

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2010-11

## Elementi di Calcolo delle Probabilità

### Teoria Matematica del Portafoglio Finanziario

DOCENTE: ROY CERQUETI

#### Foglio di esercizi 7

1. Considero tre titoli  $A_1, A_2, A_3$  con i seguenti rendimenti incerti:

$$X_1 = \begin{cases} 0.3, & 1/4; \\ 0.35, & 1/2; \\ 0.5, & 1/8; \\ 0.55, & 1/8. \end{cases} \quad X_2 = \begin{cases} 0.35, & 1/2; \\ 0.38, & 1/8; \\ 0.40, & 1/16; \\ 0.65, & 5/16. \end{cases} \quad X_3 = \begin{cases} 0.40, & 1/3; \\ 0.42, & 1/6; \\ 0.43, & 1/16; \\ 0.48, & 7/16. \end{cases}$$

Supponiamo si possa vendere allo scoperto. Determinare come conviene allocare ottimamente il proprio capitale nelle seguenti situazioni:

- (a) si vuole investire la metà del proprio capitale su  $A_1$  e garantirsi un rendimento del 40%;
  - (b) si vuole investire su  $A_1$  il doppio che su  $A_3$  e garantirsi un rendimento del 45%;
  - (c) si vuole investire su  $A_3$  il doppio che su  $A_2$  e massimizzare il rendimento atteso;
  - (d) si vuole investire su  $A_2$  il triplo che su  $A_3$  e minimizzare il rischio.
2. Dati i tre titoli dell'esercizio precedente, determinare come conviene allocare ottimamente il proprio capitale, sapendo che ci si vuole garantire un rendimento atteso del 40%.
3. Supponiamo che  $A_1$  e  $A_2$  siano negativamente correlati con  $\rho_{1,2} = -0.8$ ,  $A_2$  e  $A_3$  siano negativamente correlati con  $\rho_{2,3} = -0.2$  e  $A_1$  e  $A_3$  siano scorrelati. Calcolare il portafoglio di rischio minimo composto da 2 titoli tra  $A_1, A_2$  e  $A_3$  (svolgere tutti e tre i casi). Calcolare nei tre casi, inoltre, i portafogli con rendimento atteso massimo.

4. Valutare tutti i portafogli ottenuti nei punti precedenti secondo i seguenti metodi:

- (a) criterio media-varianza;
- (b) criterio del valore atteso;
- (c) criterio della utilità attesa, con

$$u_1(x) = \log(x/4); \quad u_2(x) = 2(1 - \exp(-x)); \quad u_3(x) = \sqrt[4]{x};$$

- (d) le curve di indifferenza generate dalle funzioni di utilità precedenti.

5. Date le funzioni di utilità  $u_1, u_2, u_3$ , dimostrare che sono associate ad individui avversi al rischio usando il confronto tra equivalente certo e valore atteso con i portafogli degli esercizi precedenti.