on the handsome-ugly dimension which neither of the polar terms (i.e. antynomous terms) can indicate” (Mosconi, 1974, p.319). Così, la descrizione “non è sotto” verosimilmente non è riferita alla condizione di un oggetto che è sopra - in questo caso si descrive la proprietà vista dicendo che “è sopra” -; piuttosto descrive una localizzazione che è ben identificata dall'espressione “non sotto”. Alla funzione detta da Mosconi semantica, noi ci riferiremo in termini di funzione *descrittiva*.

Come già accennato in questa funzione descrittiva, il *non* può essere utilizzato in tre accezioni: negazione per opposizione, negazione per differenziazione, negazione per esclusione

Il primo tipo di negazione (per opposizione) è quello in cui *non-i* coincide con *il contrario di i* . Quando, a partire da una domanda neutra si chiede, ad esempio: “Marco è bello?” non si presuppone uno dei due

poli, e rispondendo "non è bello" si può intendere un punto della dimensione *coincidente* con "è brutto".

Il valore delle due espressioni "non bello" e "brutto" può tuttavia anche essere chiaramente differenziato (è il caso del secondo tipo di negazione): "«non handsome» may imply a different position than «ugly» on the handsome-ugly dimension. One may say of Adam that «he is no handsome» without meaning by this that «he is ugly». In my terminology this structure corresponds to a «discontinuous bipolar structure» and the negation to a «negation by differentiation»" (Mosconi, 74, p.319).

Il terzo tipo di negazione, che abbiamo definito negazione per esclusione, è un uso possibile e particolare della negazione per differenziazione, non prevista inizialmente da Mosconi (1974) e poi descritta sulla base dei risultati dell'esperimento. La situazione è illustrata nella figura che segue:

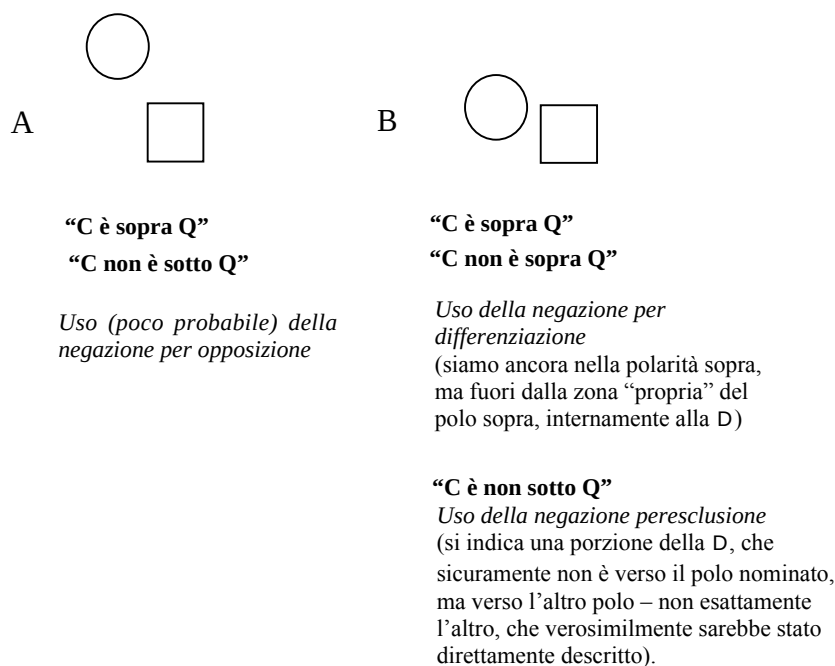


Fig. 46 - Esempificazione dei tre usi della negazione applicati alle situazioni figurali A e B (riprese e riadattate da Mosconi, 1974).

Nella situazione B la posizione del cerchio può essere descritta sia come “non sopra” (negazione per differenziazione) che come “non sotto”, intendendo riferirsi ad una situazione intermedia, non ben definibile, se non escludendo certamente che sia sotto; in questo senso indichiamo questo terzo tipo di negazione con l'espressione *per esclusione*. Nel primo caso “sopra” è la proprietà ancora, il polo di riferimento; il *non* esprime una variazione (diminutivo) nel senso dell'allontanamento dalla zona più satura della polarità. Nel secondo caso “sotto” è ancora; il *non* esprime un ritaglio, entro la D, di quella porzione di proprietà che è al di fuori del “sotto”; anche in questo caso verosimilmente non indicherà quella porzione che satura l'esperienza di “sopra”.

Includendo questa terza forma si identificano allora tre usi “descrittivi” del *non*, che schematizziamo in Fig. 47:

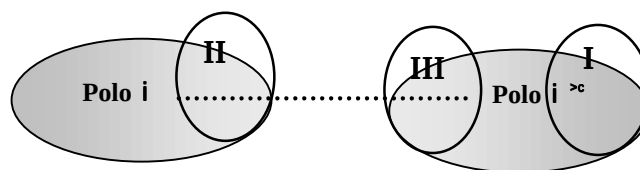


Fig. 47 - esempio dei tre tipi di negazione, applicati ad una ipotetica dimensione

Partendo dalla descrizione “non-i ”, si delineano:

I) negazione per opposizione: “non-i ” indica il contrario i^{∞} (ad esempio: “non è fermo”, intendendo “è in movimento”);

II) negazione per differenziazione entro la polarità: “non-i ” indica una variazione entro il polo i (ad esempio: “non è bianco” intendendo “è grigio chiaro”);

III) negazione per esclusione: “non-i ” indica una porzione della polarità contraria i^{∞} , verso l'intermedietà (ad esempio: “non è fermo” intendendo “si muove lentissimamente”).

Ammessi questi tre usi della negazione, ipotizziamo che non sia possibile affidarsi ad una regola generale linguistico/semantica per

identificare qual è la descrizione più probabile e più adeguata di fronte ad una data proprietà, perché l'adeguatezza dell'una o dell'altra descrizione dipende dalle possibili variazioni che la proprietà *i* può assumere sul piano dell'esperienza. Sarebbe, cioè, la forma dell'esperienza a decidere quando "non-*i*" è propriamente descrizione di uno stato/proprietà contrario, quando invece è affermazione di una variazione della proprietà e di che tipo di variazione si tratta, se è una variazione con "un unico valore" o con "molti valori", se è una variazione nel senso di scostamento o se è una esclusione. Se ciò è vero, assume un ruolo di primo piano la conoscenza della forma della *D* (cfr. le 6 tipologie, II.3.6).

Ricordiamo che non stiamo studiando la negazione né rispetto ai predicati esistenziali, né rispetto a proposizioni universali; considereremo la negazione solo quando è descrizione di un ESO e ciò implica sia che l'esistenza di ciò che è descritto, sia che si tratti di descrizioni particolari. In più prenderemo in considerazione non proposizioni complesse ma semplici descrizioni di proprietà (es: "è alto"; "è non alto").

V.1.1 - Ipotesi della ricerca

La ricerca intende verificare:

Ipotesi 1) se, di fronte ad una serie di eventi che mostrano delle variazioni di una proprietà, *i*, entro una data *D*, l'uso dei tre tipi di negazione, e in particolare della negazione per differenziazione e per esclusione, vari in funzione della tipologia della *D*;

Ipotesi 2) l'adeguatezza fenomenologica della negazione per contrapposizione quando sotto osservazione sono l'una o l'altra delle proprietà polarizzate. Sostenibile sul piano logico, la negazione per contrapposizione presuppone che i contrari di una *D* siano identificabili l'uno come la negazione dell'altro. L'idea di *D* alla base del [P5] **Principio di stato** non presuppone invece che la gamma di esperienze riconducibili ad una stessa *D* abbia la forma di un *continuum* derivato per progressiva negazione di una delle due proprietà. Il principio sancisce che la *D* si identifica sull'esperienza saliente di *due esperienze contrarie* che delimitano una gamma di proprietà. Proprio perché *due*, non si assume la riconducibilità di un polo all'altro: tra i due poli si descrive soltanto autoevidente contrarietà.

V.1.2 - Metodo

Variabili: L'esperimento ha preso in considerazione le seguenti variabili:

a) *Tipologie* di D, a 4 livelli. Le 4 tipologie sono state ottenute dalle 6 tipologie originarie emerse nella ricerca sulle dimensioni dello spazio (paragrafo II.3.6) facendo convergere i due livelli della polarità gamma Limitata/Illimitata, ritenuti non rilevanti nell'uso del "non", nell'unica definizione di *gamma* (G), accanto alle polarità *puntuali* (P). Per gli intermedi sono stati mantenuti i tre livelli: *nessun* intermedio (N), *un* intermedio (U), *tanti* intermedi (T). Le quattro tipologie sono quindi indicate con le sigle GUG, PTP, PNG, GTG, in cui la prima lettera descrive la forma del polo i , la seconda la forma degli intermedi, la terza la forma del polo $i^{>c}$.

b) *Dimensioni* (D), per ciascuna tipologia sono state considerate 3 Diverse D (per la tipologia GUG: davanti-dietro, sopra-sotto, salita-discesa; per la tipologia PTP: pieno-vuoto, inizio-fine, in cima-in fondo; per la tipologia PNG: chiuso-aperto, completo-incompleto, ordinato-disordinato; per la tipologia GTG: Tanto-poco, vicino-lontano, semplice-complicato).

c) *Eventi sotto osservazione* (EsO), a tre livelli per ciascuna D. Gli eventi rappresentati con un programma di grafica computerizzata sono oggetti di comune esperienza (valigia, brocca, fotografia, bambino con palloncino, puzzle, bosco...).

Procedura: È stato utilizzato il metodo interosservativo. La variabile tipologia è stata studiata tra i soggetti: ogni gruppo di interosservazione (composto da 5 soggetti) analizzava dunque il comportamento della negazione rispetto ad una tipologia (4 i gruppi utilizzati complessivamente). Le variabili D ed EsO sono invece state studiate entro i gruppi: a ciascun gruppo venivano quindi presentate in successione le tre D scelte per esemplificare la Tipologia, con i tre eventi relativi a ciascuna di esse.

Ogni evento consisteva in 4 variazioni della D, come mostrato in Fig.48. Le 4 variazioni erano scelte in modo da rappresentare i due poli (nell'esempio, valigia piena, valigia vuota) e due intermedi

rispettivamente sbilanciati verso l'uno e l'altro dei due poli (nell'esempio, valigia piena più di metà e meno di metà).

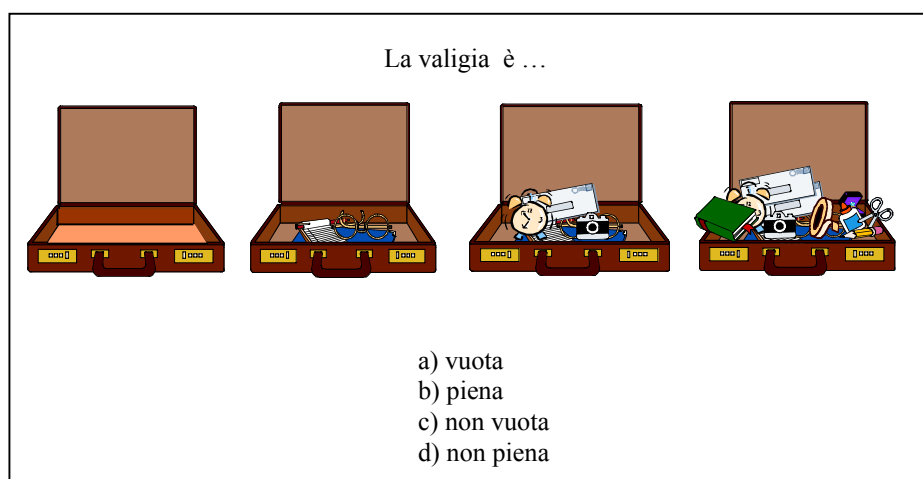


Fig. 48 - La figura esemplifica la situazione sperimentale. Per ogni evento (nell'esempio: valigia) e per ogni D (nell'esempio; pieno-vuoto) venivano presentate ai soggetti quattro variazioni: I) valigia vuota, II) valigia piena meno di metà, III) valigia piena più di metà, IV) valigia piena, e quattro descrizioni (a, b, c, d). Per ciascuna variazione i soggetti dovevano esprimere il grado di adeguatezza di ognuna delle 4 descrizioni (a,b,c,d).

Le quattro variazioni erano presentate secondo un ordine costante (prima un polo poi le due variazioni intermedie, quindi l'altro polo). Cambiava invece casualmente la scelta della variazione da cui soggetti iniziavano ad eseguire il compito.

Sotto le 4 variazioni erano proposte 4 possibili descrizioni: i due contrari e le due negazioni. Per rimanere nell'esempio citato venivano presentate le descrizioni a) *pieno*, b) *non pieno*, c) *non vuoto*, d) *vuoto*.

