

Esercitazione 3 - Soluzione

1.

Età	x_i	Costo	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	1	253		-2	-719	1438	4	516961
1	1	592		-2	-380	760	4	144400
2	2	741		-1	-231	231	1	53361
2	2	722		-1	-250	250	1	62500
3	3	851		0	-121	0	0	14641
3	3	767		0	-205	0	0	42025
3	3	1120		0	148	0	0	21904
4	4	1055		1	83	83	1	6889
4	4	959		1	-13	-13	1	169
4	4	1625		1	653	653	1	426409
4	4	1600		1	628	628	1	394384
5	5	1379		2	407	814	4	165649
36	36	11664		0	0	4844	18	1849292

$$\bar{x} = 36/12 = 3$$
$$\bar{y} = 11664/12 = 972$$

$$\rho = \frac{4844}{\sqrt{18 \cdot 1849292}} = 0,840$$

2.

Investimenti	x_i	Fatturato	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
17,270	17,270	2128,020		-1,084	-245,085	265,623	1,175	60066,461
18,006	18,006	2430,049		-0,348	56,944	-19,805	0,121	3242,665
13,428	13,428	1623,967		-4,926	-749,138	3690,102	24,264	561207,144
14,123	14,123	1799,352		-4,231	-573,753	2427,433	17,900	329192,046
28,942	28,942	3884,135		10,588	1511,030	15999,092	112,110	2283212,870
91,769	91,769	11865,523		0	0	22362,444	155,569	3236921,185

$$\bar{x} = 91,769/5 = 18,354$$
$$\bar{y} = 11865,523/5 = 2373,105$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{22362,444}{155,569} = 143,75$$

$$\hat{\beta}_0 = 2373,105 - 143,75 \cdot 18,354 = -265,188$$

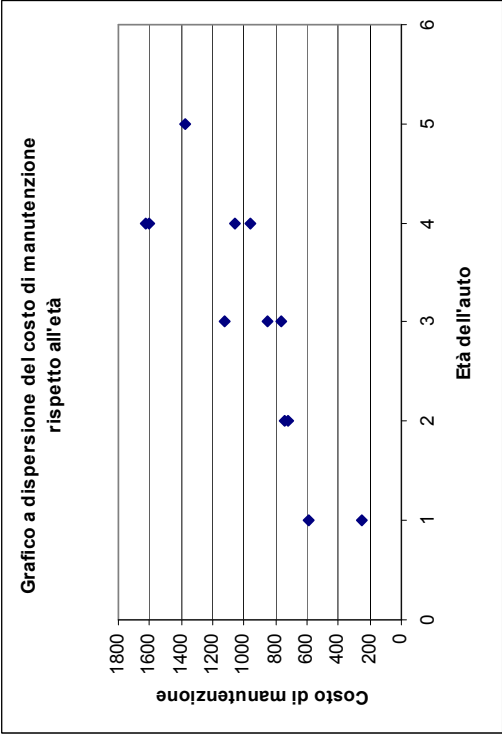
$$R^2 = \frac{22362,444^2}{155,569 \cdot 3236921,185} = 0,993$$

$$\hat{y} = -265,188 + 143,75 \cdot 18 = 2322,247$$

3.

$$D_i = \{\text{pezzo difettoso alla } i\text{-esima estrazione}\}$$

- a) $P(D_1 \cap D_2^c) = P(D_2^c | D_1) P(D_1) = 8/9 \cdot 2/10 = 8/45$
- b) $P(D_1^c \cap D_2) = P(D_2 | D_1^c) P(D_1^c) = 2/9 \cdot 8/10 = 8/45$
- c) $P[(D_1^c \cap D_2) \cup (D_1 \cap D_2^c)] = P(D_1^c \cap D_2) + P(D_1 \cap D_2^c) = 16/45$
- d) $P(D_1 \cap D_2) = P(D_2 | D_1) P(D_1) = 1/9 \cdot 2/10 = 1/45$
- e) $P(D_1^c \cap D_2^c) = P(D_2^c | D_1^c) P(D_1^c) = 7/9 \cdot 8/10 = 28/45$



4. $A = \{\text{compagnia X perde il mio bagaglio}\}$
 $B = \{\text{compagnia Y perde il mio bagaglio}\}$
 $P(A) > P(B)$
 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,0002$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,03$

$$\begin{cases} P(A) \cdot P(B) = 0,0002 \\ P(A) + P(B) - 0,0002 = 0,03 \\ P(A) \cdot P(B) = 0,0002 \\ P(A) = 0,0302 - P(B) \\ [0,0302 - P(B)] \cdot P(B) = 0,0002 \\ P(A) = 0,0302 - P(B) \\ P(B)^2 - 0,0302P(B) + 0,0002 = 0 \\ P(A) = 0,0302 - P(B) \\ P(B) = \frac{0,0302 \pm \sqrt{0,0302^2 - 4 \cdot 0,0002}}{2} \\ P(A) = 0,0302 - P(B) \\ P(B) = \frac{0,0098}{0,0204} \\ P(A) = \frac{0,0204}{0,0098} \end{cases}$$

$P(A) = 0,0204 \quad P(B) = 0,0098$

5. $B = \{\text{il cliente ha visto la campagna pubblicitaria}\}$
 $A = \{\text{il cliente ha acquistato il servizio}\}$
 $P(A) = 0,6$
 $P(B|A) = 0,7$
 $P(B|A^c) = 0,2$
 $P(A|B) > P(A)?$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B|A)P(A) + P(B|A^c)P(A^c)} =$$

$$= \frac{0,7 \cdot 0,6}{0,7 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,4} = 0,84$$

6. $C = \{\text{le vendite di personal computer aumentano}\}$
 $S = \{\text{le vendite di software aumentano}\}$

$$\begin{cases} P(C) = 0,4 \\ P(S) = 0,5 \\ P(C \cap S) = 0,2 \end{cases}$$

a) $P(C|S) = P(C \cap S) / P(S) = 0,2 / 0,5 = 0,4$
b) $P(S|C) = P(C \cap S) / P(C) = 0,2 / 0,4 = 0,5$
c) Si, infatti osservando il risultato al punto a) concludiamo che gli eventi sono indipendenti e quindi $P(S|C) = P(S) = 0,5$.