

*Economia e Finanza delle Assicurazioni
Università di Macerata – Facoltà di
Economia*

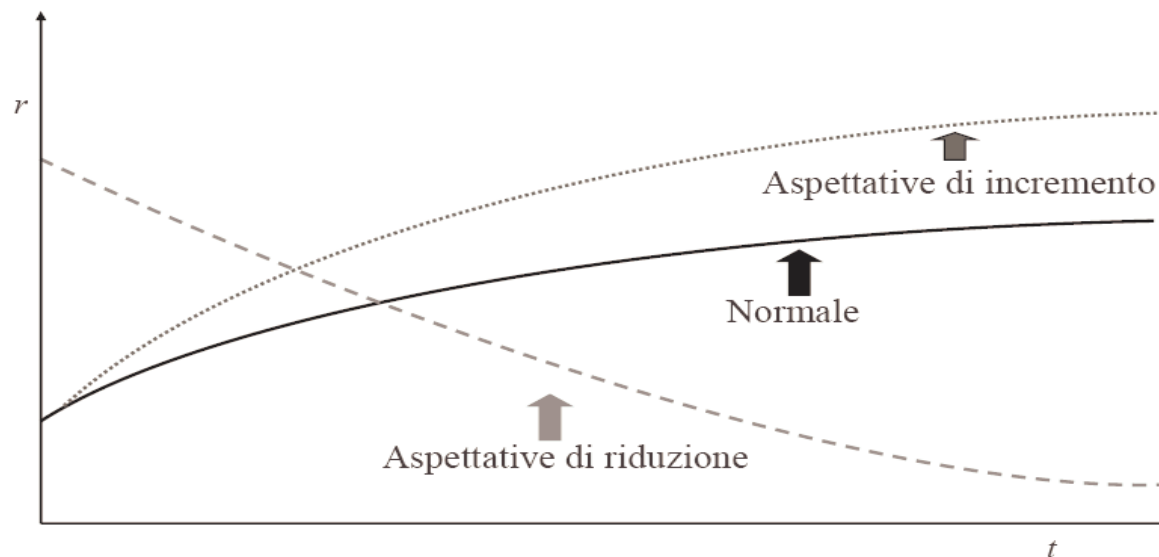
Mario Parisi

Valutazione titoli e portafogli interest rate sensitive



Il rischio temporale

Il tempo influisce in maniera determinante sull'incertezza. Negli investimenti in titoli di Stato, per esempio, l'unico fattore di rischio (considerando altamente improbabile il *default* dello Stato) è rappresentato dalle variazioni dei tassi di interesse. Tale rischio, in condizioni normali di mercato (ipotesi di bassa volatilità e aspettative nulle sull'entità e la direzione della variazione), aumenta in funzione della scadenza del titolo: maggiore è il tempo a scadenza, maggiore è la probabilità di osservare una o più variazioni dei tassi. Il differenziale tra i rendimenti dei titoli "a lunga" e i rendimenti "a breve" incorpora il premio per il rischio temporale.



Il Credit Risk

Titoli a lungo termine – Investment grade	
AAA	Capacità estremamente elevata di far fronte ai propri impegni finanziari
AA	Capacità elevata
A	Capacità elevata ma suscettibile di cambiamenti
BBB	Capacità adeguata ma sensibile alle avverse situazioni economiche
Titoli a lungo termine – Speculative	
BB	Gravi incertezze a fronte di situazioni economiche avverse
B	Possibile compromissione della capacità di far fronte ai propri impegni
CCC	Vulnerabile
CC	Molto vulnerabile
C	Procedure concorsuali già avviate, ma in presenza ancora di pagamenti
D	Default nei pagamenti
Titoli a breve termine	
A-1	Capacità elevata
A-2	Capacità soddisfacente
A-3	Capacità adeguata
B	Vulnerabile con caratteristiche speculative
C	Molto vulnerabile e potenzialmente insolvente
D	Default nei pagamenti