Il compito richiedeva di valutare, per ciascuna delle variazioni, "quanto fossero adeguate" le quattro descrizioni. L'adeguatezza veniva espressa in una scala da 0 a 100%, per riprendere un'intuitiva idea di adeguatezza (con 0% per indicare l'assoluta inadeguatezza, 100% per indicare che l'affermazione è perfettamente adeguata). Ai soggetti veniva

esplicitamente chiarito che il giudizio non doveva riguardare una plausibilità logica, ma fenomenologica e cioè esprimere *quanto bene la descrizione verbale identificava la scena osservata*.

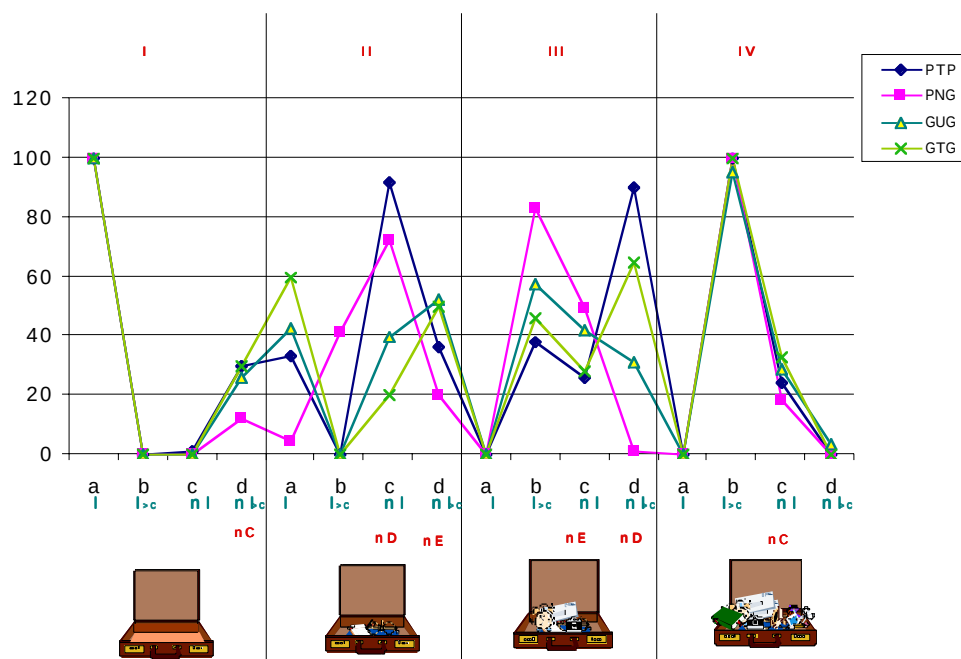
I soggetti erano invitati a rispondere individualmente quindi a discutere le risposte, per arrivare ad un accordo finale di gruppo.

V.1.3 - Risultati

Il Graf.15 rappresenta l'andamento delle descrizioni delle 4 tipologie, identificato sulla media delle tre D relative ad ogni tipologia. Per nessuna delle tipologie, infatti, le risposte risentono significativamente della specifica D, né dello specifico EsO, a conferma della consistenza del comportamento entro ciascuna tipologia. I dati sono stati quindi analizzati studiando il confronto tra tipologie nei quattro settori (vedi Graf. 15: I, II, III, IV) corrispondenti alle 4 variazioni di ciascuna D presentate ai soggetti ed esemplificate in Fig. 45. L'esempio è stato ripreso anche nel grafico per facilitare la discussione dei risultati. Si tenga tuttavia presente che la situazione illustrata rappresenta *una* delle situazioni figurali analizzate (relativa ad un Eso, ad una D e ad una tipologia) mentre il grafico rappresenta il complesso dei dati.

Uno sguardo generale ai quattro andamenti conferma il diverso comportamento delle tipologie nei settori II, III, corrispondenti alle variazioni intermedie. Non diverso invece il comportamento delle tipologie nei settori I e IV, relativi a situazioni in cui la polarizzazione della proprietà è ben evidente.

A questo proposito osserviamo innanzitutto che i dati confermano l'ipotesi 2: l'equivalenza tra l'affermazione di una proprietà e la negazione della proprietà contraria ($i = \text{non } i^{\text{c}}$) è sostenibile sul piano logico, ma non altrettanto sul piano fenomenologico. Per tutte le tipologie, quando l'EsO mostra una proprietà ben polarizzata (i oppure i^{c}) i soggetti riconoscono la massima adeguatezza alle descrizioni corrispondenti (" i " e " i^{c} ") - per cui, rimanendo nell'esempio, attribuiscono massima adeguatezza alle descrizioni "è vuota" di fronte alla valigia vuota e ad "è piena" di fronte alla valigia piena - e contemporaneamente attribuiscono una plausibilità ridotta (10-30%) alle descrizioni che negano la proprietà contraria - "è non piena" detto della valigia vuota ed "è non vuota" detto della valigia piena-.



Graf. 15 - Il grafico riposta i giudizi di adeguatezza delle descrizioni a (i), b (non i), c (non i ^{>c}), D (i ^{>c}), per ciascuna delle quattro variazioni dell'EsO presentate nell'esperimento (corrispondenti ai settori I, II, III, IV), per le 4 tipologie. Ogni tracciato rappresenta la media dei punteggi delle tre D riferibili alla stessa tipologia e dei rispettivi EsO. Sotto il grafico la rappresentazione esemplifica la corrispondenza dei settori I, II, III, IV ad un Eso (valigia) e ad una D (pieno -vuoto) specifici.

Dunque la negazione per opposizione è risultata poco adatta a descrivere l'identità dell'evento osservato; ciò rafforza l'ipotesi anticipata nell'introduzione al capitolo, che la definizione dei contrari come negazione dell'altra polarità (p.323) non corrisponda all'esperienza immediata del soggetto.

Se è vero, in accordo con il [P5] *Principio di stato*, che ogni proprietà giace su una D e che l'identificazione di qualsiasi proprietà, ad

esempio la spigolosità di un angolo, è direttamente vincolata all'identificazione della proprietà contraria, nel nostro caso la rotondità, ciò non significa che di fronte ad uno spigolo ben appuntito si veda *indifferentemente* la spigolosità e la non-rotondità. L'esperienza di spigolosità ha, cioè, un'identità che non può essere risolta in termini di non-rotondità.

Questo risultato conferma la necessità della contrarietà per l'identificazione delle D ; in altri termini conferma la necessità. *dei due contrari* e non di *una proprietà più qualche operazione* o processo di derivazione.

Passiamo ora a considerare che cosa accade di fronte agli eventi intermedi (settori II, III). Notiamo innanzitutto che per le tipologie simmetriche (GUG, PTP) il comportamento osservato è consistente in entrambi i settori. Per queste tipologie è ammessa (con un grado di adeguatezza che oscilla tra 34% e 42%) la possibilità di riferirsi all'EsO in cui la presenza della proprietà i non è ben saturata già in termini di " i ", e similmente per l'altro polo è piuttosto adeguato (38-58%) descrivere riferendosi direttamente alla polarità (come " $i^{>c}$ ") l'evento in cui la presenza della proprietà $i^{>c}$ non è ben saturata. E allora, di fronte ad una valigia piena meno di metà, ad un puzzle quasi all'inizio, ad un ciclista in lieve salita, ad una radura che ha un numero medio-basso di alberi è piuttosto adeguato dire che la valigia è vuota, che il puzzle è all'inizio, che il ciclista è in salita, che nella radura gli alberi sono pochi... anche se il grado di adeguatezza risente della tipologia, risultando più adeguato quando il polo è una gamma di esperienze e non una proprietà puntuale.

Per le D in cui una polarità (i) è puntuale e l'altra è una gamma ($i^{>c}$) e siamo in assenza di intermedi (PNG) la possibilità di usare anche per le situazioni intermedie II e III le descrizioni dei poli (" i " e " $i^{>c}$ ") è garantita per la polarità gamma – e risulta significativamente più adeguate che per entrambe le tipologie prima considerate – mentre non è concessa per il polo puntuale. Infatti nelle D PNG qualsiasi variazione dalla proprietà puntuale (P) è già necessariamente esperienza dell'altro polo. In questa tipologia, ricordiamo, rientrano le D chiuso-aperto, completo-incompleto, ordinato-disordinato; di fronte ad una porta socchiusa, ad un rubinetto un po' aperto dire "chiuso" è molto meno adeguato (adeguatezza: 5%) che dire "davanti" di un gatto che è poco

davanti al suo compagno di passeggiata o dire che è "in salita" del ciclista impegnato in una pur scarsa pendenza (adeguatezza: 35-40%). Nelle stesse situazioni di fronte ad una porta socchiusa, ad un rubinetto un po' aperto è invece già piuttosto adeguato dire "aperto" (adeguatezza: 40 %), mentre dire "dietro" della posizione del gatto o del camion solo poco davanti non è per nulla adeguato (adeguatezza: 0%). Nel caso delle D PNG, come si diceva, qualsiasi variazione dalla proprietà P (i°) è già esperienza dell'altro polo, i° ; per le altre D, in cui o la polarità è una gamma o gli intermedi prendono varie forme, variazioni contenute a partire da una polarità (i°) non consentono ancora di parlare della proprietà contraria (i°). Questo è quanto risulta anche considerando la descrizioni corrispondenti nel settore III: per tutte le D descrivere una variazione di i° come " i° " non è ritenuto assolutamente adeguato.

Passiamo ora a considerare l'adeguatezza delle due negazioni, la negazione per differenziazione (indicate nel grafico come nD) e per esclusione (nE).

Il ricorso alla negazione per differenziazione (nD) ha una elevato grado di plausibilità quando è differenziazione da proprietà Puntuali: cioè nella tipologia PTP per entrambe le variazioni (II:90%, III=90%) e nella tipologia PNT per la variazione della proprietà P (II=70%). Meno adeguata questa negazione (II=40%, III=35%) quando è riferita a tipologie le cui polarità sono Gamme (GUG). Quindi di una brocca piena a metà dire "non vuota" (PTP) e di una scatola socchiusa dire "non chiusa" (PNG), è più adeguato che dire "non davanti" del gatto poco davanti o dire "non salita" osservando un ciclista in lieve salita. Lo stesso per le variazioni osservate nel settore III: dire "non piena" di una brocca piena più di metà o dire "non in fondo" di un uomo che è quasi in fondo alle scale (PTP) è più adeguato (90%) che dire "non dietro" di un gatto poco dietro o "non discesa" di una lieve discesa (35%).

Il dato si spiega facilmente: nel caso in cui "non- i° " descrive una variazione da una proprietà puntuale il significato di differenziazione è evidente poiché la proprietà puntuale, ben identificata, garantisce un chiaro ancoramento percettivo. Quando si applica ad una gamma, ad esempio nel caso di "non alto", non è altrettanto autoevidente il limite della serie di variazioni che la proprietà "alto" può assumere e oltre il quale si inizia ad avere esperienza di una proprietà meglio descritta come

scostamento da alto. In questo secondo caso, l'ancoramento non è ben delimitato, e perde salienza.

Lo stesso ruolo delle proprietà "puntuali" si conferma analizzando il comportamento della negazione per esclusione; Questa negazione risulta più adeguata, nel settore II, per le tipologie GUG rispetto ad entrambe le altre tipologie; nel settore II risulta altrettanto adeguata per le tipologie GUG e PNG, ma significativamente meno adeguata per PTP. Il dato si spiega di nuovo considerando il ruolo delle proprietà puntuali. Ricordiamo che nella negazione per esclusione il "non" si applica alla proprietà da escludere, che sicuramente l'EsO non è. Quindi quanto più è non ambigua ed immediata questa esclusione, più la descrizione risulterà efficace. Nel caso delle dimensioni GUG l'esistenza di un intermedio unico, puntuale, consente di distinguere precisamente le variazioni che fanno parte dell'una e dell'altra polarità e in questo senso identifica chiaramente la gamma di proprietà da escludere. Similmente nel caso delle tipologie PNG, quando la proprietà che si esclude è la proprietà P, l'esclusione può contare su una precisa e unica proprietà.

Sia nella negazione per differenziazione che nella negazione per esclusione risulta quindi fondamentale l'ancoramento a proprietà puntuali. Nel caso della tipologia PTP i due usi degli ancoramenti entrano in un certo senso in conflitto.

Pur essendo puntuali entrambe le proprietà, l'uso della negazione per esclusione per queste D non è ritenuto altrettanto adeguato (27-38%) della negazione per differenziazione (90%). Il risultato suggerisce che, a parità di possibilità di ancoramento, una proprietà intermedia è meglio descritta come differenziazione dalla proprietà a cui si approssima che dall'esclusione della proprietà contraria: di una brocca quasi piena si dice non piena (negazione per differenziazione) meglio che non vuota (negazione per esclusione).

V.1.4 - Conclusioni

Anche dall'analisi delle descrizioni linguistiche emerge quindi che i contrari rappresentano una sorta di *attrattori percettivi* su cui si organizzano le dimensioni dell'esperienza.

