

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2009-10

Elementi di Calcolo delle Probabilità

Teoria Matematica del Portafoglio Finanziario

DOCENTE: ROY CERQUETI

Foglio di esercizi 7

1. Calcolare la covarianza e il coefficiente di correlazione tra le seguenti somme incerte, prese a coppie:

$$X_1 = \begin{cases} 30, & 3/4; \\ 50, & 1/8; \\ 55, & 1/8. \end{cases} \quad X_2 = \begin{cases} 35, & 1/2; \\ 40, & 3/16; \\ 65, & 5/16. \end{cases} \quad X_3 = \begin{cases} 40, & 1/3; \\ 42, & 1/6; \\ 48, & 1/2. \end{cases}$$

Calcolare, inoltre, la varianza delle somme incerte:

- $Z_1 = -3X_1 + 5X_2 + 8X_3$;
 - $Z_2 = 5(X_1 + 3X_2) + 2(X_3 - 4X_1)$;
 - $Z_3 = -2(-3X_1 + 2X_2)$.
2. Consideriamo due titoli, i cui rendimenti R_1 e R_2 abbiano coordinate sul piano M-V date da: $R_1 = (0.02; 0.04)$ e $R_2 = (0.06; 0.11)$. Verificare se i seguenti elementi del piano M-V possano corrispondere a portafogli generati da R_1 e R_2 :
- $(0.03; 0.07)$, rendimenti perfettamente negativamente correlati;
 - $(0.05; 0.1)$, rendimenti perfettamente positivamente correlati;
 - $(0.04; 0.09)$, rendimenti scorrelati;
 - $(0.035; 0.07)$, con $\rho_{1,2} = 1/4$;
 - $(0.045; 0.1)$, con $\rho_{1,2} = -0.6$.

Alcuni esercizi "difficili" o di riepilogo

3. Considero i rendimenti incerti seguenti:

$$X_1 = \begin{cases} 2\% & p = 0.4 \\ 4\% & p = 0.35 \\ 8\% & p = 0.25, \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 1\% & p = 0.2 \\ 6\% & p = 0.55 \\ 9\% & p = 0.25, \end{cases}$$

$$X_3 = \begin{cases} 3\% & p = 0.1 \\ 7\% & p = 0.15 \\ 8\% & p = 0.75, \end{cases}$$

Consideriamo, inoltre, le seguenti funzioni di utilità:

$$u_1(x) = 3\ln(x/5) \quad \text{con } x > 0$$

e

$$u_2(x) = x^{1/4} \quad \text{con } x > 0.$$

Rispondere ai seguenti problemi.

- (a) Si supponga che in un mercato ci sia la possibilità di vendite allo scoperto. Costruire il portafoglio generato da due quote identiche dei $2/3$ del capitale disponibile sui titoli con rendimenti X_1 e X_3 , e la restante parte sul titolo con rendimento X_2 , e collocarlo sul piano M-V.
- (b) Costruire le tre regioni dei portafogli ammissibili dati dai titoli X_1 , X_2 e X_3 , combinati uno alla volta con un'operazione finanziaria priva di rischio la quale, a fronte di un investimento iniziale di 2000 Euro, mi dia in un anno un interesse $I = 45$ Euro.
- (c) Nei tre casi del punto precedente, si scrivano sul piano M-V i portafogli costituiti da un investimento dei $3/4$ del capitale sul titolo rischioso, e la restante parte sul titolo non rischioso. Definiamoli P_1 , P_2 , P_3 . Confrontare questi tre portafogli attraverso sia l'utilità attesa che le curve di indifferenza, utilizzando le due funzioni di utilità u_1 e u_2 .
- (d) Determinare, attraverso le utilità u_1 e u_2 , quali sono le somme certe con le quali si sarebbe disposti a scambiare in modo equivalente P_1 , P_2 e P_3 .