Il premio al rischio creditizio

<i>Country</i>	<i>Long-Term</i>	<i>Total Risk</i>	<i>Country Risk</i>	<i>Country</i>	<i>Long-Term</i>	<i>Total Risk</i>	<i>Country Risk</i>
Argentina	B3	11,66%	6,75%	Indonesia	B1	10,16%	5,25%
Australia	Aaa	4,91%	0,00%	Ireland	Aaa	4,91%	0,00%
Austria	Aaa	4,91%	0,00%	Israel	A2	6,11%	1,20%
Belgium	Aa1	5,44%	0,53%	Italy	Aa2	5,66%	0,75%
Bosnia and Herzegovina	B2	10,91%	6,00%	Japan	A2	6,11%	1,20%
Brazil	Ba2	8,66%	3,75%	Kuwait	Aa3	5,81%	0,90%
Bulgaria	Baa3	6,94%	2,03%	Romania	Baa3	6,94%	2,03%
Canada	Aaa	4,91%	0,00%	Russia	Baa2	6,64%	1,73%
China	A2	6,11%	1,20%	Saudi Arabia	A2	6,11%	1,20%
Croatia	Baa1	6,41%	1,50%	Slovenia	Aa2	5,66%	0,75%
Cuba	Ba3	9,41%	4,50%	South Africa	A2	6,11%	1,20%
Cyprus	A2	6,11%	1,20%	Spain	Aaa	4,91%	0,00%
Czech Republic	A1	5,96%	1,05%	Sweden	Aaa	4,91%	0,00%
Denmark	Aaa	4,91%	0,00%	Switzerland	Aaa	4,91%	0,00%
Dominican Republic	B3	11,66%	6,75%	Trinidad and Tobago	Baa1	6,41%	1,50%
Egypt	Baa3	6,94%	2,03%	Tunisia	Baa2	6,64%	1,73%
Eurozone	Aaa	4,91%	0,00%	Turkey	Ba3	9,41%	4,50%
Finland	Aaa	4,91%	0,00%	Turkmenistan	B2	10,91%	6,00%
France	Aaa	4,91%	0,00%	Ukraine	B1	10,16%	5,25%
Germany	Aaa	4,91%	0,00%	United Arab Emirates	Aa3	5,81%	0,90%
Greece	A1	5,96%	1,05%	United Kingdom	Aaa	4,91%	0,00%
Hong Kong	Aa3	5,81%	0,90%	United States	Aaa	4,91%	0,00%
Hungary	A2	6,11%	1,20%	Uruguay	B1	10,16%	5,25%
Iceland	Aaa	4,91%	0,00%	Venezuela	B1	10,16%	5,25%
India	Ba2	8,66%	3,75%	Vietnam	Ba2	8,66%	3,75%

Pricing - Operazioni preliminari

- Definizione del calendario dei giorni festivi (sui diversi mercati del mondo e per diversi anni) per calcolare il giorno di valuta;
- Scelta del metodo da utilizzare per calcolare la distanza (misurata in giorni) tra le date di stacco cedola considerando le diverse convenzioni (tra mercati e tra tipologie di prodotto) → *prossima slide*;
- osservazione del prezzo di mercato (normalmente “**corso secco**”);
- Calcolo del “**rateo**” di interesse, ossia la quota della cedola in corso che ha maturato, calcolata moltiplicando la cedola per il tempo trascorso dall’ultimo stacco cedole;
- Determinazione del “**prezzo tel-quel**” come somma del corso secco e del rateo di interessi.

Pricing - Metodi per il calcolo dei giorni di godimento

- **actual/actual**: il numero dei giorni trascorsi dall'inizio del periodo di godimento della cedola fino al giorno della transazione diviso per il numero di giorni complessivi del periodo di godimento;
- **actual/365**: il numero dei giorni trascorsi dall'inizio del periodo di godimento della cedola fino al giorno della transazione diviso per 365;
- **actual/360**: il numero dei giorni trascorsi dall'inizio del periodo di godimento della cedola fino al giorno della transazione diviso per 360;
- **30/365**: il numero dei giorni trascorsi dall'inizio del periodo di godimento della cedola, attribuendo 30 giorni a ogni mese e dividendo per 360.

Pricing – esempio di calcolo del rateo

Consideriamo il calcolo del rateo di un BTP 1° giugno 2010 il giorno venerdì 9 giugno 2007.

La data di valuta corrispondente sarà il 13 giugno (2 giorni lavorativi più 1)

Poiché il BTP paga una cedola semestrale del 6% su base annua, il rateo sarà pari a:

$$3 * 12/183 = 0,1967\%$$

Regimi di capitalizzazione

Per ogni scadenza futura, noto il corrispondente tasso, può essere calcolato un diverso fattore di capitalizzazione e di sconto (“struttura a termine”) mediante una funzione o “legge” che definisce il modo in cui il valore del tempo viene rappresentato:

- legge di capitalizzazione **semplice**: la relazione del fattore di montante (capitale + interessi) rispetto al tempo è lineare;
- legge di capitalizzazione **composta**: la relazione tra fattore di montante e tempo si trasforma in una funzione esponenziale crescente (grazie al reinvestimento degli interessi).
- si definisce, infine, **continua** una forma di capitalizzazione composta che considera l'ipotesi, bizzarra ma utile in molti problemi di analisi finanziaria, di interessi corrisposti in numero infinitamente grande (n) di rate costanti e immediatamente reimpiegato allo stesso tasso.

