

Esercitazione 2 - Soluzione

1.

x_j	n_j	$x_j n_j$	N_j	$x_j - \bar{x}$	$(x_j - \bar{x})^2$	$(x_j - \bar{x})^2 n_j$
10	30	300	30	-2,319	5,377	161,311
12	25	300	55	-0,319	0,102	2,541
16	10	160	65	3,681	13,551	135,509
20	3	60	68	7,681	59,000	177,001
30	1	30	69	17,681	312,623	312,623
Totale	69	850				788,986

$\bar{x} = 850/69 = 12,32$

$N_1 < 69/2 = 34,5 \rightarrow Me = x_2 = 12$

$Mo = 10$

$\sigma^2 = 788,986/69 = 11,435$

3.

Tabella di perfetta indipendenza

Zona di residenza	Agricoltura	Industria	Terziario	Totale
Nord	474,354	3595,646	7852,000	11922
Centro	190,386	1443,144	3151,469	4785
Sud	259,260	1965,210	4291,531	6516
Totale	924	7004	15295	23223

a) $\text{Max}(\chi^2) = 23223 \cdot 2 = 46446$

b)

$$\chi^2 = \frac{(346 - 474,354)^2}{474,354} + \dots + \frac{(4500 - 4291,531)^2}{4291,531} = 459,54$$

$$C = \sqrt{459,54 / (23223 \cdot 2)} = 0,099$$

c) C'è un grado di associazione molto lieve tra i due caratteri.

2. Distribuzione di frequenze relative per il carattere qualità dei servizi condizionatamente alla ripartizione geografica

	Bassa	Media	Alta	Totale
Nord	0,279	0,419	0,302	1
Centro	0,327	0,436	0,236	1
Sud e Isole	0,243	0,405	0,351	1

Tabella di perfetta indipendenza

	Bassa	Media	Alta	Totale
Nord	12,422	18,156	12,422	43
Centro	15,889	23,222	15,889	55
Sud e Isole	10,689	15,622	10,689	37
Totale	39	57	39	135

$$\chi^2 = \frac{(12 - 12,422)^2}{12,422} + \frac{(18 - 18,156)^2}{18,156} + \dots + \frac{(13 - 10,689)^2}{10,689} = 1,666$$

$$C = \sqrt{1,666 / (135 \cdot 2)} = 0,079$$

4.

Classi	n_j	x_j	$x_j n_j$	A_j	Q_j	N_j	F_j
0 - 1	491	0,5	245,5	245,5	0,136	491	0,491
1 - 2	264	1,5	396	641,5	0,356	755	0,755
2 - 3	105	2,5	262,5	904	0,502	860	0,86
3 - 5	90	4	360	1264	0,702	950	0,95
5 - 10	37	7,5	277,5	1541,5	0,856	987	0,987
10 - 30	13	20	260	1801,5	1	1000	1
Totale	1000		1801,5				

$$R = 1 - (0,491 - 0)(0,136 + 0) - (0,755 - 0,491)(0,356 + 0,136) - \dots$$

$$\dots - (1 - 0,987)(1 + 0,856) = 0,523$$

5.

Area geografica	Spesa mensile			
	2,00	3,50	5,00	Totale
Nord	8	12	37	57
Centro	11	15	36	62
Sud	24	35	18	77
Totale	43	62	91	196

- a) $\bar{y}_{X=Nord} = (2 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 5 \cdot 37) / 57 = 4,26$
 $\bar{y}_{X=Centro} = (2 \cdot 11 + 3,5 \cdot 15 + 5 \cdot 36) / 62 = 4,10$
 $\bar{y}_{X=Sud} = (2 \cdot 24 + 3,5 \cdot 35 + 5 \cdot 18) / 77 = 3,38$
 $\sigma^2_{X=Nord} = [(2 - 4,26)^2 \cdot 8 + (3,5 - 4,26)^2 \cdot 12 + (5 - 4,26)^2 \cdot 37] / 57 = 1,19$
 $\sigma^2_{X=Centro} = [(2 - 4,10)^2 \cdot 11 + (3,5 - 4,10)^2 \cdot 15 + (5 - 4,10)^2 \cdot 36] / 62 = 1,34$
 $\sigma^2_{X=Sud} = [(2 - 3,38)^2 \cdot 24 + (3,5 - 3,38)^2 \cdot 35 + (5 - 3,38)^2 \cdot 18] / 77 = 1,21$
b) $\bar{y} = (2 \cdot 43 + 3,5 \cdot 62 + 5 \cdot 91) / 196 = 3,87$
 $\sigma^2 = [(2 - 3,87)^2 \cdot 43 + (3,5 - 3,87)^2 \cdot 62 + (5 - 3,87)^2 \cdot 91] / 196 = 1,40$

6.

x_i	A_i	Q_i	F_i	$F_i - Q_i$
87	87	0,104	0,25	0,146
213	300	0,357	0,5	0,143
220	520	0,619	0,75	0,131
320	840	1,000	1	0,000
840			1,5	0,420

$$R = \frac{0,420}{1,5} = 0,28$$

c) $\sigma^2_{Media(Y|X)} = [(4,26 - 3,87)^2 \cdot 57 + (4,10 - 3,87)^2 \cdot 62 + (3,38 - 3,87)^2 \cdot 77] / 196 = 0,156$
 $Media(\sigma^2_{Y|X=x_i}) = [(2 - 4,26)^2 \cdot 8 + (3,50 - 4,26)^2 \cdot 12 + (5 - 4,26)^2 \cdot 37 + (2 - 4,10)^2 \cdot 11 + (3,50 - 4,10)^2 \cdot 15 + (5 - 4,10)^2 \cdot 36 + (2 - 3,38)^2 \cdot 24 + (3,50 - 3,38)^2 \cdot 35 + (5 - 3,38)^2 \cdot 18] / 196 = 1,24$

d)

$$\eta^2 = \frac{\sigma^2_{Media(Y|X)}}{\sigma^2_Y} = 0,11$$