Lo dimostrano almeno tre risultati messi in luce dalla presente ricerca:

1) l'impossibilità di ricondurre, sul piano fenomenico, un polo all'altro attraverso una operazione di negazione. L'esperienza di una proprietà ben polarizzata (i) non coincide con l'esperienza della negazione del suo contrario ($\neg i$): "tanto" non coincide con "non poco". In questo senso si deve concludere che necessaria all'identificazione della D è dell'esperienza della contrarietà o, se si preferisce, l'esperienza di due proprietà contrarie. Il risultato specifica, rispetto al [P5] *Principio di stato* che l'esperienza di D si organizza percettivamente sull'esperienza di contrari e non viceversa, che l'esperienza di contrari si organizza sull'esperienza di D;

2) l'adeguatezza di riferirsi a proprietà non ben polarizzate ancora nei termini della polarità (" i " oppure " $\neg i$ ") per quelle D che, dal punto di vista della loro tipologia, hanno rivelato di caratterizzarsi per poli estesi (o gamme: G). In questo senso i contrari fungono da attrattori nel senso che impongono la loro organizzazione *a tutta la gamma di esperienze che viene ricondotta rispettivamente al polo i e $\neg i$* non solo sul piano della descrizione della struttura della D (paragrafo II.3, fase 5), ma anche sul piano della descrizione linguistica: "tanto" si può dire della numerosità degli alberi di un bosco con una vegetazione fittissima, ma anche per numerosità inferiori, anche molto inferiori;

2) il ricorso alla negazione per differenziazione o per esclusione per quelle D in cui i contrari sono precisamente *una* proprietà. Anche per queste D i contrari organizzano di fatto gamme di esperienze, pur applicandosi propriamente solo a poche o addirittura a due specifiche proprietà (i , $\neg i$).

Vale a dire che anche in questa forma i contrari rivelano il loro ruolo di attrattori nell'identificazione dell'esperienza, ben oltre la loro identità specifica. I contrari puntuali hanno infatti dimostrato di rappresentare gli ancoramenti naturali ed autoevidenti su cui identificare e descrivere anche quella gamma di esperienze che non sono la proprietà puntuale ma che vengono *percepite come scostamenti* da essa (le varie forme del "non pieno" di una brocca piena più di metà – negazione per differenziazione – e meno di metà – negazione per esclusione-).

Cap. VI) PERCEZIONE E LOCALIZZAZIONE DELLA CONTRARIETÀ IN MUSICA

La ricerca che brevemente presenteremo nelle prossime pagine dev'essere considerata una prima e non ancora conclusa perlustrazione sperimentale che intende verificare se anche nel caso in cui EsO non sia un fatto visivo (struttura geometrica o oggetto naturale) ma *un evento sonoro*, la sua identità (I) si organizzi a partire dall'esperienza di proprietà contrarie (i , i^{-c}) e su D di contrarietà. Benché nei precedenti capitoli di questo libro sia stato portato in primo piano l'ambito dei fatti visivi, ciò che il *Principio di esperibilità* [P 1] e il *Principio di contrarietà generale* [P2] sanciscono, non sono affermazioni valide solo entro *alcuni particolari ambiti* della realtà percettiva. In questo senso il contributo presentato nelle prossime pagine intende estendere la verifica dell'esperibilità dei contrari fuori dal contesto della percezione visiva.

D'altronde, furono quegli stessi Pitagorici che abbiamo sentito trattare i contrari come forme qualitative fondamentali dell'esperienza e porre la contrarietà pari-dispari a fondamento dell'aritmo-geometria (vedi cap. 3) a condurre le prime indagini sulla teoria musicale poi detta *delle proporzioni*, alla ricerca della funzione che mettesse in relazione la variazione dell'altezza del suono prodotto pizzicando un monocordo e i rapporti di lunghezza della corda. All'interno della teoria Pitagorica, gli eventi sonori fanno quindi parte accanto agli gnomoni, al finito e infinito, al maschio e femmina al diritto e curvo, ... dei fatti a cui si applica la descrizione delle 10 contrarietà fondamentali e, in ultima analisi, la teoria dell'armonia e dei numeri (Aristotele, *Metafisica*, A5, 985b 23- 986a3). Non solo; la descrizione dei rapporti musicali è stata da subito riportata sulla D fondamentale consonanza/dissonanza, a sua volta legata alla D vicinanza/lontananza degli intervalli tra due suoni.

Percorrendo la storia della musica e delle teorie musicali successive al momento pitagorico si constata che a guidare l'analisi musicale sono state un certo numero di D contrarie, non solo rispetto alla proprietà degli intervalli consonante-dissonante, ma anche rispetto a proprietà dei tempi musicali, dei ritmi, dei volumi, dell'altezza dei suoni. Richiamandosi direttamente alle regole dell'organizzazione percettiva di

Wertheimer (1923), le ricerche della Deutsch (1975 a,b) hanno riportato l'*illusione della scala* a raggruppamenti impostati sulla contrarietà note *basse e alte*, ma hanno anche permesso di verificare in musica l'organizzazione secondo il principio della *buona continuazione*, della *vicinanza*, della *simmetria e della similarità*. Anche nelle analisi di Meyer (1973) sulla forma delle *chiusure* di una composizione, e nelle analisi delle ipotesi in base alle quali un *evento generativo* può orientare ragionevoli deduzioni sulla sua continuazione, fanno di fatto continuo riferimento al riconoscimento e all'anticipazione di strutture contrarie. E contrarietà si ritrova già in Köhler (1929) nel concetto di *vicinanza-lontananza temporale* e nell'*inversione, nella retrogradazione* e nell'*inversione retrograda*, tutte strutture musicali che rendono evidenti movimenti qualitativi entro contrari (Gibson, 1950, 1966, 1979; Dowlin, 1971,1972; White 1960).

Ritornando alla nostra ricerca, se è vero che tipico di qualsiasi verifica sperimentale è che la specificità del disegno sperimentale utilizzato (degli eventi osservati, dei soggetti utilizzati, del compito proposto) restringa a particolari condizioni la verifica delle ipotesi, questo parrà particolarmente vero nel caso dell'esperimento proposto, che -unico fra le ricerche presentate- fa uso di soggetti esperti e non di realisti ingenui nell'accezione classica, e che centra l'analisi su piccole sezioni di composizioni di un genere musicale, il Jazz.

Come vedremo, entrambe queste restrizioni crediamo possano essere ben giustificate. D'altro canto, a questo quinto capitolo bisogna guardare come si guarda ad una prima *esplorazione* della possibilità di riconoscere che l'identificazione dei fatti musicali e sonori avviene secondo quegli stessi vincoli alla contrarietà che abbiamo già analizzato più o meno sistematicamente in altri ambiti (rispetto all'identità di un gesto motorio, all'orientamento di oggetti naturali, a coppie di semplici figure geometriche, a rapporti tra segmenti). Siamo sicuramente lontano dalla complessità e dall'articolazione che potrebbe caratterizzare uno studio della contrarietà in quella porzione di esperienza che è mediata dal percepire uditivo. Com'è nel progetto di questo libro, comunque, il senso di tutte le perlustrazioni è intanto quello di dimostrare la percorribilità di

direzioni di ricerca sulla fenomenologia dei contrari. E in questa prospettiva, allora, anche questa ricerca va contestualizzata.

Gli EsO, dicevamo, sono piccole sezioni (brani) di composizioni Jazz. La scelta di questo genere musicale si giustifica con la considerazione che esso condensa molti aspetti o soluzioni armonico, melodico, ritmico, espressive, presenti in tutti gli altri generi musicali. Tale caratteristica garantisce allora che le D emerse in questa ricerca possano essere generalizzabili oltre l'ambito specifico, pur essendo indubbio che molte di esse risentono, nel modo in cui sono definite, della particolarità del genere.

La ricerca si è articolata in due successive fasi.

La prima fase ha condotto al riconoscimento e alla descrizione del complesso di D contrarie incontrate durante l'ascolto di una serie di 8 brani. L'identificazione delle D è stata richiesta in due diverse condizioni sperimentali:

a) dopo l'ascolto di tutti gli 8 brani utilizzati nell'esperimento. Per certi versi questo primo compito è affine alla ricerca delle D dell'esperienza di spazio, presentata nel capitolo II (paragrafo II:3), mettendo sotto osservazione non specificatamente l'uno o l'altro evento, bensì una serie di esperienze e di proprietà percepite, e individuando le D contrarie descrivibili a partire da questo complesso di fatti. Anche nel presente esperimento l'identificazione delle D è avvenuta in sedute interosservative, a garanzia della loro condivisibilità.

Tenuto conto che i descrittori erano soggetti esperti, è plausibile ritenere che le D indicate derivino sia dalla constatazione di contrari autoevidenti, sia dalla constatazione di contrarietà che emergono, ad un atteggiamento analitico, dall'analisi di specifiche proprietà o parti della composizione; in altri termini, le D suggerite dai soggetti come descrittive dell'identità dei brani ascoltati, verificano verosimilmente l'esperibilità dei contrari ad entrambi i livelli previsti dal [P1] *Principio di esperibilità*;

b) dopo l'ascolto di ciascun brano. Il riconoscimento delle D in questo caso è vincolato specificatamente all'identità del fatto sonoro sotto osservazione.

La seconda fase ha verificato la localizzazione dei contrari nel brano. Se l'identificazione delle D poggia sull'immediato riconoscimento di proprietà contrarie *percepita* nell'EsO, i soggetti dovrebbero essere in grado di indicare, tra le proprietà che compongono l'identità del brano (I), i contrari relativi alla D (i , $i^{>c}$), così come guardando una scacchiera si può indicare con il dito dove si osserva la proprietà bianco (i) e dove la proprietà contraria nero ($i^{>c}$), o così come, di un movimento visto svilupparsi nel tempo, si possono indicare a parole, in una sorta di verbalizzazione punto a punto dell'evento, le accelerazioni (i) e le decelerazioni ($i^{>c}$), le variazioni di velocità (i) e le costanze ($i^{>c}$). Nella seconda fase, che ha coinvolto i soggetti individualmente, è stato allora richiesto di attestare l'esperibilità delle D riconoscendo, nel corso dell'ascolto, per ciascuna delle D attribuite al brano, in quale porzione dell'evento (I) fosse descrivibile l'esperienza di i e in quale l'esperienza di $i^{>c}$ (cfr. [P2] *Principio di contrarietà generale entro*). Il riscontro di un accordo nella localizzazione dei contrari confermerebbe ulteriormente che la riconduzione dell'identità dell'evento (I) a D di contrarietà è *effettivamente imposta dalla struttura percepita del fatto*.

E siamo a questo punto in grado di giustificare anche l'utilizzo di soggetti esperti.

Assumere l'esperibilità dei contrari obbliga necessariamente ad assumere anche che i contrari siano riconoscibili in particolari parti o proprietà dell'evento, pena il fondare la prima affermazione su un'ipostatizzazione e non sull'esperienza percettiva. In questo senso la localizzazione, entro I , di i e $i^{>c}$ deve poter essere garantita ogni qualvolta di affermi, di fonte a quell' I , che si ha esperienza di contrarietà.

Ciò non significa però assumere che di fronte allo stesso breve stralcio di composizione jazzistica (I , nella situazione specifica) l'orecchio di un realista ingenuo e l'orecchio di un soggetto esperto, *pur attenendosi allo stesso atteggiamento fenomenico*, riescano a discriminare e a descrivere gli stessi fatti, a parità di condizioni. Vale a dire, che tanto quanto un soggetto ingenuo riuscirebbe a percepire la contrarietà che esiste tra le proprietà indicate da un esperto come contrarie qualora quest'ultimo gliel'e presentasse in condizioni adeguate -

isolandole per esempio, o facendole udire più volte rallentando il tempo del brano (ed è questa la prova ultima della condivisibilità dell'esperienza) – è impensabile che un soggetto ingenuo riesca a discriminare le proprietà del brano altrettanto bene di quanto sa fare un soggetto esperto, nelle stesse condizioni (vd. Bozzi, 1989).

E allora, tornando alla nostra situazione sperimentale e sulla base del *Principio di esperibilità* [P1], possiamo prevedere che quegli stessi soggetti i quali, nella prima fase, hanno identificato le D, siano capaci anche di identificare con precisione all'interno del brano le proprietà contrarie (i , $i^{>c}$) sulle quali ciascuna D è presumibilmente stata riconosciuta. Ma ciò non significa prevedere che qualunque percettore, in questa condizione, riuscirebbe a risolvere il compito.

Se questa ricerca ha richiesto l'utilizzo di soggetti esperti, è allora proprio perché le condizioni a cui qui abbiamo spinto la verifica dell'esperibilità dei contrari sono tali (composizioni complesse, sottoposte all'ascolto per tempi brevissimi) da non essere risolvibili da qualsiasi percettore ingenuo. Se da un lato ciò allontana la verifica del [P1] *Principio di esperibilità* dal piano dell'esperibilità "comune", dall'altro l'uso di fatti musicali veri e propri ci ha permesso di condurre la verifica su quegli eventi che il soggetto incontra nella quotidiana esperienza come eventi musicali e non su eventi sonori meno "naturali", come necessariamente finiscono per essere i fatti sottoposti alle semplificazioni del laboratorio.