Fattori di sconto

La legge di sconto determina il valore di una unità monetaria nel tempo.

Se il tempo a scadenza è misurato in s anni e r è il tasso di sconto su base annua, si avrà:

a) per la legge di capitalizzazione semplice:

$$v(t,s) = 1/(1+r*s)$$

b) Per la legge di capitalizzazione composta:

$$v(t,s) = (1+r)^{-s}$$

se con pagamento in n rate costanti:

$$v(t,s) = (1+r/n)^{-ns} = [(1+r/n)^{n/r}]^{-rs}$$

c) Per la legge di capitalizzazione composta continua:

$$v(t,s) = e^{-rs}$$

Tassi spot e tassi forward

Il tasso d'interesse a pronti (*spot*) a n anni – da non confondere con il Tres - è il tasso d'interesse su di un investimento che viene fatto oggi e dura n anni. Se l'investimento considerato è un investimento “*puro*”, cioè senza pagamenti intermedi, il tasso d'interesse spot è detto anche *zero rate*.

Il tasso del 10% composto continuamente per un anno sta a significare che in cambio di un investimento di 100 oggi, l'investitore riceve $100e^{0,1}=110,52$ tra un anno. Il tasso del 10,5% annuo per due anni sta a significare che in cambio di un investimento di 100 oggi, l'investitore riceve $100e^{0,105 \times 2}=123,37$ tra due anni, ecc.

I tassi d'interesse a termine (*forward*) sono i tassi d'interesse, impliciti nei tassi *spot*, che si riferiscono a futuri periodi di tempo. Ritornando all'esempio precedente, è possibile ricavare dai due tassi *spot* per le due scadenze il tasso *spot* atteso (=forward) tra un anno per i titoli ad un anno.

In questo caso, il tasso *forward* rappresenta quel tasso che combinato con il tasso *spot* a un anno (10%) fornisce il 10,5% annuo complessivo per la scadenza due anni.

Tassi forward

Si indichi, in generale: z il tasso d'interesse valido per T anni; z' il tasso d'interesse valido per T' anni dove $T' > T$; F il tasso *forward* per il periodo di tempo tra T e T' . Allora il calcolo di F si effettua mediante la seguente formula:

$$F = (z'T' - zT)/(T' - T)$$

Poiché, nel nostro caso: $z=0,100$; $z'=0,105$; $T=1$ e $T'=2$, il tasso *forward* risulta pari a

$${}_1F_2 = (0,105 \times 2 - 0,100 \times 1)/(2 - 1) = 0,11$$

Infatti: $100e^{0,1}e^{0,11} = 123,37 = 100e^{0,105 \times 2}$.

Allora, data una struttura per scadenza dei tassi *spot* è possibile desumere i tassi forward per qualsiasi intervallo di tempo essendo questi dei tassi di “re-investimento” definiti all’istante della stipula che rendono equivalente l’investimento di un euro da t a T e successivamente da T a T' con l’investimento in un titolo che scade in T'

Il metodo "bootstrap"

Vita residua (anni)	cedola annuale	Prezzo corrente
0,25	0	97,5
0,50	0	94,9
1,00	0	90,0
1,50	8	96,0
2,00	12	101,6

Il primo titolo fornisce un ritorno di 2,5 su di un investimento di 97,5 per 3 mesi. pertanto, il tasso a 3 mesi composto continuamente è :

$$4 \ln(1+2,5/97,5)=0,1012.$$

In modo simile, il tasso a 6 mesi è: $2 \ln(1+5,1/94,9)=0,1047$;

e il tasso ad 1 anno è: $\ln (1+10,0/90,0)=0,1054$.

Il metodo "bootstrap"

Il quarto titolo dura per 1,5 anni. I pagamenti sono i seguenti:

6 mesi (cedola 8%) :	4
1 anno (cedola 8%) :	4
1,5 anni (cedola 8%+rimborso capitale) :	104

Indicando con Z il tasso *spot* a 1,5 anni, ne segue che:

$$4e^{-0,1047 \times 0,5} + 4e^{-0,1054} + 104e^{-1,5Z} = 96,$$

$$e^{-1,5Z} = 0,85196 \quad \longrightarrow \quad Z = -\ln(0,85196)/1,5 = 0,1068.$$

che è l'unico tasso *spot* consistente con i dati dell'esempio.

