

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2013-14

Matematica Finanziaria - Foglio 5

1. Consideriamo le seguenti tre operazioni finanziarie:

- Investimento di 20000 euro oggi ($t = 0$), che viene remunerato pagando un interesse annuo di 1000 euro con due rate costanti semestrali.
- Finanziamento di 30000 euro oggi ($t = 0$), che viene restituito secondo una struttura dei tassi mensili dettata da $i(0, 1) = 2\%$ e $i(0, 2) = 2.3\%$ con due rate mensili R_1 e R_2 , tale che R_1 è il doppio di R_2 .
- Finanziamento di 5000 euro oggi ($t = 0$), che matura due rate semestrali, rispettivamente di 3200 e 2400 euro.
- Investimento che scade tra un anno di 120000 euro oggi ($t = 0$), che matura interessi secondo una struttura dei tassi semestrali dettata da $i(0, 1) = 3\%$ e $i(0, 2) = 4\%$ e che viene remunerato a quote capitale costanti.

Confrontare le operazioni finanziarie date secondo il criterio del REA e, ove possibile, secondo il criterio del TIR.

2. Date le operazioni finanziarie (indicate attraverso le coppie flussi di cassa - scadenza)

- $A = \{(-120, 0); (80, 1); (65, 2)\}$
- $B = \{(140, 0); (-20, 1); (-30, 2); (-10, 3); (-60, 4)\}$
- $C = \{(150, 0); (-80, 1); (-110, 2)\}$
- $D = \{(-200, 0); (80, 1); (100, 2); (-75, 3)\}$
- $E = \{(-70, 0); (20, 1); (35, 2)\}$
- $F = \{(140, 0); (-20, 1); (-130, 2)\}$
- $G = \{(45, 0); (-25, 1); (-32, 2)\}$

- $H = \{(-20, 0); (8, 1); (15, 2)\}$

Confrontare le 4 operazioni con il criterio del REA, ad un tasso di valutazione $j = 2\%$.

3. Considero le operazioni finanziarie (indicate attraverso le coppie flussi di cassa - scadenza)

- $I = \{(20, 1); (30, 2.5); (50, 3.5); (20, 4)\}$
- $J = \{(35, 1); (10, 2); (75, 5)\}$
- $K = \{(100, 1); (140, 2); (30, 4)\}$
- $L = \{(40, 1); (65, 2); (10, 2.5)\}$.

- Calcolarne la vita a scadenza e la scadenza media aritmetica.
- Calcolarne, inoltre, la scadenza media finanziaria e la duration piatta ad un tasso $j = 0.03$.
- Stabilire quale delle operazioni é maggiormente sensibile ad un apprezzamento del tasso di interesse di 0.001, a partire da un tasso del 3%, usando esclusivamente la duration modificata.
- Stabilire quale delle operazioni é maggiormente sensibile ad un apprezzamento del tasso di interesse di 0.001, a partire da un tasso del 3%, usando anche la convexity.

4. Data la seguente struttura dei tassi a pronti:

$$i(0, 1) = 0.03; \quad i(0, 2) = 0.034; \quad i(0, 3) = 0.038; \quad i(0, 4) = 0.045,$$

calcolare la duration piatta delle operazioni finanziarie I, J, K, L .

5. Al tempo $t = 0$, vengono negoziate sul mercato italiano le seguenti tre obbligazioni:

- BOT a 1 anno, al prezzo $P_0 = 97.98$;
- BTP a 2 anni, che paga cedole annue ad un tasso triennale del 5% con prezzo $P_0 = 95.64$;
- BTP a 3 anni, che paga cedole annue ad un tasso quadriennale del 6.5% con prezzo $P_0 = 94.12$.

Determinare i tassi a pronti e i tassi a termine. Inoltre, utilizzando l'approssimazione lineare, determinare i tassi $i(0, 1.5)$ e $i(0, 1.5, 2)$.

6. Ci si vuole oggi garantire una cifra di 1000 euro tra 5.5 anni, usando titoli di puro sconto scadenti tra 2 anni e tra 7 anni, rispettivamente, ad un tasso di mercato mensile del 3%. Stabilire come allocare il proprio capitale.

7. Considero la seguente curva dei tassi a pronti:

$$i(0, 1) = 0.03; \quad i(0, 2) = 0.034; \quad i(0, 3) = 0.038; \quad i(0, 4) = 0.045.$$

Si immagini che siano questi i tassi presenti nel mercato. Rispondere ai seguenti quesiti.

- Costruire un'ipotesi di piano di ammortamento per la restituzione in 4 anni di un prestito di 1000 euro, con quote capitale costanti e tassi variabili.
- Costruire un'ipotesi di piano di ammortamento per la restituzione in 4 anni di un prestito di 2000 euro, con rate costanti e tassi variabili.
- Costruire un'ipotesi di ammortamento a due tassi (americano) per la restituzione in 4 anni di un prestito di 3000 euro, sapendo che la struttura dei tassi descrive gli interessi variabili pagati sul debito, mentre il tasso di accumulo é fissato al 5% per i primi due anni, e poi diventa del 4%.

8. Considero la seguente curva dei tassi a pronti:

$$i(0, 1) = 0.03; \quad i(0, 3) = 0.04; \quad i(0, 4) = 0.05.$$

Determinare $i(0, 2)$ sapendo che attraverso tale struttura risulta equa una rendita quadriennale a rata costante annua di valore attuale 10000 euro e TIR pari al 4,5%.

9. Sia $t \geq 0$ (anni), e considero le seguenti funzioni fattore di montante.

$$r_1(t) = 1 + 4 [\log(1 + t)]^2, \quad r_2(t) = 7 \left(t^3 + \frac{1}{7} \right).$$

- Determinare attraverso di esse il valore attuale e il montante finale di una rendita a rata costante annua di 300 euro di durata 3.
- Stabilire quale delle due funzioni r_1 e r_2 rende maggiormente conveniente la rendita:

$$E = \{(230, 1); (400, 2); (30, 3); (40, 4)\}.$$

10. Supponiamo di avere a disposizione due investimenti (tempo misurato in anni):

$$F = \{(-100, 0); (50, 2); (60, 3)\};$$

$$G = \{(-350, 0); (250, 1); (190, 4)\}.$$

Stabilire il migliore tra i due nei casi in cui:

- – nel mercato ci sia una legge di capitalizzazione descritta da r_1 ;
– nel mercato ci sia una legge di capitalizzazione descritta da r_2 ;

- nel mercato si maturino interessi costanti biennali pari ad $1/18$ del capitale investito all'inizio;
- nel mercato si maturino interessi semestrali anche sugli interessi, ad un tasso del 3%, per i primi due anni. Poi si maturi un interesse bimestrale costante ad un tasso del 2% trimestrale.