VI.1 - Percezione di contrarietà in un evento musicale

La ricerca intende verificare sperimentalmente se durante l'ascolto musicale di un EsO (brano) si rendono naturalmente percepibili relazioni di *contrarietà* entro il brano ([P2.2] *Principio di contrarietà generale entro*).

La contrarietà è anche in questo contesto intesa come quella relazione immediatamente osservabile che lega il *chiaro* con lo *scuro*, il *davanti* con il *dietro*, un suono *grave* e un suono *acuto*... Tanto più che, se i contrari rappresentano il *fondamento empirico* di tutte le forme di variazione sia entro lo stesso fatto che tra fatti (cfr. [P2.2]

Principio di contrarietà generale entro, e [P2.1] *Principio di contrarietà generale tra*), poiché la musica si costituisce su variazioni, è possibile ipotizzare che anche in quest'ambito il percettore identifichi il profilo qualitativo di "ciò che ode" sulla base di esperienze di contrarietà.

Se durante l'ascolto, il soggetto percepisca contrarietà, viene qui indagato su due fronti:

1) verificando se i soggetti *identifichino* l'evento a partire da una serie di D contrarie condivise (prima fase, compito 1 e 2).

2) verificando se i soggetti siano in grado di riportare le D identificate all'evento, *localizzando* entro le proprietà del brano (I) le proprietà i, i^{sc} che delineano la D (compito 3).

VI.1.1 - Ipotesi della ricerca

Ipotesi 1) Se la contrarietà è il fondamento di qualsiasi esperienza di variazione sia *tra* fatti che *entro* i fatti (cfr. [P2] *Principio di contrarietà generale*), è possibile ipotizzare che in condizioni di ascolto naturale di un brano, l'identità del brano si organizzi secondo D di contrarietà.

Ipotesi 2) Se l'esperibilità della contrarietà si dà a due livelli, come relazione immediatamente autoevidente e come relazione riconoscibile assumendo un atteggiamento analitico (cfr. i due livelli del [P1] *Principio di esperibilità*), si può ipotizzare che – pur garantita l'interosservabilità dell'esperienza –, l'identificazione delle D risenta delle condizioni sperimentali entro cui il riconoscimento della contrarietà viene richiesto ([P9] *Principio della condizione di contrarizzazione*).

Ipotesi 3) Se il riconoscimento dei contrari è fondato sulle caratteristiche percettive dell'evento musicale, ipotizziamo che sia possibile indicare con precisione le proprietà componenti I, in cui ha esperienza dell'una e dell'altra proprietà contraria (i, i^{sc}).

5.1.2 - Metodo

Variabili: Gli 8 brani usati nell'esperimento sono stati selezionati entro un campione iniziale di 82 composizioni, adottando come criterio di selezione sia la rappresentatività entro il campione, sia la variabilità tra le composizioni (l'interesse era infatti a ricercare il maggior numero di D)

I brani sono stati estratti da: *Stratus* di Billy Cobham; *Blues for Basie* eseguito con una sola chitarra da Joe Pass; *The red on* eseguito da Pat Metheny e John Scofield; *Caravan* tratto da un'interpretazione del 1964 di Wes Montgomery; *Mediterranean Sundance/Rio Ancho* scritta ed eseguita da Al Di Meola e Paco de Lucia; due versioni di *Autumn Leaves* (Mercer, Prevert, Kosma), la prima interpretata da due sassofoni: Gene Ammons e Sonny Stitt nel 1961 e la seconda dalla cantante Sarah Vaughan nel 1981; *Ragas In Minor Scale* di Ravi Shankar e Philip Glass¹.

¹ *Stratus* (Tempo rimasto del brano: 05:28-05:53-; CD: *Spectrum*, 1973, Atlantic) di Billy Cobham; *Blues for Basie* (≠; Tempo rimasto del brano: 01:56-01:31; CD: *W. Montgomery, Jim Hall, Joe Pass*, in *Dizionario enciclopedico del Jazz*, 1991, Armando Curcio Editore) eseguito con una sola chitarra da Joe Pass; *The red on* (Æ; Tempo rimasto del brano: 4:19-4:00; CD: *I Can See Your House From Here*, 1994, Blue Note) eseguito da Pat Metheny e John Scofield; *Caravan* (Juan Tizol, Duke Ellington, Irving Milles; Ø; Tempo rimasto del brano: 2:34-2:10; CD: *Compact Jazz W.M.*, Verve) tratto da un'interpretazione del 1964 di Wes Montgomery; *Mediterranean Sundance/Rio Ancho* (∞; Tempo rimasto del brano: 10:18-9:35; CD: *Friday Night In San Francisco*. 1980, Phonogram) scritta ed eseguita da Al Di Meola e Paco de Lucia; due versioni del "classico" *Autumn Leaves* (Mercer, Prevert, Kosma), la prima interpretata da due sassofoni: Gene Ammons e Sonny Stitt nel 1961 (±; Tempo rimasto del brano: 6:24-5:35; CD: *Jazz-Club Tenor Sax*. 1989, Verve) e la seconda dalla cantante Sarah Vaughan nel 1981 (Tempo rimasto del brano: 4:53-3:53; CD: *Sarah Vaughan*. *Dizionario enciclopedico del Jazz*. 1991, Armando Curcio Editore); *Ragas In Minor Scale* di Ravi Shankar e Philip Glass (≥; Tempo rimasto del brano: 5:37-4:18; CD: *Passages*. 1990, Private, Inc.).

Gli 8 estratti sottoposti all'ascolto, di durata variabile (compresa tra 19'' e 1'19'') sono stati "ritagliati" in modo da avere un senso compiuto, facendo cioè attenzione a scegliere porzioni della composizione che avessero l'aspetto di parti reali del fatto musicale più che di sezioni arbitrariamente ritagliate (riprendendo la definizione di parti fenomeniche in opposizione a parti arbitrarie delineata da Kohler, 1929). Abbiamo ritenuto importante questa condizione perché l'idea che stiamo verificando è se le D contrarie giochino un qualche ruolo nel riconoscimento dell'identità di un fatto musicale (I) e l'EsO su cui verificare questa affermazione deve quindi avere l'aspetto di un brano -per quanto breve-, non essendo sufficienti una serie di suoni sconnessi o privi dell'identità di un fatto musicale.

Procedura: I soggetti utilizzati nell'esperimento sono 9 musicisti esperti (4 chitarristi, 1 bassista, 2 batteristi, 1 tastierista e 1 fonico/dubman), nuovi all'analisi musicale fondata su contrari.

I soggetti sono stati coinvolti in tre sedute sperimentali a distanza di 15 giorni. Ogni seduta ha impegnato i soggetti in compiti diversi.

Compito 1: la prima seduta ha utilizzato il metodo interosservativo. Dopo aver spiegato il concetto di D (gamma qualitativa identificata a partire da due proprietà contrarie, che costituiscono le polarità della dimensione), è stato proposto l'ascolto degli 8 brani, ciascuno ripetuto per 5 volte consecutive. Lo scopo di questo ascolto preliminare era di consentire ai soggetti di cogliere l'interezza o di ogni singolo brano e del complesso dei brani.

Ai soggetti è stato richiesto identificare il maggior numero possibile di D constatate nell'ascolto.

Si è utilizzato il metodo interosservativo per garantire la condivisibilità delle D e delle loro definizioni. Per ciascuna D i soggetti sono infatti stati invitati a fornire una "definizione fenomenologica" della D.

Compito 2: nella seconda seduta sperimentale i soggetti hanno individuato quali delle D emerse nella prima seduta fossero riconoscibili nel singolo brano ascoltato.

Ai soggetti veniva consegnata una scheda contenente l'elenco delle D, in riga, e 8 colonne, ciascuna relativa ad uno dei brani. Lavorando individualmente, dovevano indicare nella scheda le D riconosciute all'ascolto del brano. Ogni brano veniva presentato più volte a richiesta dei soggetti. Conclusa la descrizione di un brano, si procedeva all'ascolto del successivo.

Compito 3: nella terza seduta sperimentale ai soggetti veniva richiesta l'identificazione del comportamento delle D internamente ad ogni singolo brano. Il compito è stato svolto individualmente per una durata complessiva della seduta di 2h 40' circa. Ai soggetti venivano presentati, in ordine randomizzato, gli otto brani, con la richiesta di localizzare, su di una apposita scheda (vd. Tab.47) in cui erano riportate le D precedentemente selezionate e lo sviluppo temporale del brano, i luoghi in cui si avvertiva la variazione della D da una polarità (i) all'altra ($i^{>c}$). Nella scheda lo sviluppo del brano era segmentato da delle linee, corrispondenti a durate del brano di 5 secondi, che venivano sottolineate attraverso un breve segnale acustico nel corso dell'ascolto.

VI.1.3 – Risultati

Come prima osservazione rileviamo *che in entrambi i compiti si è constatato un elevato grado di concordanza intersoggettiva nell'identificazione e nella definizione delle D*. Come già sottolineato in occasione delle altre ricerche presentate in questo testo, riteniamo che l'accordo nelle risposte possa essere anch'esso annoverato tra le prove a conferma che ciò che stiamo descrivendo come “contrari” o “contrarietà” è una caratteristica che fa parte di quel mondo di fatti condivisi che è l'oggetto della fenomenologia sperimentale della percezione, e che, prima ancora, è l'oggetto dell'esperienza diretta per qualsiasi osservatore ([P1] *Principio di esperibilità*).

Il primo compito ha portato ad identificare 77 coppie di contrari (cfr. Tab. 45). Attraverso una discussione analitica, condotta al termine degli ascolti, si è verificata sia l'effettiva contrarietà delle D elencate sia l'accordo intersoggettivo sul loro significato. Condivisa

la descrizione delle 77 D iniziali, eliminando quelle ritenute coincidenti, si è giunti ad un elenco di 59 D.

D		D	
1 volume uguale	volume diverso	31 per ottave	per nota singola
2 cambiamento	ripetitività	32 movimento	staticità
3 battere	levare	33 brioso	pedante
4 pari	dispari	34 moltiplicare	dividere
5 aprire	chiudere	35 grave	acuto
6 completo	incompleto	36 snellimento	saturazione
7 scambiarsi	mantenere	37 ripetizione	incremento
8 tensione	quiete	38 paritario	subordinato
9 primo piano	secondo piano	39 necessità	inutilità
10 mantenere	capovolgere	40 aperture	chiusure
11 inaspette	previste	41 ascendente	discendente
12 movimento nel moto	movimento nella quiete	42 figura	sfondo
13 iniseme	singolo	43 lento	veloce
14 singolarità	pluralità	44 avanti	indietro
15 polifonia	monofonia	45 antitesi	tesi
16 alti	bassi	46 fraseggio ricco	fraseggio povero
17 medio bassi	medio alti	47 melanconia	allegria
18 mimetizzata	distinta	48 cromatismi	salti
19 solismo	accompagnamento	49 legature	frammentazioni
20 contrapposizione	sintonia	50 intervalli ampi	intervalli stretti
21 fusione	separazione	51 tiro	rilassatezza
22 unisono	quarta	52 stonato	intonato
23 unisono	ottava	53 dissonante	consonante
24 timbro diverso	timbro uguale	54 molte armoniche	poche armoniche
25 tonale	modale	55 melodico	armonico
26 sincronia	sfasamento	56 parallelo	intersecante
27 parallelismo	divergenza	57 strumenti diversi	strumenti uguali
28 ritardo	anticipo	58 attacco sfumato	attacco secco
29 essenzialità	acciacature	59 autosufficienza	insufficienza
30 riempimento	sovrapposizione		

Tab. 45 - Matrice generale delle 59 D individuate a seguito dell'ascolto degli 8 brani.

Uno sguardo veloce alla tabella, lascia forse l'impressione che alcune delle D indicate non prefigurino delle vere e proprie contrarietà (es: Parallelismo-Divergenza; Unisono-Quarta; Unisono-Ottava; Mantenere-Capovolgere), come invece abbiamo visto accadere per le D dello spazio (paragrafo II.3); in quel caso gli stessi termini della D rendevano evidente la loro contrarietà. Bisogna però considerare che ciò che le D identificano sono *esperienze contrarie*, proprietà che percettivamente risultano tali, indipendentemente dal fatto che i termini esprimano chiaramente contrarietà. Emblematico è l'esempio delle D Unisono-Quarta, Unisono-Ottava, dove appare evidente che è una descrizione tecnica ad imporsi sul piano del linguaggio; sul piano dell'esperienza, se sono state inserite nell'elenco delle D contrarie, è perché "ciò che si sente" nel caso dell'unisono è contrario a "ciò che si sente" nel caso della quarta ed è anche contrario, su una diversa D, a "ciò che si sente" nel caso dell'ottava. Con altre parole, le proprietà musicali/sonore dell'unisono sono contrarie alle proprietà della quarta e sono contrarie alle proprietà dell'ottava, cambiando D dell'esperienza.