Esercizio n.1: Calcolare il tasso *spot* a 2 anni,

Il metodo "bootstrap"

L'unico tasso *spot* a 2 anni consistente con i dati dell'esempio è dato da:

$$6e^{-0,1047 \times 0,5} + 6e^{-0,1054} + 6e^{-0,1068 \times 1,5} + 106e^{-2Z} = 101,6$$

da cui:

$$Z = 0,1081 = 10,81\%.$$

Continuando in questo modo, si può ottenere una *term structure* completa dei tassi d'interesse *spot*.

Esercizio n.2 : Calcolare la struttura dei tassi forward a 6 mesi.

Utilizzo della struttura dei tassi

- La curva dei tassi spot può essere utilizzata per evidenziare titoli sopra e sotto quotati, confrontando la loro quotazione con il loro valore teorico (prezzo equo) del titolo.

- Esempio:

Sul mercato sono presenti 3 titoli:

- BTP scadenza 6 mesi con cedola pari a 5€ quotato a 103,81€
- BTP scadenza 1 anno con cedola semestrale pari a 7€ quotato a 112,50€
- BOT scadenza 1 anno quotato a 97,30€

I tassi spot a 6 mesi e a un anno sono pari a:

$$i(0,5)=2,30\%$$

$$i(1) = 2,77\%$$

Stabilire se i titoli sono valutati correttamente

Arbitraggio P-Pteor

SCADENZA	P	Pteor	0,5	1
i(0,5)	2,30%			
i(1)	2,77%			
BTP 6 mesi	103,81	103,81	105	
BTP 1 anno	112,50	111,04	7	107
BOT 1 anno	97,30	97,30	0	100

Arbitraggio su BTP 1 anno:

- Vendo 1000 BTP 1 anno
- Copro i flussi del BTP 1 anno ($100 \cdot x = 107.000$ e $105 \cdot y = 7.000$)
- Ottengo un profitto extra pari a $112.500 - 6.955 - 104.111 = 1.434\text{€}$

SCADENZA	T=0	T=0,5	T=1
BTP 6 mesi	+67	-6.955	+7.000
BTP 1 anno	-1000	+112.500	-7.000
BOT 1 anno	+1070	-104.111	0
			+107.000

I rischi dei titoli IRS

- **INSOLVENZA DEL CREDITORE:** i pagamenti delle cedole e della quota capitale verranno eseguiti nel modo prefissato?
- **IL POSSESSO DEL TITOLO FINO ALLA SCADENZA** (“cassettista”): può essere violata sia dall'emittente (es. attraverso l'esercizio della clausola di rimborso anticipato) che dall'investitore (attraverso la clausola della cessione anticipata).
- **IL REINVESTIMENTO DEGLI INTERESSI AL TRES:** può essere violata per diverse ragioni (imposte che gravano sugli importi delle cedole, costi di transazione; ricerca di un titolo con caratteristiche simili, variazione dei tassi).

Market Risk

- I rendimenti dei titoli IRS risentono dell'incertezza sul livello dei tassi d'interesse, che incide sul reinvestimento delle cedole e sul prezzo, con effetti opposti.
- La teoria tradizionale ha sempre identificato tale rischio attraverso le seguenti misure:
 - i) **la duration di Macauley** che esprime in anni la relazione rendimento e prezzo in funzione della scadenza media dei flussi di capitale e interessi generati dal titolo;
 - ii) **la duration modificata** che invece esprime la sensibilità del prezzo del titolo alla variazione del fattore di sconto;
 - iii) **la convexity**, che – basandosi sull'ipotesi di variazioni convesse della struttura dei tassi – evidenzia come l'effetto di una diminuzione del tasso è accentuato dallo shift convesso, mentre la stessa forza attenua l'effetto di un aumento del tasso di interesse. In tal modo, il fattore convessità si propone come variabile guida degli investimenti in titoli IRS in quanto è in grado di determinare, in virtù dei presunti suoi effetti positivi in ogni condizione di mercato, una discriminazione tra i diversi titoli con uguale duration, uguale rendimento ex-ante e uguale rischio insolvenza.

