

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2012-13

Matematica Finanziaria - Foglio 6

1. Al tempo $t = 0$, vengono negoziate sul mercato italiano le seguenti tre obbligazioni:

- BOT a 1 anno, al prezzo $P_0 = 97.98$;
- BTP a 2 anni, che paga cedole annue ad un tasso triennale del 5% con prezzo $P_0 = 95.64$;
- BTP a 3 anni, che paga cedole annue ad un tasso quadriennale del 6.5% con prezzo $P_0 = 94.12$.

Determinare i tassi a pronti e i tassi a termine. Inoltre, utilizzando l'approssimazione lineare, determinare i tassi $i(0, 1.5)$ e $i(0, 1.5, 2)$.

2. Ci si vuole oggi garantire una cifra di 1000 euro tra 5.5 anni, usando titoli di puro sconto scadenti tra 2 anni e tra 7 anni, rispettivamente, ad un tasso di mercato mensile del 3%. Stabilire come allocare il proprio capitale.

3. Considero la seguente curva dei tassi a pronti:

$$i(0, 1) = 0.03; \quad i(0, 2) = 0.034; \quad i(0, 3) = 0.038; \quad i(0, 4) = 0.045.$$

Si immagini che siano questi i tassi presenti nel mercato. Rispondere ai seguenti quesiti.

- Costruire il piano di ammortamento per la restituzione in 4 anni di un prestito di 1000 euro, con quote capitale costanti.
- Costruire il piano di ammortamento per la restituzione in 4 anni di un prestito di 2000 euro, con rate costanti.
- Costruire il piano di ammortamento a due tassi (americano) per la restituzione in 4 anni di un prestito di 3000 euro, sapendo che la struttura dei tassi descrive gli interessi pagati sul debito, mentre il tasso di accumulo è fissato al 5% per i primi due anni, e poi diventa del 4%.

- Costruire il piano di ammortamento per la restituzione in 4 anni di un prestito con quote capitale costanti, sapendo che l'importo della rata R_3 é 140 euro.

4. Considero la seguente curva dei tassi a pronti:

$$i(0, 1) = 0.03; \quad i(0, 3) = 0.04; \quad i(0, 4) = 0.05.$$

Determinare $i(0, 2)$ sapendo che attraverso tale struttura risulta equa una rendita quadriennale a rata costante annua di valore attuale 10000 euro e TIR pari al 4,5%.

5. Sia $t \geq 0$ (anni), e considero le seguenti funzioni fattore di montante.

$$r_1(t) = 1 + 4 [\log(1 + t)]^2, \quad r_2(t) = 7 \left(t^3 + \frac{1}{7} \right).$$

- Determinare attraverso di esse il valore attuale e il montante finale di una rendita a rata costante annua di 300 euro di durata 3.
- Stabilire quale delle due funzioni r_1 e r_2 rende maggiormente conveniente la rendita:

$$E = \{(230, 1); (400, 2); (30, 3); (40, 4)\}.$$

6. Supponiamo di avere a disposizione due investimenti (tempo misurato in anni):

$$F = \{(-100, 0); (50, 2); (60, 3)\};$$

$$G = \{(-350, 0); (250, 1); (190, 4)\}.$$

Stabilire il migliore tra i due nei casi in cui:

- – nel mercato ci sia una legge di capitalizzazione descritta da r_1 ;
- nel mercato ci sia una legge di capitalizzazione descritta da r_2 ;
- nel mercato si maturino interessi costanti biennali pari ad 1/18 del capitale investito all'inizio;
- nel mercato si maturino interessi semestrali anche sugli interessi, ad un tasso del 3%, per i primi due anni. Poi si maturi un interesse bimestrale costante ad un tasso del 2% trimestrale.