Verificata nel primo compito la condivisibilità delle D e della loro definizione, possiamo cercare ulteriore conferma della loro interosservabilità quando l'identificazione è specificatamente un riconoscimento entro un brano. Come indice di "oggettività" del riconoscimento, si è tenuto conto del numero di soggetti che hanno riconosciuto la D all'interno del brano. Fissata la soglia minima di accordo attorno al 60%, le analisi che seguono prenderanno quindi in considerazione le D individuate da almeno 5 soggetti. La Tab. 46 riporta i profili di ciascuno dei brani tracciati sulle D condivise (tra parentesi è riportata la frequenza di soggetti che hanno riconosciuto la D durante l'ascolto).

Ricordiamo che i brani utilizzati nell'esperimento hanno una durata molto breve (compresa tra 19'' e 1'19'' secondi). È quindi di grande rilevanza che i soggetti siano riusciti a riconoscere, con un tale grado di accordo, un numero di D spesso davvero molto elevato (in particolare per i brani 1, 2, 4, 5, 7, 8, rispetto ai quali sono state riconosciute un numero di D uguale o maggiore a 10).

Brano	n. D	D e frequenza di riconoscimento
1	11	Aprire-Chiudere (7); Ripetizione-Incremento (7); Insieme-Singolo (6); Cambiamento-Ripetitività (6); Battere-Levare (6); Primo piano-Secondo piano (6); Mediobassi-Medioalti (5); Movimento-Staticità (5); Sincronia-Sfasamento (5); Volume uguale-Volume diverso (5); Movimento nel moto-Movimento nella quiete (5).
2	13	Solismo-Accompagnamento (6); Unisono-Quarta (6); Essenzialità-Acciacature (6); Melodico-Armonico (6); Figura-Sfondo (5); Ripetizione-Incremento (5); Intervalli ampi-Intervalli stretti (5); Autosufficienza-Insufficienza (5); Legature-Frammentazioni (5); Alti-Bassi (5); Polifonia-Monofonia (5); Singolarità-Pluralità (5); Battere-levare (5); Cromatismi-Salti (5).
3	5	Fusione-Separazione (7); Solismo-Accompagnamento (6); Parallelismo-Divergenza (6); Scambiarsi-Mantenere (5); Battere-levare (5).
4	9	Volume uguale-Volume diverso (7); Polifonia-Monofonia (6) Aperture-Chiusure (6); Lento-Veloce (6); Attacco sfumato-Attacco secco (6); Cambiamento-Ripetitività (5); Scambiarsi-Mantenere (5); Ripetizione-Incremento (5); Ascendente-Discendente (5).
5	12	Solismo-Accompagnamento (8); Cambiamento-Ripetitività (7); Inaspettate-Previste (7); Lento-Veloce (6); Cromatismi-Salti (5); Melodico-Armonico (5); Fraseggio ricco-Fraseggio povero (5); Ascendente-Discendente (5); Ripetizione-Incremento (5); Brioso-pedante (5); Alti-bassi (5); Volume uguale-Volume diverso (5).
6	4	Solismo-Accompagnamento (9); Primo piano-Secondo piano (7); Volume uguale-Volume diverso (6); Strumenti diversi-Strumenti uguali (5).
7	10	Solismo-Accompagnamento (7); Fraseggio ricco-Fraseggio povero (7); Volume uguale-Volume diverso (7); Alti-Bassi (6); Movimento-Staticità (6); Tensione-Rilassatezza (6); Primo piano-Secondo piano (5); Movimento nel moto-Movimento nella quiete (5); Riempimento-Sovrapposizione (5); Melodico-Armonico (5).
8	14	Volume uguale-Volume diverso (7); Tensione-Quiete (7); Ripetizione-Incremento (7); Tensione-Rilassatezza (6); Battere-Levare (6); Fusione-Separazione (6); Polifonia-Monofonia (6); Cambiamento-Ripetitività (5); Insieme-Singolo (5); Sincronia-Sfasamento (5); Aperture-Chiusure (5); Ascendente-Discendente (5); Melodico-Armonico (5); Strumenti diversi-Strumenti uguali (5).

Tab. 46 - La tab. riporta per ciascun brano (col.1) il numero di D (col.2) e le D (col.3) riconosciute nell'ascolto dei brani da almeno 5 soggetti. In col. 3, le D sono presentate dalla più concorde alla meno concorde; tra parentesi è riportata la frequenza di soggetti che hanno riconosciuto la D

Questo risultato conferma l'ipotesi che l'identità dei brani musicali si struttura sulla base del riconoscimento di contrarietà ([P1] *Principio di esperibilità*). E parrebbe indicare anche che si tratti di un riconoscimento "naturale" (dato sia l'elevato l'accordo, sia l'elevato numero di D): per quanto la complessità dell'ascolto abbia richiesto l'orecchio di percettori esperti, i soggetti non avevano infatti esperienze pregresse di compiti di riconoscimento di contrarietà.

È allora plausibile prevedere che, in condizioni semplificate, in cui sia controllata almeno la complessità che deriva dalla contemporanea presenza nel brano di molteplici D, anche per un soggetto ingenuo la descrizione di questi EsO si strutturerebbe attorno al riconoscimento di contrarietà.

Un'analisi trasversale agli 8 brani, evidenzia talvolta la ricorrenza in brani diversi della stessa D (potremmo parlare di un *indice di trasferibilità della dimensione*).

Nel presente esperimento solo 3 D sono state riconosciute da almeno 5 soggetti (soglia) in almeno cinque degli 8 brani utilizzati; d'altro canto, lo ricordiamo, i brani erano stati scelti proprio assumendo come criterio di selezione la variabilità delle D coinvolte.

Se è quindi vero che l'apparato sperimentale non ci ha favorito nel ricavare indicazioni su quali siano le D che più frequentemente caratterizzano i fatti musicali, è anche vero che le 3 D in questione (Volume uguale-Volume diverso, Solismo-Accompagnamento, Ripetizione-Incremento) potrebbero costituire un primo nucleo di queste "D elementari", aprendo la strada ad una nuova direzione di ricerca.

Molte delle D individuate nel compito 1, non hanno raggiunto nel compito 2 il valore-soglia prescelto per nessuno degli 8 brani (cfr. Tab. 45, le D: 4, 6, 10, 18, 20, 23, 24, 25, 28, 31, 34, 35, 36, 38, 39, 44, 45, 47, 49, 52, 53, 54, 56). Questo dato potrebbe generare qualche perplessità tenuto conto che tutte le 59 D individuate nel compito 1 erano state unanimemente segnalate dopo l'ascolto dei medesimi 8 brani. Il dato si può a nostro avviso attribuire alla differenza dei due compiti ([P9] *Principio della condizione di contrarizzazione*): nel primo compito è risultata favorita una descrizione analitica dei brani; nel secondo, la

richiesta di indicare le D per ciascun EsO ha verosimilmente portato i soggetti a focalizzarsi sulle contrarietà più evidenti per la descrizione generale dell'evento. I due compiti hanno allora probabilmente focalizzato rispettivamente il secondo e il primo livello di esperibilità dei contrari, previsti dal [P1] *Principio di esperibilità*.

Anche per quanto riguarda la localizzazione del comportamento delle singole D entro i brani, si è rilevato un forte accordo nelle risposte dei soggetti. Senza procedere ad un'analisi dettagliata dei risultati, che riteniamo richieda la disponibilità di alcune nuove verifiche e che in questo senso rimandiamo a quando saranno completati gli sviluppi della ricerca ora in corso, qui ci fermiamo ad una esemplificazione dei risultati (cfr. Tab.47) e ad una osservazione qualitativa.

In media l'87% delle localizzazioni delle proprietà i , $i^{>c}$ entro gli intervalli di 5 secondi prefissati è risultata condivisa tra i soggetti. Ciò dimostra che l'identificazioni delle D nelle fasi precedenti della ricerca, e in particolare nel compito 2 che richiedeva un'analisi specifica dei singoli brani, non era avvenuto sulla base di un qualche generico riconoscimento della D, ma ancorando percettivamente la D all'identificazione delle sue proprietà contrarie.

VI.1.4 - Conclusioni

Concludiamo la presentazione di questa ricerca con alcune brevi osservazioni.

Innanzitutto sottolineiamo la facilità con cui i soggetti hanno compreso ed eseguito il compito. In particolare le fasi interosservative hanno dimostrato che i soggetti avevano ben compreso che cosa ricercare durante l'ascolto.

Come seconda osservazione sottolineiamo la disponibilità dimostrata ad attenersi ad una descrizione fenomenica delle proprietà degli eventi ascoltati, pur trattandosi di soggetti esperti e potendo quindi il loro contributo esaurirsi in un'analisi esclusivamente tecnica.

BILLY COBHAM. *Stratus*. (5:53 - 5:28).

Dimensioni:		Area									
A	B	Area 1		Area 2		Area 3		Area 4		Area 5	
1 Aprire	Chiudere										
2 Ripetizione	Incremento			B							B
3 Cambiamento	Ripetibilità						B				
4 Battere	Levare		B	A	B		A			B	A
5 Insieme	Singolo								B		A
6 Primo piano	Secondo piano						B				
7 Volume uguale	V lume diverso										
8 Movimento nel moto	Movimento nella quiete									B	A
9 Medio-bassi	Medio-alti									B	
10 Sincronia	Sfasamento						B			A	A
11 Movimento	Staticità						B			A	

Tempo rimasto del "brano": 5:53,52,51,50,49,48,47,46,45,44,43,42,41,40,39,38,37,36,35,34,33,32,31,30,29,28

Descrizione comunicativa:

Area 1: Apertura con ripetizione dei cambiamenti con un'alternanza di battere e levare. L'insieme è in primo piano dato che anche il volume è uguale. Il movimento si svolge nel moto con dominanza dei medio-bassi nella sincronia del movimento.

Area 2: Il chiudere che si verifica può dipendere dall' inversione tra battere e levare dato che le altre D rimangono invariate.

Area 3: Nuova apertura con incremento nella ripetitività, ritmo in battere e l'insieme in secondo piano nonostante: volume uguale, movimento nel moto e medio-bassi in un momento di sfasamento nella staticità.

Area 4: Il levare con il movimento nella quiete e la presenza di medio-alti poggiano sul ritorno alla sincronia del movimento.

Area 5: Nel chiudere vi è incremento e cambiamento, battere e lavoro d'insieme anche se in secondo piano e con il volume diverso, movimento nel moto, medio-bassi e sincronia nel movimento.

Glossario:

D 1: Aprire/Chiudere: paragonabile ad inizio/fine in senso lato; con la possibilità di contenere aperture/chiusure che sono riservate a situazioni più brevi necessarie allo sviluppo che porta al chiudere.

D 2: Ripetizione/Incremento: opposizione tra esecuzione successiva ad una o altre precedenti motivata dalla ricerca di un risultato prima non conseguito e il tentativo di aumento delle possibilità di sviluppo.

D 3: Cambiamento/Ripetitiva: sostiene la possibilità di sostituzione che riguarda il tutto o la sostanza in opposizione a qualcosa che si ripete esattamente e/o regolarmente uguale.

D 4: Battere/Levare: nel senso musicale: accentuare il tempo forte di una misura in contrapposizione al tempo debole (levare) della stessa.

D 5: Insieme/Singolo: attribuzione del risultato finale al lavoro d'insieme o all'operare di un singolo strumento non necessariamente in primo piano o con funzione solistica.

D 6: Primo piano/Secondo piano: impressione attribuita al risalto di un determinato elemento.

D 7: Volume uguale/Volume diverso: si intende per volume la mancanza o la presenza di variazioni del suono distinguendolo da una presunta dominanza data da parti che si impongono a seguito di un ruolo "figurale".

D 8: Movimento nel moto/Movimento nella quiete: la dimensione sostiene la possibilità di movimenti sovrapposti, il primo capace di esasperare la tensione già espressa dal moto sostostante e il secondo di creare situazioni varie in una quasi opposizione all'andamento sostostante.

D 9: Medio-bassi/Medio-alti: dettaglio della gamma media dei suoni.

D10: Sincronia/Sfasamento: coincidenza o meno nel tempo di due o più situazioni.

D11: Movimento/Staticità: presenza o mancanza di evoluzione, modificazione o sviluppo.

Tab. 47 – Esempificazione delle soluzioni fornite al compito di localizzazione per uno dei brani utilizzati. Le aree 1-5 indicano le porzioni del brano di durata 5 secondi, scandite da un segnale acustico. Le lettere A, B i due poli contrari

Le D indicate descrivono allora una contrarietà che complessivamente -al di là di poche D che hanno sapore più tecnico- è delineata sull'aspetto fenomenico dei fatti, non sulle conoscenze specialistiche dei soggetti. Potremmo anche dire che le D individuate sono D che disegnano l'identità degli EsO, non la competenza musicale degli osservatori.