Duration

La durata media finanziaria dei flussi generati da un titolo di debito, o *duration*, rappresenta il baricentro delle scadenze in corrispondenza del quale si realizza una sorta di equilibrio finanziario dell'investimento ed è misurata dal rapporto tra la somma dei valori attuali di tutti i futuri flussi di cassa, ciascuno pesato per la data di incasso (t_s , per $s=1,2, \dots n$), e il valore attuale complessivo del titolo.

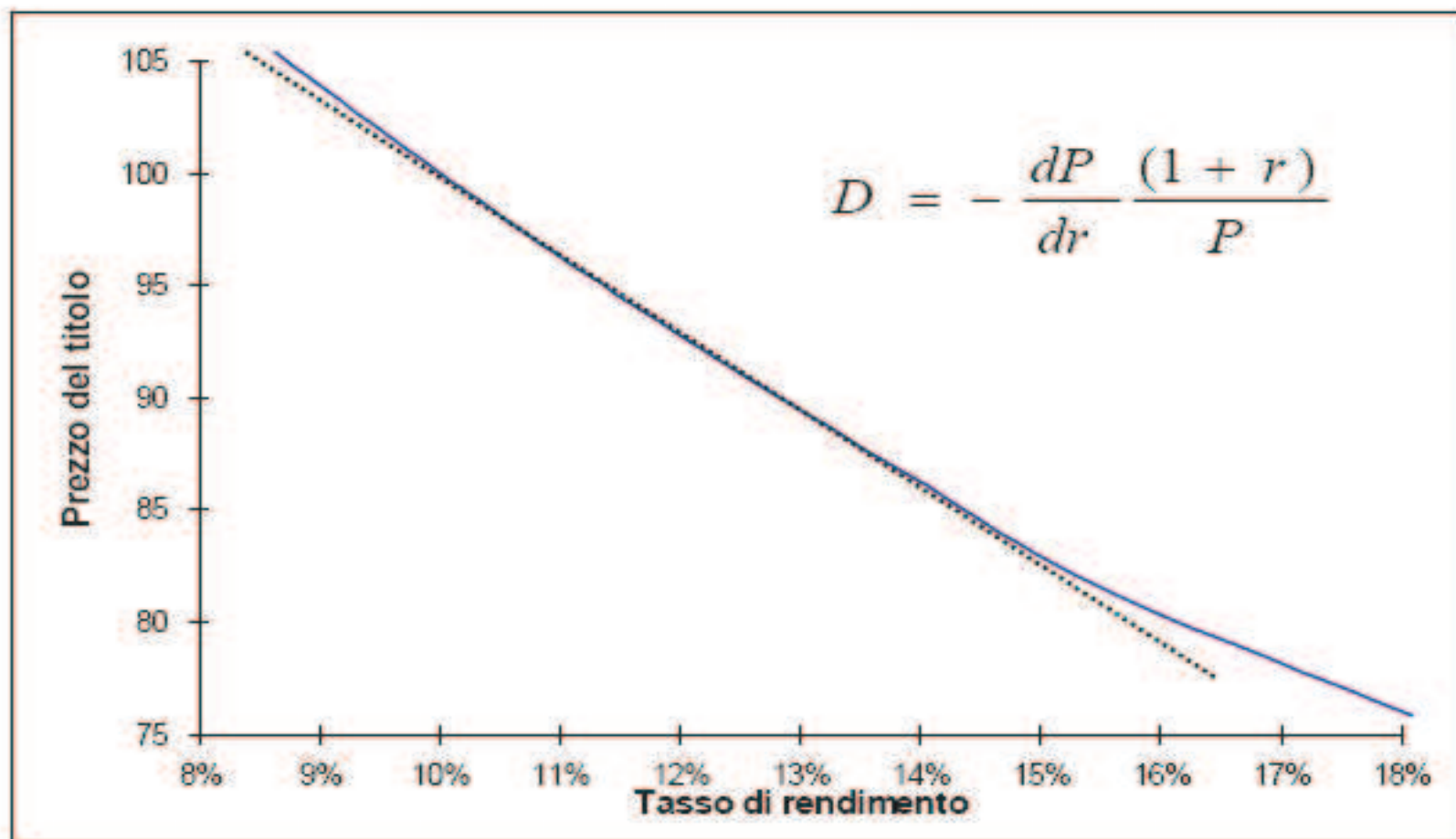
$$D = \frac{\sum_{s=1}^n t_s x_s v(t, s)}{\sum_{s=1}^n x_s v(t, s)}$$

Poiché maggiore è la duration di un titolo di debito e maggiore è la possibilità che il suo prezzo venga influenzato da una variazione dei tassi, essa ne rappresenta il grado di rischio. Perciò la relazione tra rendimento e duration (o tempo a scadenza) è normalmente positiva e crescente, nel senso che all'aumentare della durata media finanziaria di un titolo è associato un maggior rendimento atteso.

