

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2010-11

Elementi di Calcolo delle Probabilità

Teoria Matematica del Portafoglio Finanziario

DOCENTE: ROY CERQUETI

Foglio di esercizi 4

1. Considero le seguenti somme incerte:

$$X_1 = \begin{cases} 30, & 1/4; \\ 35, & 1/2; \\ 50, & 1/8; \\ 55, & 1/8. \end{cases} \quad X_2 = \begin{cases} 35, & 1/2; \\ 38, & 1/8; \\ 40, & 1/16; \\ 65, & 5/16. \end{cases} \quad X_3 = \begin{cases} 40, & 1/3; \\ 42, & 1/6; \\ 43, & 1/16; \\ 48, & 7/16. \end{cases}$$

Calcolare il valore atteso delle seguenti somme incerte:

- $Z_1 = -3X_1 + 5X_2 + 8X_3$;
- $Z_2 = 5(X_1 + 3X_2) + 2(X_3 - 4X_1)$;
- $Z_3 = -2(-3X_1 + 2X_2)$.

2. Calcolare la media e la varianze dei seguenti fenomeni, di cui si dispongono alcune realizzazioni storiche:

$$Y_1 := \{40; 42; 51; 44; 39; 37; 50\};$$

$$Y_2 := \{38; 40; 32; 45; 55; 71; 20\};$$

$$Y_3 := \{-21; -39; 98; 101; 43; 1; 77\}.$$

Mettere, inoltre, in ordine le coppie (Y_1, Y_2) , (Y_1, Y_3) , (Y_2, Y_3) in base al comovimento in tendenza (da quella più in controtendenza a quella più in tendenza). Confrontare infine sul piano M-V le somme X_1 , X_2 , X_3 , Y_2 , Y_1 , Y_3 .

3. Confrontare le somme $X_1, X_2, X_3, Y_2, Y_1, Y_2$, eventualmente utilizzando le curve di indifferenza relative a $u_1(x) = 2 - 3\exp[-4x]$ e $u_2(x) = 5\log(x/4)$.
4. Costruire i portafogli seguenti, composti con le somme $X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_2, Y_3$:
 - P_1 : sono ammesse vendite allo scoperto. Investo la metà del capitale su X_2 , i $3/4$ del capitale su Y_1 e il resto equamente distribuito tra X_1, X_3 e Y_3 ;
 - P_2 : sono ammesse vendite allo scoperto. Investo equamente il 150% del capitale su X_1 e X_2 , i $2/5$ del capitale su Y_1 , chiedo a prestito la metà dell'ammontare del capitale su Y_3 e il resto viene equamente distribuito tra gli altri titoli;
 - P_3 : non sono ammesse vendite allo scoperto. Investo su X_1 il doppio di quanto investo su X_2 , i $3/5$ del capitale su X_3 , su Y_1 investo il triplo di quanto investo su X_2 e il resto equamente tra Y_2 e Y_3 ;
 - P_4 : non sono ammesse vendite allo scoperto. Investo il 90% del capitale su X_1 , la metà del resto del capitale diviso tra X_2 e X_3 e quello che avanza su Y_1 .
5. Consideriamo due titoli, i cui rendimenti R_1 e R_2 abbiano coordinate sul piano M-V date da: $R_1 = (0.02; 0.04)$ e $R_2 = (0.06; 0.11)$. Verificare se i seguenti elementi del piano M-V possano corrispondere a portafogli generati da R_1 e R_2 :
 - $(0.03; 0.07)$, rendimenti perfettamente negativamente correlati;
 - $(0.05; 0.1)$, rendimenti perfettamente positivamente correlati.