

Università degli Studi di Macerata

A.A. 2013-14

Matematica Finanziaria - Foglio 3

1. Sia $0 \leq x \leq y$. Verificare quale delle seguenti funzioni può rappresentare una funzione fattore di montante. Tra di esse, verificare traslabilità e scindibilità.

$$\begin{aligned} r_1(x, y) &= (5 + y - x)^3 - 4, \quad r_2(x, y) = \log[5(y^2 - x^2)] + 1, \quad r_3(x, y) = \exp[4(x - y)], \\ r_4(x, y) &= 5^{(y^2 - x^2)} \cdot \frac{5^{3(y^2 - x^2)}}{2(5^{2(x-y)(x+y)})}, \quad r_5(x, y) = 2 - \exp(-3(y - x)^4), \quad r_6(x, y) = 3^{y^3 - x^3} e^{x^3 - y^3}, \\ r_7(x, y) &= e^{3(y^3 - x^3)}, \quad r_8(x, y) = \frac{3y^2 - 6xy + 3x^2}{7}, \quad r_9(x, y) = \frac{\log(6y^3 - 3(2x^3 + 4) + 13)}{4e^{y-x}}, \\ r_{10}(x, y) &= (3^{(y-x)^3}) \cdot e^{3(y-x)^2}, \quad r_{11}(x, y) = \frac{y^2 - x^2}{y^4 - x^4 + 1}. \end{aligned}$$

2. Supponiamo che un individuo voglia accantonare in un fondo un versamento di 500 euro per 3 anni. Si consideri un tasso di interesse mensile del 2%. Calcolare quale sarà il capitale accumulato alla fine dei 3 anni, nelle seguenti situazioni:

- i versamenti iniziano tra 5 mesi, e avvengono ogni 5 mesi;
- i versamenti iniziano subito, e avvengono ogni 6 mesi;
- i versamenti iniziano tra 2 mesi, e avvengono annualmente;
- i versamenti iniziano subito, e avvengono quadrimestralmente;
- i versamenti iniziano tra 5 mesi, e avvengono ogni 6 mesi;
- si investono 500 euro ogni 2 mesi per 8 mesi, alla fine dei quali si versano ulteriori 600 euro.

3. Dimostrare che

$$r(t) = 0.3(1 + t^2) + 0.7, \quad t = \text{MESI},$$

é una funzione fattore di montante. Verificare se é scindibile. Valutare attraverso r la migliore tra la seguente lista di investimenti:

- si investono 200 euro trimestrali in rate posticipate per 1 anno;
 - si parte da un investimento di 10 euro al tempo 0, e ad esso si aggiungono 70 euro ogni mese per 1 anno.
4. Al tempo $t = 0$, vengono negoziate sul mercato italiano le seguenti tre obbligazioni:
- BOT a 1 anno, al prezzo $P_0 = 97.98$;
 - BOT a 2 anni con prezzo $P_0 = 95.64$;
 - BOT a 3 anni con Prezzo $P_0 = 93.72$;

Determinare i tassi a pronti e i tassi a termine. Inoltre, calcolare il prezzo/valore di un BTP a 3 anni, che paga cedole annue ad un tasso $J_m = 6.5\%$ con valore di rimborso $P_7 = 100$.