Le aspettative sull'andamento dei tassi determinano, insieme al premio per il rischio temporale, la struttura a termine dei tassi d'interesse.

Duration

La duration di un'obbligazione misura la pendenza della relazione tra i prezzi delle obbligazioni e i tassi di interesse



Esempio: Calcolo Duration con Excel

MACAULEY DURATION (MD)			
TRES = 4 %			
Anno	Cedola (C_t)	$t \cdot C_t / P \cdot (1 + TRES)^t$	
1	40	0,0385	
2	40	0,0740	
3	40	0,1067	
4	40	0,1368	
5	40	0,1644	
6	40	0,1897	
7	40	0,2128	
8	40	0,2338	
9	40	0,2529	
10	1040	7,0259	
Prezzo obbligazione		Duration	
€ 1.000,00		8,4353	
=VAN(B3;B6:B15)			
Formula Excel		=DURATA(DATA(2006;12;15);DATA(2016;12;15);4%;B3;1)	
		8,4353	

Esempio: Calcolo DME con Excel

MODIFIED DURATION (DME)				
$\Delta r =$	10%			
TRES =	4,0%			
ΔP effettivo	Duration	Prezzo	- MCD*P*Δr/(1+Tres) = -DME*P*Δr	
-31,81 	8,4353	1000,00€	-32,44	
<-- =-(-VA(4%;10;40)+1000/(1,04)^10-(-VA(4,4%;10;40)+1000/(1,044)^10))				
DME=Durata.M(DATA(2006;12;15);DATA(2016;12;15);4%;4%;1)				8,1109

Convexity

Abbiamo visto che un **aumento infinitesimo** del tasso r fa diminuire il valore di mercato del titolo di una percentuale pari alla **duration di Macauley, D** , se il valore è calcolato a **capitalizzazione continua** e pari alla **duration modificata, DM** , se il valore è calcolato a **capitalizzazione discreta**.

Per sapere cosa succede al titolo in caso di una **variazione finita** ε del tasso r è necessario espandere in serie di Taylor la relazione che lega il prezzo al tasso e calcolarne la derivata seconda, in regime di capitalizzazione continua e discreta:

$$C = \frac{\sum_{s=1}^n t_s^2 x_s v(t, s)}{\sum_{s=1}^n x_s v(t, s)} \quad C = \frac{\sum_{s=1}^n t_s(t_s + 1)x_s(1+r)^{-t_s-2}}{\sum_{s=1}^n x_s(1+r)^{-t_s}}$$

da cui in regime di capitalizzazione composta nel tempo continuo:

$$\Delta P(t, s) = -D * P(t, s) * dr + \frac{1}{2} * C * dr^2$$

Mentre, in regime di capitalizzazione composta nel tempo discreto:

$$\Delta P(t, s) = -DM * \Delta r + \frac{1}{2} * C * \Delta r^2$$

I titoli a tasso variabile

- Un titolo a tasso variabile può essere interpretato come il flusso generato da una gestione attiva (roll over) del capitale nominale in una serie di contratti *a breve*, ciascuno di durata uguale all'ampiezza dell'intervallo intercedola.
- Il flusso di interessi associato a questi titoli è subordinato al verificarsi di certi contingent claims ed il loro valore al rendimento di titoli base (sono riconducibili ai titoli derivati).
- I meccanismi di indicizzazione sono diversificati per:
 - tipologia di tassi nominali;
 - ampiezza dello sfasamento tra istante di determinazione e istante di godimento della cedola;
 - ampiezza dello spread rispetto al tasso a breve.

I titoli a tasso variabile

All'emissione o al momento dello stacco della cedola, il titolo indicizzato quota alla pari.

Il suo valore dipende solo dal valore facciale e dalla cedola in corso, per cui risente del rischio legato alle variazioni di tasso solo nel periodo tra lo stacco delle cedole; a stacco cedola torna alla parità.

Si è visto che nel caso dei titoli a tasso fisso, se si verifica un innalzamento della curva dei tassi, il valore attuale delle cedole future si abbassa. Di conseguenza si abbassa il valore di mercato del titolo. Viceversa, se si verifica un abbassamento della curva dei tassi, il titolo acquista valore.