Infine, facciamo notare che la concordanza fra i soggetti è risultata buona in tutte le fasi dell'esperimento. La capacità dei soggetti di risolvere concordemente sia *l'identificazione* delle D sia la *localizzazione*, nell'EsO (I) delle proprietà contrarie (i , i°) che strutturano le D conferma, a nostro avviso, l'affermazione che le contrarietà che strutturano l'identità di un brano sono autoevidenti, anche se, nelle condizioni complesse che qui sono state indagate, in cui a covariare sono sempre molte D, si tratta di un'autoevidenza che è tale solo per soggetti esperti. Come abbiamo già discusso nella presentazione dei risultati, l'estendibilità di questa affermazione a soggetti ingenui può a nostro avviso essere facilmente verificata ridefinendo le condizioni dell'ascolto (semplificazione degli EsO). D'altro canto se la scelta di brani "veri" e non di eventi acustici semplificati ha reso particolarmente complesso il compito, dall'altro ha permesso di condurre l'esperimento in condizioni il più possibile "ecologiche" rispetto al significato di ascolto musicale; e ciò rafforza la validità dell'affermazione che la percezione di proprietà contrarie è alla base del modo in cui naturalmente si organizza per l'ascoltatore l'identità di quei fatti del mondo reale che "incontriamo" come fatti acustici musicali.

Conclusioni

Come anticipato nell'introduzione, il testo non nasce in quanto testo conclusivo. In questo senso non ospita gli esiti di un progetto sperimentale (Savardi U., Bianchi I., 1997) giunto al termine.

All'opposto, nasce dall'intenzione e dal bisogno di sistemare in maniera organica, la serie di ricerche da noi sin qui realizzate, consapevoli della loro parzialità e dell'impossibilità di agganciare i nostri dati ad una tradizione bibliografica precedente che potesse rendere più corposo il patrimonio di osservazioni sperimentali e di questioni teoriche sull'argomento. In questa accezione siamo consapevoli dell'impronta fortemente perlustrativa della nostra analisi.

Ma proprio perché perlustrazione di un insieme di fatti sin qui non osservati, benché osservabili, abbiamo ritenuto che questo volume potesse avere ragione di prendere forma e che potessero giustificarsi il livello qualitativo delle analisi, la loro frammentarietà, l'assenza di raffinatezze statistiche o modellistiche, tutte impronte di un pensiero sperimentale ancora giovane.

Ciò che crediamo già da queste pagine emerga con sufficiente chiarezza è la plausibilità di un progetto di analisi fenomenologico della contrarietà, benché sin qui trascurato dai percorsi tradizionali della fenomenologia sperimentale della percezione. E più aumentano le evidenze sperimentali dell'esperibilità dei contrari, della regolarità del loro comportamento in ambiti diversi (eventi motori, eventi sonori, oggetti naturali, semplici figure geometriche, aspetti qualitativi e quantitativi), del loro essere condizione generale della percezione e non singolarità, più stupisce l'assenza di un contributo della fenomenologia allo studio di questi fatti.

Tanto più che non si tratta nemmeno di un'assenza conseguente all'aver riconosciuto l'impraticabilità metodologica della questione della contrarietà, come è invece stato per altri costrutti come ad esempio per la definizione di soggettività dell'esperienza, di sensazioni inavvertite, di illusioni di giudizio; nemmeno si trova una pur tenue traccia della non sensatezza epistemologica nei nuclei di un pensiero sperimentale di una scienza della fenomenologia della percezione.

Le verifiche sin qui condotte hanno invece dimostrato, in contesti disparati, la possibilità di una fenomeno-logica dei contrari, e molte altre ancora riteniamo siano le condizioni in cui si articola l'esperienza percettiva di contrarietà. I principi presentati in apertura di questo scritto (capitolo I) sono il primo sforzo condotto per l'identificazione di un corpus di leggi in grado di descrivere il comportamento dei fatti e delle relazioni che regolano l'esperienza della contrarietà. Anche in questo caso i quattordici principi indicati non costituiscono un formulario conclusivo. Potranno forse rivelarsi reciprocamente riconducibili e allora ridotti ad un numero inferiore, o insufficienti, e ridefiniti allora con l'aggiunta di altri principi. Così come si confà ad un modello fenomenologico di descrizione dell'esperienza, la necessità di aggiustamenti delle descrizioni ai fatti sarà comunque decisa sull'identità o la contrarietà dei fatti osservati rispetto a quanto previsto dalle descrizioni, secondo un procedimento di falsificazioni successive simile a quello che ha condotto Wertheimer (1923) all'individuazione della nota serie di leggi di organizzazione a partire dalla prima legge di organizzazione, muovendosi alla ricerca della descrizione che meglio riveste l'identità osservata dei fatti.

Bibliografia

- Antinucci, F., & Volterra, V. (1975). Lo sviluppo della negazione nel linguaggio infantile: Uno studio pragmatico. *Lingua e Stile*, 1975, 10, 231-260
- Antonovsky, H. F., & Ghent, L. (1964). Cross-cultural consistency of children's preferences for the orientation of figures. *American Journal of Psychology*, 77, 295-297
- Aristotele, (1989). *Le Categorie*, Rizzoli.
- Aristotele, (1990). *Topici*, in Opere, vol. 2, Laterza.
- Aristotele (ed. 1993). *Metafisica*, Rusconi.
- Aristotele, (ed. 1995). *Del cielo*, in Opere, vol. 3, Laterza.
- Arnheim, R. (1954) *Art and visual perception*. Los Angeles: University of California Press.
- Arnoult, M. D. (1954). Shape discrimination as a function of the angular orientation of the stimuli. *Journal of Experimental Psychology*, vol. 47, n. 5, 323-328.
- Asch, S. E. & Witkin, H. A. (1948). Studies in space orientation. II. Perception of the upright with displaced visual fields and with body tilted. *Journal of Experimental Psychology*, 38, 455-477.
- Beck, J. (1969). Lightness and orientation. *American Journal of Psychology*, 82, 359-366.
- Beck, J. (1982). Textural segmentation. In J. Beck (Ed.), *Organization and representation*, 285-317, Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Boring, E.G. (1952). Visual perception as invariance. *Psychological Review*, 59, 141-148.
- Borke, H. (1975). Piaget's mountains revisited: changes in the egocentric landscape. *Developmental Psychology*, 11, 240-243.
- Boyer, C. (1968). *A History of Mathematics*, John Wiley & Sons; tr. it. "Storia della matematica", ISEDI, 1976.
- Bozzi, P. (1968) Direzionalità e organizzazione interna di una figura. *Memorie della Accademia Patavina di SS.LL.AA.*, Classe di Scienze

BIBLIOGRAFIA

- Morali, Lettere ed Arti, Vol. LXXXI,. anche in: Bozzi, P. *Experimenta in visu. Ricerche sulla percezione*.1993, Guerini.
- Bozzi, P. (1969). *Unità identità causalità. Una introduzione allo studio della percezione*. Cappelli Editore.
- Bozzi, P. (1978). L'interosservazione come metodo per la fenomenologia sperimentale. *Giornale Italiano di Psicologia* , 5, 229-239.
- Bozzi, P. (1989). *Fenomenologia sperimentale*. il Mulino.
- Bozzi, P. (1991). Parlare di ciò che si vede. *Versus - Quaderni di studi semiotici*. Bompiani. N.59/60, 107-119.
- Bozzi, P. (1998). *Vedere come*. Commenti ai §§ 1-29 delle Osservazioni sulla filosofia della psicologia di Wittgenstein. Milano, Guerini.
- Bozzi, P., & Martinuzzi, L. (1989). Un esperimento di interosservazione. *Rivista di Psicologia*, LXXIV, 11-46.
- Brentano, F. (1871). *Psychologie vom empirischen Standpunkt*. Leipzig: Dunker & Humblot. Trad. it. (a cura di) L. Albertazzi, "La psicologia dal punto di vista empirico", 3 vol. Laterza, Bari, 1997.
- Brooks, R. M., & Goldstein, A. G. (1963). Recognition by children of inverted photographs of faces. *Child Development*, 34, 1033-1040.
- Bruyer, R., & Coget, M. C. (1987). Features of laterally displayed faces: Saliency or top-down processing?, *Acta Psychologica*, 66 (2), 103-114.
- Bryant, D. J., Lanca, M., & Tversky, B. (1995). Spatial concepts and perception of physical and diagrammed scenes, *Perceptual and Motor Skills*, 81, 531-546.
- Bryant, D. J., Lanca, M., & Tversky, B. (1995). Spatial concepts and perception of physical and diagrammed scenes, *Perceptual and Motor Skills*, 81, 531-546.
- Bryant, D. J., Tversky, B., & Franklin, N. (1992). Internal and external spatial frameworks for representing described scenes. *Journal of Memory and Language*, 31, 74-98.
- Cambiano, G. (1985). *Figura e numero*. In: Vegetti M. (a cura di), "Il sapere degli antichi".
- Cantor, M. (1932). *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, a cura di E. Zermelo, Berlin, Springer, (reprint Hildesheim, Georg Olms, 1962).

- Carpenter, P.A. (1974). On the comprehension, storage, and retrieval of comparative sentences. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 13, 401-411.
- Carreiras, M. & Garling, T. (1990). Discrimination of cardinal compass directions, *Acta Psychologica*, 73 (1), 3-11.
- Chou, S.K. (1935). Reading and legibility of Chinese characters: IV. An analysis of judgements of positions of Chinese characters by American subjects. *Journal of Experimental Psychology*, 1935, 18, 318-347.
- Clark, E.V. (1972). On the child's acquisition of antonyms in two semantic fields. *Journal of Verbal Learning and Verbal behavior*, 11, 750-758.
- Clark, E. W. (1973). What's in a word? On the child's acquisition of semantics in his first language. In: T.E. Moore (ed.), *Cognitive Development and the Acquisition of Language*, New York, Academic Press.
- Clark, E.V. (1992). "Conventionality and Contrast: Pragmatic Principle with Lexical Consequences", in: A. Lehrer & E. Kittay (eds), *Frames, Fields, and Contrasts*, Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates
- Clark, H. H. (1969). Linguistic processing in deductive reasoning. *Psychological Review*, 1969, 76, 387-404.
- Clark, H. H. (1970). Comprehending comparatives. In G.B. Flores d'Arcais, & W.J.M. Levelt (Eds), *Advances in psycholinguistics*. Amsterdam: North-Holland Publishing, 294-306
- Clark, H. H. & Clark E.V. (1977). *Psychology and language. An introduction to Psycholinguistics*. Harcourt Brace Jovanovich International, Inc. USA.
- Corballis, M. C., Nagourney B. A., Shetzer L. I. & Stefanatos G. (1978). Mental rotation under head tilt: Factors influencing the location of the subjective reference frames. *Perception & Psychophysics*, 24 (3), 263-273.
- Cruse (1986). *Lexical Semantics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cutting, J.E. (1983). Observations. Four assumption about invariance. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 9, 310-317.
- Cutting J. E., Vishton, P.M. (1995). "Perceiving Layout and Knowing Distances: The Integration, Relative Potency, and Contextual Use of Different Information about Depth"..In Epstein W. & Rogers S. (Eds),

BIBLIOGRAFIA

- Perception of space and motion*, New York: Academic Press, 1995, 71-118.
- Deutsch, D. (1975 a). Musical illusions. *Scientific American*, 233, 92-104.
- Deutsch, D. (1975 b). Facilitation by repetition in recognition memory for tonal pitch. *Memory and Cognition*, 3, 263-266.
- Diels, H., & Kranz, W (1934-37). *Die Fragmente der Vorsokratiker*. Berlin: Griechisch und deutsch. Trad. a cura di G. Giannantoni, "I presocratici. Testimonianze e frammenti". Bari: Laterza Editori.
- Dowling, W. J. (1971). Recognition of inversions of melodies and melodic contours. *Perception and Psychophysics*. 9, 348-349.
- Dowling, W. J. (1972). Recognition of melodic trasformations: inversion, retrograde, and retrograde inversion. *Perception and Psychophysics*. 12, 417-421.
- Eco, U. (1984). *Semiotica e filosofia del linguaggio*. Torino: Einaudi.
- Ehrenfels, von C. (1890). Über Gestaltqualitäten, *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie*, XIV; trad. it. di N. Stucchi, *Le qualità formali*, in Funari E., Stucchi N., Varin D. (a cura di), *Forma ed esperienza*, Franco Angeli, 1984.
- Ekman, P. Friesen W. V., & Ellsworth (1982). Does the face provide accurate information? In: Ekman P. (Ed.) *Emotion in the human face* (2nd ed.) Cambridge: Cambridge University Press.
- Ferrante, D., Gerbino, W., & Rock, I. (1995). Retinal vs. environmental orientation in the perception of the right angle. *Acta Psychologica*, 88 (1), 25-32.
- Feyerabend, P. K. (1975). *Against method. Outline of an anarchistic theory of Knowledge*. Trad. it. *Contro il metodo. Abbozzo di una teoria anarchica della conoscenza*, Feltrinelli, 1991.
- Fishbein, H. D., Lewis, S., & Keiffer, K. (1972). Children's understanding of spatial relations: coordinations of perspectives. *Developmental Psychology*, 7, 21-33
- Flores d'Arcais, G. B. (1974). Semantic and perceptual factors in the processing of comparative sentences. *Giornale Italiano di Psicologia*, 1, 267-303.
- Flores d'Arcais, G. B. & W.J.M. Levelt (Eds) (1970). *Advances in psycholinguistics*. Amsterdam: North-Holland Publishing,

