

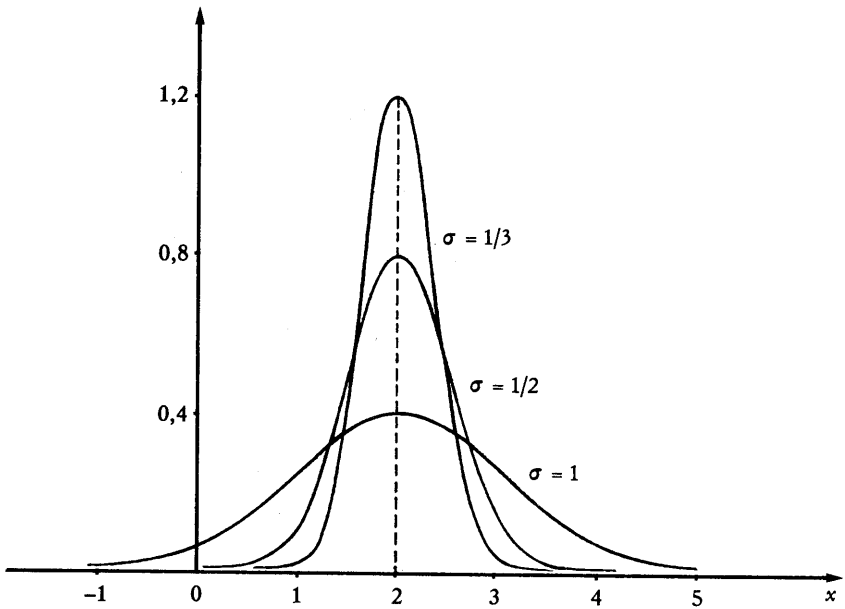


Fig. 1. Curve normali aventi la stessa media aritmetica e varianze diverse.

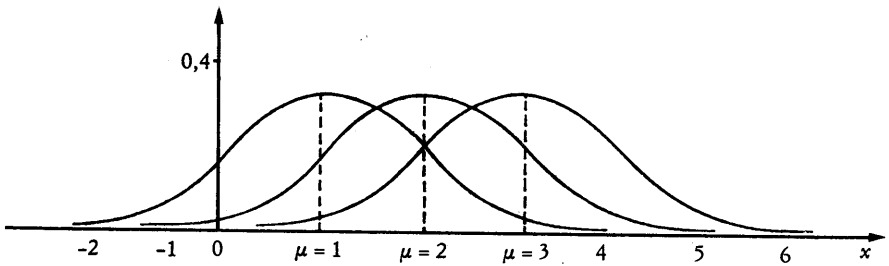


Fig. 2. Curve normali aventi lo stesso σ e media diversa.

b) la funzione risulta simmetrica rispetto all'asse $x = \mu$. Infatti per x_0 e $\mu - (x_0 - \mu)$, si ha $N(x_0; \mu, \sigma^2) = N[\mu - (x_0 - \mu); \mu, \sigma^2]$ come si può constatare facilmente per sostituzione, infatti:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (x_0 - \mu)^2 \right\} = \\ & = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [\mu - (x_0 - \mu) - \mu]^2 \right\} \end{aligned}$$

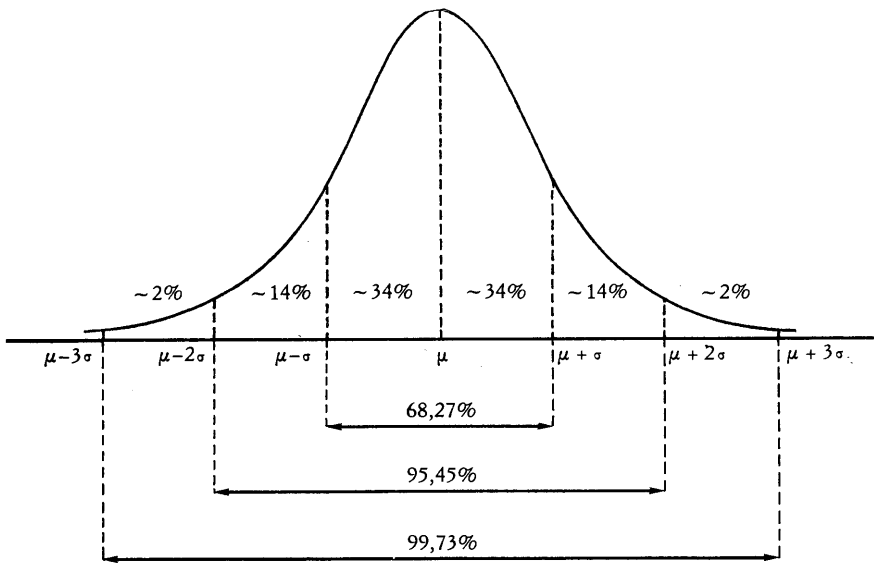


Fig. 5. Probabilità espresse in percentuale, comprese in particolari intervalli di ampiezza σ , centrati sulla media (all'interno della curva), e di ampiezza 2σ , 4σ e 6σ (al di sotto dell'asse delle ascisse) per una curva normale.

punto di ascissa $x = 17,28$ della $N(x; 15,4)$ si ha, utilizzando una semplice calcolatrice digitale:

$$N(17,28; 15,4) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 4}} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \cdot 4} (17,28 - 15)^2 \right\} = 0,10415$$

Dato il notevole interesse che presentano le probabilità della curva normale relative a particolari intervalli, nella figura 5 diamo un'illustrazione di tali probabilità che appartengono agli intervalli centrati sul valor medio e relativi a multipli dello scostamento quadratico medio. Si può osservare che al di là dei punti $\mu + 3\sigma$ e $\mu - 3\sigma$ la probabilità risulta inferiore al 3 per mille; dunque all'interno di tali punti è concentrata praticamente tutta la superficie individuata dalla funzione e dall'asse delle ascisse.

La legge di distribuzione normale è stata utilizzata ampiamente sia per spiegare fenomeni empirici, sia per importantissimi sviluppi teorici nel corpo della statistica, ed anzi la sinergia fra i due momenti si era fatta talmente stretta che Poincaré nel suo *Calcolo delle probabilità* (1912) ebbe a ricordare un famoso aforisma di Lippman, secondo il quale «tutti credono alla legge degli errori: gli sperimentatori perché la ritengono un

La distribuzione normale standardizzata

Formula della standardizzazione:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Formula inversa:

$$zs = x - \mu$$

da cui:

$$x = zs + \mu$$