Il titolo a tasso variabile non è influenzato da tali variazioni in quanto le cedole si adeguano automaticamente alle variazioni dei tassi.

Solitamente ai titoli indicizzati si aggiunge uno spread espresso su base annua, che rappresenta un tasso nominale aggiuntivo. Lo spread viene generalmente espresso in punti base (basis point); un punto base corrisponde a 10^{-4} , cosicché 100 punti base corrispondono ad un punto percentuale 1%, 10 punti base corrispondono a 0,1%, ecc..

Un titolo indicizzato

Scadenze	tasso	spot	forward	$P(t,T)$	$P(t,s)$	C
1 maggio	Euribor3m	3,545	3,916	99,12	98,16	0,96
1 agosto	Euribor6m	3,748	4,274	98,16	97,12	1,04
1 novembre	Euribor9m	3,950	4,559	97,12	96,03	1,09
1 febbraio	Euribor12m	4,136	5,623	96,03	94,70	1,33
1 maggio	CTZ (15m)	4,480	4,242	94,70	93,70	1,00
1 agosto	CTZ (18m)	4,480	4,498	93,70	93,70	0,00
VALORE AL 1 FEBBRAIO (t)					93,70	5,42
				= 99,12		

I titoli a tasso variabile

- ✚ Dall'esercizio precedente si nota come l'effetto dell'indicizzazione sia quello di "accorciare" la scadenza del titolo (a 3 mesi).
- ✚ Per calcolare il valore corretto avremmo dovuto includere i 25 bp di spread e la cedola in corso.

I titoli a tasso variabile

	TITOLO A	TITOLO B
Anni di scadenza	4,5	6
Rimborso	alla pari	alla pari
Cedole	semestrali	semestrali
Indicizzazione	euribor 6m + 2,5%	euribor 6m + 3%
Prezzo	98,5	101
spread effettivo	$2,5/98,5=2,54\%$	$3/101=2,97\%$
Plus/minusvalenza	$(100-98,5)/4,5=0,33\%$	$(100-101)/6=-0,17\%$
Maggiorazione effettiva	$2,54 + 0,33 = 2,87\%$	$2,97 - 0,17 = 2,80\%$

I fattori di sconto stocastici

IPOTESI Fondamentale: una variabile guida, il “tasso locale di interesse” $r(t)$, condiziona la futura struttura dei tassi a termine in funzione di una legge probabilistica che ne determina la dinamica, a seconda del valore corrente raggiunto (proprietà della “*mean reversion*”).

Altre ipotesi: mercato non frizionale, continuo, competitivo, consistente (no arbitraggi)

- In base a tale teoria, solo un titolo zero coupon (z.c.b.) con vita residua infinitesima consente di ottenere un *risk-free rate*, nel senso che consente un rendimento certo pari a $r(t)$ nel breve arco di tempo considerato. Il valore di un altrettanto ipotetico z.c.b. unitario con scadenza superiore, $s > t$, $v(r(t), t, s)$, è quindi funzione del tasso $r(t)$ osservabile sul mercato all'istante di valutazione e della sua dinamica (stimabile attraverso un opportuno modello di analisi).

In altri termini, $v(r(t), t, s)$ rappresenta il **fattore di sconto stocastico**, determinato dalla variabile aleatoria $r(t)$. Di conseguenza, la struttura dei tassi di interesse, per ogni $s > t$, potrà assumere qualsiasi forma (convessa o concava), secondo la dinamica tracciata da una appropriata funzione di distribuzione di probabilità di $r(t)$ che incorpora le aspettative degli operatori.

I fattori di sconto stocastici

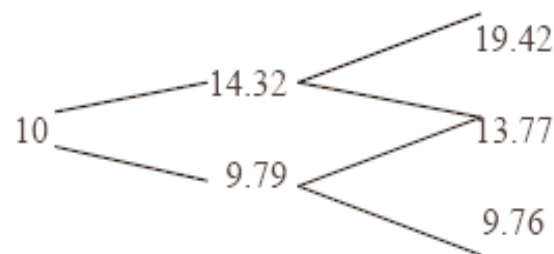
VALUTAZIONE: l'approccio stocastico rivoluziona i metodi di valutazione classici basati sull'aleatorietà dei pay-offs piuttosto che su quella dei tassi, considerati un dato del problema e coerenti con la struttura a termine osservata all'istante di valutazione.