- Found, A. & Muller, H. J. (1997). Local and global orientation in visual search, *Perception and psychophysics*, 59, 6, 941-963.
- Frajese, A. (1952). *La matematica nel mondo antico*. Universale Studium 2, Roma.
- Frajese, A. (1963). *Platone e la matematica nel mondo antico*. Studium. Roma.
- Franklin, N., & Tversky, B. (1990). Searching imagined environments, *Journal of Experimental Psychology General*, 119 (1) p. 63-76.
- Franklin, N., & Tversky, B. (1990). Searching imagined environments, *Journal of Experimental Psychology General*, 119 (1), 63-76.
- Frege, G. (1884). *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Berlino. Trad it Logica e Aritmetica, 1965.
- Friedman, A. & Hall, D. L. (1996). The importance of Being upright: Use of environmental and viewer-centered reference frames in shape discriminations of novel three-dimensional objects. *Memory and Cognition*, 24 (3), 285-295.
- Ghent, L. (1961). Form and its orientation: a child's-eye view. *American Journal of Psychology*, 1961, 74, 177-190.
- Ghent, L. (1978). A New Slant on Orientation Perception. *American Psychologist*, 10-22.
- Gibson, J. J. (1950). *The perception of the visual world*. Boston, Houghton Mifflin.
- Gibson, J. J. (1966). *The senses considered as perpetual system*. Boston, Houghton Mifflin.
- Gibson, J. J. (1979). *The ecological approach to visual perception*. Boston, Houghton Mifflin.
- Gibson J. J. & Gibson, E. J. (1955). Perceptual learning: differentiation or enrichment?. *Psychological Review*, vol. 62, n.1.
- Goldmeier, E. (1972). Similarity in visually perceived forms. *Psychological Issues*, 8, 1-135

BIBLIOGRAFIA

- Goldstein, A. G., & Andrews, J. (1962). Perceptual uprightness and complexity of random shapes. *American Journal of Psychology*, 1962, 75, 667-669.
- Greimass, A. (1966). *Sémantique structurale*. Paris: Larousse. Trad. it. "Semantica strutturale", Milano: Rizzoli, 1968.
- Hagen, M., A. (1986). *Varieties of realism. Geometries of representational art*. Cambridge University Press.
- Heat, T. (1921). *A History of Greek mathematics*, vol. I, Oxford, At the Clarendon Press.
- Heidel, W. A. (1901). περὸς and ἀπειρον in Pythagorean philosophy, *Arch.f. Gesch.d. Philos*, 384-397.
- Helmholtz, H. (1878). *Die Thatsachen in der Wahrnehmung*, Berlin.; trad. it. in *Opere*, 1967.
- Hock, H. S. & Tromley, C. L. (1978). Mental rotation and perceptual uprightness. *Perception & Psychophysics*, 24 (6), 529-533.
- Hollingworth, H. L. (1913). Judgments of similarity and difference. *Psychological Review*, 20, 271.
- Horn, L.R. (1989). *A Natural History of Negation*. The University of Chicago Press. USA.
- Howard, I. P., Templeton, W., B. (1966). *Human spatial orientation*. John Wiley & Sons, Toronto.
- Howard, I. P. (1983). *Human visual orientation*. John Wiley & Sons, Toronto, Canada.
- Hume, D. (1888). *Treatise of Human Nature*. Oxford, Selby-Bigge; trad. it. *Trattato sulla natura umana*, 1926.
- Husserl, E. (1891). *Philosophie der Arithmetik*. Husserliana, XII, 1-288.
- Huttenlocher, J., & Higgins, E.T. (1971). Adjectives, comparatives and syllogism. *Psychological Review*, 78, 487-504.
- Jacobsen, T. L., & Waters, H.S. (1985). Spatial Perspective Taking: Coordination of Left-Right and Near-Far Spatial Dimensions. *Journal of experimental Child Psychology*. 39, 72-84.

- Jolicoeur, P., & Milliken, B. (1989). Identification of disoriented objects: Effect of context of prior presentation. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 15, 200-210.
- Jolicoeur, P. (1985). The time to name disoriented natural objects. *Memory & Cognition*, 13, 289-303.
- Jolicoeur, P. (1988). Mental rotation and the identification of disoriented objects. *Canadian Journal of Psychology*, 42, 461-468.
- Jolicoeur, P. (1990). On the role of mental rotation and feature extraction in the identification of disoriented objects: A dual-system theory. *Mind and Language*, 5, 387-410.
- Jolicoeur, P. (1992). Orientation congruency effects in visual search. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 46 (2), 280-305.
- Jolicoeur, P., Snow, D. & Murray J. (1987). The time to identify disoriented letters: Effects of practice and font. *Canadian Journal of Psychology*, 41, 303-316.
- Julez, B., Bergen, J.R. (1983). Textons, the fundamental elements in preattentive vision and perception of textures. *The Bell System Technical Journal*, 62, 1619-1645.
- Julez, B. (1971). *Foundations of cyclopic perception*. Chicago: The University Chicago Press.
- Kanizsa, G., Tampieri, G. (1968). "Nuove osservazioni sull'orientamento retinico ed ambientale." in: Kanizsa G. e Vicario G., *Ricerche sperimentali sulla percezione*, Trieste.
- Kirita, T., & Endo, M. (1995). Happy face advantage in recognizing facial expressions. *Acta Psychologica*, 89, 149-163.
- Kirouac, G., & Doré F.Y. (1983). Accuracy and latency of facial expressions of emotions. *Perceptual and Motor Skills*, 57, 683-686.
- Koenderink, J. J., Kappers, A.M.L, Pollick, F.E & Kawato, M. (1997). Correspondence in pictorial space, *Perception and psychophysics*, 59, 6, 813-827;
- Koffka, K. (1935). *Principles of gestalt psychology*. New York: H. Harcourt Brace. Tr. it. Principi di psicologia della forma. Torino: Boringhieri, 1970.
- Köhler, W. (1929). *Gestalt Psychology*. New York: Liveridge. Tr.it. La Psicologia della Gestalt. Feltrinelli 1961.

BIBLIOGRAFIA

- Köhler, W. (1938). *The place of value in a World of facts*. Liveright Publishing Corporation, New York. Tr.it., (1969) Il posto del valore in un mondo di fatti. Giunti.
- Köhler, W. (1940). *Dynamics in Psychology*. Liveright Publishing Corporation. Tr. it. "Principi dinamici in psicologia", in: Principi dinamici in psicologia e altri scritti,....,1964, 3-121.
- Kolers, P. A., & Perkins, D. N. (1968). Orientation of letters and their speed of recognition. *Perception & Psychophysics*, 5, 279-280.
- Konorski, J. (1967). *Integrative activity of the brain*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Kopfermann, M. (1930). Psychologische Untersuchungen über die Wirkung zweidimensionaler Darstellungen körperlicher Gebilde, *Psychologische Forschung*, XIII, 293-364.
- Koriat, A., & Norman, J. (1989). Why is word recognition impaired by disorientation while the identification of single letters is not? *Journal of Experimental Psychology, Human Perception and Performance*, 15 (1), 153-163.
- Kosslyn, S., Ball, T., & Reiser, B. (1978). Visual images preserve metric spatial information; Evidence from study in visual scanning. *Journal of Experimental Psychology, Human Perception and Performance*, 4, 47-60
- Kuehn, S. M., & Jolicoeur, P. (1994). Impact of quality of the image, orientation and similarity of the stimuli on visual search for faces, *Perception*, 23 (1), 95-122.
- Kuhn, T. S. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*; trad. it. *La struttura delle rivoluzioni scientifiche*, Einaudi,1969 (V ed).
- Kurylo, D.D., Reeves, A., Scharf, B. (1996). Expectancy of line-segment orientation, *Spatial-Vision*, 10 (2), 149-162.
- Ladavas E., Umiltà C., and Ricci-Bitti P.E. (1980). Evidence for sex differences in right hemisphere dominance for emotions. *Neuropsychologia*, 18, 361-366.
- Lakatos, I. (1978). *The methodology of scientific research programs*. Philosophical Papers Volume. I e II, Cambridge University Press; trad. it. *La Metodologia dei programmi di ricerca scientifici*. Il Saggiatore, 1996).

- Lakatos, I. e Feyerabend, P. (1995). *Sull'orlo della scienza. Pro e contro il metodo*. A cura di: M. Motterlini, Raffaello Cortina Editore.
- Landau, B., & Jakendoff, R. (1993). 'What' and 'Where' in spacial language and spatial cognition, *Behavioral and Brain science*, 16, 217-265.
- Lansky, P., Yakimoff, N., & Radil, T. (1988). Influence of local orientation cues on estimating the tilt of two dimensional patterns. *Spatial Vision*, 3 (1), 9-13.
- Lawson, R., Humphreys, G.W., & Watson, D.G. (1994) Object recognition under sequential viewing conditions: evidence fro viewpoint-specific recognition procedures, *Perception*, 23, 595-614
- Legrenzi, P. (1971). *Sul significato qualitativo di espressioni quantitative nel linguaggio comune*. Report Istituto Superiore di Scienze Sociali di Trento.
- Levelt, W. (1984). Some perceptual limitations on talking about space. In: A. J. van Doorn, W.A. de Grind & J.J Koenderink (Eds), *Limits in perception* (323-358). Utrecht, The Netherlands: VNU Science Press.
- Levine, M., Jankovic, I., & Palij, M. (1982). Principles of spatial problem solving. *Journal of Experimental Psychology, General*, 111, 157-175.
- Levinson, S. (1992). Primer for the Field Investigation of Spatial Description and Conception. *Pragmatics*, vol. 2/1, 5-47.
- Ling, X. & Sanocki, T. (1995). Major axes as a moderately abstract model for object recognition. *Psychological Science*, 6 (6), 370-375.
- Lippman L.G. (1989). Category Sequencing in a STM Task: Failure to Replicate. *The Journal of General Psychology*, 116, (1), 25-28.
- Lis A., Sambin M. (1977) *Analisi dei cluster*. Padova: Cleup.
- Locher, P., Sharon, G. & Nodine, C. (1996). The structural framework of pictorial balance, *Perception*, 25 (12) 1419- 1436.
- Luccio, R. (1983). La percezione della numerosità, *Storia e critica della Psicologia*, IV, 2, 215-286.
- Mach, E. (1896). *Die Analyse der Empfindungen und das Verhaltnis des Physischen zum Psychischen*. Verlag von Gustav Fischer, Jena. Tr. It. L'analisi delle sensazioni e il rapporto fra fisico e psichico. Feltrinelli Bocca, 1975.
- Maddalena, A. (1954). *I Pitagorici*. Bari: Laterza

BIBLIOGRAFIA

- Marendaz, C., Stivalet, P., Genon, D. (1991). Coding of orientation in early vision: search asymmetry revisited? *Cahiers de Psychologie Cognitive, European Bulletin of Cognitive psychology*, 11, 4, 427-440.
- Marks, L. E. (1978). *The unity of the senses: Interrrelations among the modalities*. New York: Accademic Press.
- Marmor, G. S. e Zabeck, L. A. (1976). Mental rotation by the blind: does mental rotation depend on visual imagery?, *Journal of Experimental Psychology*, 2, 515-521.
- Marr, D. (1982). *Vision*, San Francisco, WH Freeman
- Massironi, M. (1989). *Comunicare per immagini. Introduzione alla geometria delle apparenze*. Il Mulino.
- Mc Gurk, H. (1972). The salience of orientation in young children's perception of form. *Child Development*, 43, 1047-1052.
- Mc Mullen, P.A. & Jolicoeur, P. (1990a). The spatial frame of reference in object naming and dicrimination of left-right reflections. *Memory and Cognition*, 18 (1) 99-115.
- McMullen, P.A. & Jolicoeur, P. (1990b). Reference frame and Effects of Orientation on Finding the Tops of Rotated Objects. *Journal of Experimental Psychology, Human Perception and Performance*, 18, 3, 807-820.
- McMullen, P.A. & Jolicoeur, P. (1992). Reference frame and Effects of Orientation on Finding the Tops of Rotated Objects. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 18, 807-820.
- McMullen, P.A., Hamm, J. & Jolicoeur P. (1995). Rotated object identification with and without orientation cues. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 49 (2), 133-150.
- Medin, D.L. Goldston, R.L., Gentner, D. (1990). Similarity involving attributes and relations: loudgments of similarity and difference are not inverses. *Psychological Science*, vol. 1, n.1, 64-69.
- Meinong, A. (1882). "Hume. Studien II: Über Relationstheorie", in: *Sitzungsbrichte der Kaiser lichen Akademie der Visenssenschaften*, Vienna: Philosophische-historische Classe, n. 101, 573-752. Trad. it. (a cura di) R. Brigati, "Sulla teoria delle relazioni", in : *Empirismo e nominalismo*, Firenze: Ponte alle Grazie, 1991

- Metzger, W. (1935). Tiefenerscheinungen in optischen Bewegungsfeldern, *Psychologische Forshung*, 20.
- Metzger, W. (1941). *Psychologie*. Darmstadt: Dietrich Steinkopff. Trad. It. "I Fondamenti della Psicologia della Gestalt", Firenze: Giunti, 1971.
- Meyer, L. B. (1973). *Explaining Music*. Berkeley, University of California Press.
- Mill, J. (1929). *Analyses of the phenomenon of the human mind* (vol. 2). London: Baldwin e Cradock.
- Mill, J. S. (1904). *System of Logic*, London, New York, Bombay.
- Miscevic, N. (1996). Elementary mathematical cognition in phenomenology and cognitive psychology. In: E. Baumgartner (Eds), *Handbook Phenomenology and cognitive psychology*. Dettellbach: Verlag J.H. Röll.
- Mosconi, G. (1962a). Ricerca sperimentale sulle difficoltà che presenta l'uso di espressioni verbali algebrizzanti. *Atti del XIV Congresso degli Psicologi Italiani*, Napoli, 27 settembre - 3 ottobre 1962.
- Mosconi, G. (1962b). Una applicazione del meccanismo psicologico dell'algebrizzazione: l'eufemismo. *Atti del XV Congresso degli Psicologi Italiani*, Torino, 10-13 giugno 1965.
- Mosconi, G. (1967). Contributo all'analisi psicologica della qualità espressive. *Rivista di psicologia*, IV, 337-351
- Mosconi, G. (1970). Contributo allo studio psicologico della negazione. Il senso negativo e la forma negativa. *Istituto di Psicologia dell'età evolutiva, Università di Padova*
- Mosconi, G. (1974). Negation and Presupposition. *Giornale Italiano di Psicologia. Italian Journal of Psychology*, vol. I, n.3, dicembre 1974, 317-329.
- Murray, J. E., Jolicoeur, P., McMullen, P.A. & Ingleton, M. (1993). Orientation-invariant transfer of training in the identification of rotated natural objects. *Memory & Cognition*, 21, 604-610.
- Neugebauer, O. (1969). *The Exact Science in Antiquity*. New Tork : Dover Publicatione, Inc. §
- Niall, K.,K. (1992). Projective invariance and the kinetic depth effect. *Acta Psychologica*, 81, 127-168.

BIBLIOGRAFIA

- Olson, R.K. & Atteneave, F. (1970). What variables produce similarity grouping?. *American Journal of Psychology*, 83, 1-21.
- Osgood, C. E., Suci, G. J., Tannenbaum, P.M.(1957). *The measurement of meaning*, University of Hillinois Press, 20-25.
- Palmer, S. E., & Hemenway, K. (1978). Orientation and Simmetry: Effects of multiple, rotational, and near symmetries. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 16, 691-702.
- Palmer, S. E. (1990). Modern theories of Gestalt perception. *Mind and Language*, 5, 289-305.
- Palmer, S. E., Rosch, E. & Chase, P. (1981). Canonical perspective and the perception of objects. In J. Long & A. Baddley (Eds), *Attention and performance IX*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Pashler, H. (1990). Coordinate frame for symmetry detection and object recognition. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 16, 150-163.
- Piaget J., Szeminska A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Delachaux & Niestlé, Neuchâtel; trad. it. La genesi del numero nel bambino, La nuova Italia,1968.
- Pick, H. L., Klein, R. E., & and Pick, A. D. (1966). Visual and tactual identification of form orientation. *Journal of experimental Child Psychology*, 1966, 4, 391-397.
- Platone (1992) (a cura di G.Reale) *Tutti gli scritti*, Rusconi, Milano.
- Popper, K. R. (1934).*The logic of Scientific Discovery*, trad.it. *La logica della scoperta scientifica*, Einaudi, 1990.
- Poser, H. (1996). Why can we apply mathematics to reality? In: E. Baumgartner (Eds), *Handbook Phenomenology and cognitive psychology*. Dettellbach: Verlag J.H. Röhl.
- Quinlan, P.T. e Humphreys, G.W. (1993). Perceptual frames of reference and two-dimensional shape recognition: Further examination of internal axes. *Perception*, 23, 529-545.
- Rey, A. (1933). *La jeunesse de la science grecque*. Paris: La Reinaissance du Livre.
- Rock, I. (1954). The perception of the egocentric orientation of a line. *Journal of Exp. Psychol*, 5, 367-374.

- Rock, I. (1956). The orientation of forms on the retina and in the environment. *American Journal of Psychology*, 69, 513-528.
- Rock, I. (1973). *Orientation and Form*. New York: Accademic Press.
- Rock, I. (1988). On Thompson's inverted-face phenomenon. *Perception*, 17 (6), 815-817.
- Rock, I., & Leaman, R. (1963). An experimental analyses of visual symmetry. *Acta Psychologica*, 21, 171-183.
- Rock, I., & DiVita, J. (1987). A case of viewer centered object perception, *Cognitive Psychology*, 19 (2), 280-293.
- Rock, I. & Heimer, W. (1957). The effect of retinal and phenomenal orientationon the perception of form. *American Journal of Psychology*, 70, 493-511.
- Rock, I. & Nijhawan, R. (1989). Regression to egocentrically determined description of form under conditions of inattention. *Journal of Experimental Psychology, Human Perception and Performance*, 15 (2), 259-272.
- Rock, I. & Olshansky, P. (1965). *The effect of phenomenal orientation on recognition*. Unpublished study, Yeshiva University, New York.
- Rock, I., Helper, F., & Clayton, T. (1972). The perception and recognition of complex figures. *Cognitive Psychology*, 3, 655-673.
- Royer, F.L. (1981). Detection of symmetry. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 7, 1186-1210.
- Rugelj, M. (1996). The concept of numbers in Husserl philosophy and in human awarness. In: E. Baumgartner (Eds), *Handbook Phenomenology and cognitive psychology*. Dettellbach: Verlag J.H. Röll.
- Salatas, H. & Flavell, J.H. (1976). Perspective-taking: The development of two components of knowledge. *Child Development*, 47, 103-109.
- Savardi, U., Bianchi, I. (1996). "Qualità e contrarietà, da una prospettiva fenomenologica alle categorie di Aristotele". *Annali dell' Istituto di Psicologia*, Università di Verona, 161-191.
- Savardi, U. & Bianchi, I. (1997). *I luoghi della contrarietà*. Upsel. Torino
- Savardi U., Bianchi I. (1999a) (a cura di). *Gli errori dello stimolo*. Verona: Cierre Editore.

BIBLIOGRAFIA

- Savardi, U., Bianchi, I. (1999b). Le regole della contrarietà. *Quaderni DiPAV*, Università di Verona, 1, 1999.
- Savardi U., Bianchi I (2000). Metodo interosservativo ed eventi sotto osservazione: l'ostensione dell'esperienza di spazio nella fenomenologia sperimentale della percezione (in press).
- Schröeder, E. (1873). *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra*. Lipsia: Teubner.
- Sekuler, A. B. (1994). Local and lobal minima in visual completion: Effects of symmetry and orientation. *Perception*, 23, 529-545.
- Sekuler, A. B. (1996). Axis of elongation can determine reference frames for object perception. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 50 (3), 270-279.
- Shaller, M. J. & Harris L.J. (1975). "Upright" orientations of forms change with subject age and with features of form. *Perception & Psychophysics*, 1975, 17, 179-188.
- Shepard, R. N (1984). Ecological constraints on internal representation: resonant kinematics of perceiving, imagining, thinking and dreaming. *Psychological Review*, 91, 417-447.
- Shepard, R. N. e Cooper, L. (1982). *Mental images and their transformations*. Cambridge, MA: MIT Press
- Shepard, R. N. & Hurvitz, S. (1984). Upward direction, mental rotation, and discrimination of left and right turns in map. *Cognition*, 18, 161-194.
- Shepard, R. N. & Metzler, J. (1971). Mental Rotation of the tree-dimensional objects. *Science*, 171, 701-703.
- Sherman, M. A. (1973). Bound to be easier? The negative prefix and sentence comprehension. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 1973, 12, 76-84.
- Sherman, M. A. (1976). Adjectival negation and the comprehension of multiply negated sentences. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 1976, 12, 76-84.
- Simion, F., Bagnara, S., Roncato, S. & Umiltà, C. (1982). Transformation processes upon the visual code. *Perception & Psychophysics*, 31, 13-25.
- Stainfeld, G. J. & Graves, S. (1971). The effects of retinal orientation on word recognition. *Journal of General Psychology*, 85, 245-257

- Steinfeld, G. J. (1970). The effect of retinal orientation on the recognition of novel and familiar shapes, *Journal of General Psychology*, 82, p223-239.
- Stumpf, C. (1891). *Psychologie und Erkenntnistheorie, Abhandlungen der philosophisch philologischen Classe der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften*, Bd. 29, München. Trad. it. (a cura di) V. Fano, Psicologia e teoria della conoscenza in Psicologia e Metafisica, Ponte delle grazie Ed., Firenze, 1992, 103-136.
- Talmy, L. (1983). How language structures space. In H.L. Pick & L.P. Acredolo (Eds). *Spatial orientation: Theory, research, and application* (225-282).
- Tarr, M.J. (1995). Rotating objects to recognize them: A case study on the role of viewpoint dependency in the recognition of three-dimensional objects. *Psychonomic Bulletin & Review*, 2, 55-82.
- Tarr, M. J., & Pinker, S. (1989). Mental Rotation and orientation-Dependence in Shape recognition, *Cognitive Psychology*, 21, 233-282.
- Timpanaro Cardini, M. (1964). *Pitagorici. Testimonianze e frammenti*. I,II,III. La Nuova Italia.
- Treisman, A. (1985). Preattentive processing in vision. *Computer vision, Graphics and Image Processing*, 31, 156-177
- Tversky, A. (1977). Features of similarity. *Psychological Review*, 84, n. 4, 327- 352.
- Valentine, T., & Bruce V. (1988). Mental rotation of faces, *Memory and Cognition*, 16 (6). 556-566.
- Van Der Waerden, B. L. (1963). *Science Awakening*. Science Editions. John Wiley & sons, Inc., New York.
- Vandeloise, C. (1986). *L'espace en francais*, Paris: Seuil.
- Verfaillie, K. (1992). Variant point of view on viewpoint invariance. *Canadian Journal of Psychology*, 46, 215-235.
- Vicario, G. B. (1975). Some observations on gestalt principles of organization. In: G.B. Flores D'Arcais (a cura di), *Studies in perception. Festschrift for Fabio Metelli*, Milano – Firenze: Martello Giunti ed., 67-80.
- Violi, P. (1991). Linguaggio, percezione, esperienza: il caso della spazialità. *Versus*, 59/60, 59-105.

BIBLIOGRAFIA

- Volterra, V (1972). Il “no”: prime fasi dello sviluppo della negazione nel linguaggio infantile. *Archivio di Psicologia, Neurologia e Psichiatria*, 33, 16-53
- Wagemans, J., Van Gool, L., & D’Ydewalle, G. (1992). Orientational effects and component processes in symmetry detection. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 44A, 475-598.
- Wason, P.C. (1973). In real life negatives are false. *Logique at analyse*.
- Wertheimer, M. (1923). *Untersuchungen zur Lehre von Gestalt*. II, Psychologische forschung. Trad. Inglese: *The general theoretic situation*. In W.D.Ellis (Ed). A source book of Gestalt psychology. Routledge & Kegan Paul, 1938.
- White, B. (1960). Recognition of distorted melodies. *American Journal of Psychology*. 73, 100-107.
- Winders, J. D., & Sjoberg, W. G. (1987). Reaction time to normal and reflected letter-strings in different orientation. *Perceptual and Motor Skills*, 65 (1), 223-227.
- Yakimoff, N. (1981). Does assigment of orientation to dot pattern reveal optimisation processes in the visual system? *Biological Cybernetics*, 42, 39-43.
- Yakimoff, N., & Lolova, P. (1986). Perceived orientation of contour quadrangles. *Perception*, 15 (4). 461-466.
- Yakimoff, N., & Mitrani, L. (1983). A concept of perceived orientation. *Perception & Psychophisics*, 26, 327-330.
- Yakimoff, N., Mitrani, L. & Dimitrov, G. (1982). Orientation-relational or intrinsic property of visual objects? In H-G Geissler(eds) *Psychological Judgements and the process of Perception*, P. Petzold, Berlin, 63-67.
- Zeller, E., Mondolfo R. (1932). *La filosofia dei greci nel suo sviluppo storico*. La Nuova Italia.
- Zellini, P. (1996). *Origini del numero. Geometria, logos e computazione*. Rivista di Estetica, nuova serie, n. 1-2, XXXVI.
- Zellini, P. (1999). *Gnomon. Una indagine sul numero*. Adelphi, Milano

