

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2009-10

Elementi di Calcolo delle Probabilità

Teoria Matematica del Portafoglio Finanziario

DOCENTE: ROY CERQUETI

Foglio di esercizi 1

1. Si descriva un plausibile spazio di probabilità $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ sui seguenti esperimenti aleatori:

- Lancio di un dado.
- Lancio di una moneta.
- Estrazione di una carta da un mazzo di carte da poker.
- Lancio di due monete.
- Lancio di una moneta e di un dado.
- Lancio di due dadi.

2. Partiamo dalla definizione di $\mathcal{F}$ seguente:

(1) $\emptyset \in \mathcal{F}$;

(2) $A \in \mathcal{F} \Rightarrow A^C \in \mathcal{F}$;

(3') $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{F} \Rightarrow A_1 \cup \dots \cup A_n \in \mathcal{F}$.

Si consideri un fenomeno il cui spazio campionario sia $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$. Si costruisca un plausibile spazio degli eventi $\mathcal{F}$, sapendo che:

- $\{1, 2, 3, 4\} \in \mathcal{F}$;
- $\{1, 2, 3\} \in \mathcal{F}$;
- $\{1, 2\}, \{3, 4, 8\} \in \mathcal{F}$;

- $\{1\}, \{2, 3, 4\}, \{9\} \in \mathcal{F}$;
 - $\{1, 2, 3, 4\}, \{2, 3, 5, 8\}, \{1, 3, 5, 9\} \in \mathcal{F}$;
 - $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{8\}, \{9\} \in \mathcal{F}$.
3. Si consideri un fenomeno il cui spazio campionario sia $\Omega = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ e sia $\mathcal{F}$ lo spazio degli eventi costituito da tutti i sottoinsiemi di Ω e P la probabilità per la quale tutti gli elementi di Ω sono equiprobabili. Dopo aver verificato quali coppie di eventi sono indipendenti, calcolare la probabilità condizionata $P(A|B)$, dove:
- $A = \{a, b, d\}; B = \{c, d, e, f, g\}$;
 - $A = \{c, d, e, f\}; B = \{c, d, e, f, g\}$;
 - $A = \{f, g\}; B = \{c, d, e, f, g\}$;
 - $A = \{c, d, g\}; B = \{a, b\}$;
 - $A = \{a, b, c, d, e, f\}; B = \{c, d, g\}$;
 - $A = \{a, b, f, g\}; B = \{c, f, g\}$.
4. Si consideri un fenomeno il cui spazio campionario sia $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$ e sia $\mathcal{F}$ lo spazio degli eventi costituito da tutti i sottoinsiemi di Ω . Determinare il valore della costante k tale che le seguenti misure possano descrivere delle probabilità:
- $P(\{a, b, d\}) = 2 - k; P(\{c, e\}) = 1/5$;
 - $P(\{a, b\}) = 1/4; P(\{c\}) = 1/5, P(\{d, e\}) = k + 1/3$;
 - $P(\{a, b\}) = 2k; P(\{c\}) = 5k + 2, P(\{d, e\}) = k + 3$;
 - $P(\{a\}) = 3/2 + k; P(\{b, c\}) = 2 - k, P(\{d, e\}) = k + 3$.
 - $P(\{a\}) = k(2k - 1); P(\{b, c\}) = 1/2, P(\{d, e\}) = 3k + 2$.