In pratica, il fattore di sconto (assimilabile al prezzo di uno z.c.b. di valore a scadenza unitario) segue un processo stocastico dipendente dalla dinamica aleatoria del tasso d'interesse.

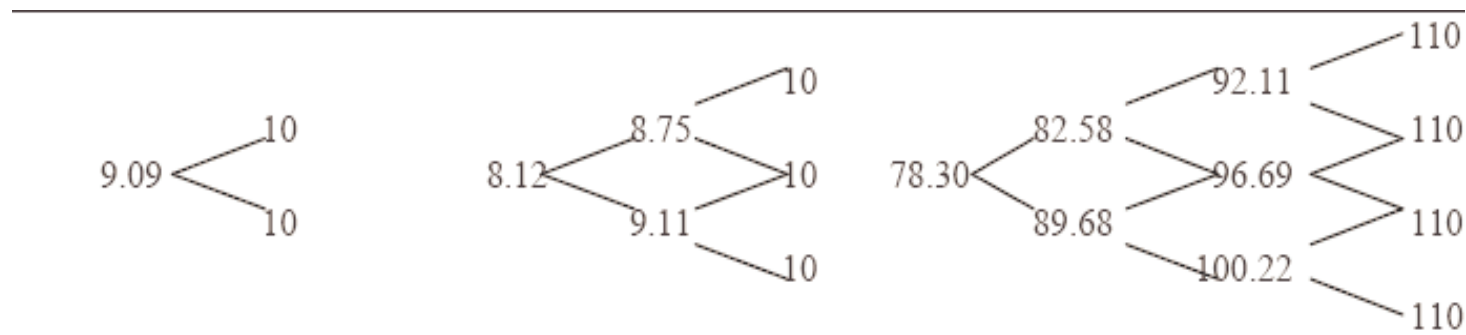
La valutazione secondo il metodo binomiale

Per valutare un'obbligazione di valore facciale pari a 100, con scadenza a 3 anni e con cedola annuale del 10% si potrebbe procedere come segue:

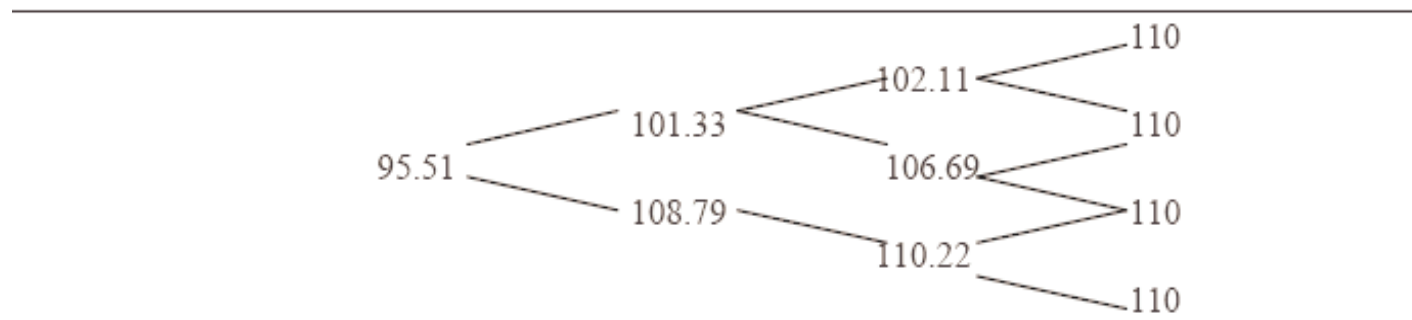
- scomporre il titolo in un portafoglio di tre ZCB perfettamente equivalente composto da due ZCB con valore facciale 10 rappresentativi delle cedole e con scadenze a uno e due anni e uno ZCB con valore facciale 110 (capitale più cedola) e scadenza a tre anni;
- sulla base del tasso a breve iniziale (per ipotesi pari al 10%) costruire l'albero dei tassi (con valori stimati di u , d e p):



- costruire l'albero dei tre ZCB, partendo dal valore a scadenza (noto) e andando a ritroso scontando per i tassi relativi allo specifico stato del mondo precedentemente stimati fino a calcolare il valore attuale dei flussi di cassa associati ai singoli ZCB:



- calcolare l'“albero somma” dei valori attuali dei tre ZCB, come nella Figura 7.7.C;



-
- costruire l'albero dei prezzi del titolo dopo aver sottratto gli interessi maturati dalle cedole alle rispettive scadenze:

