

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2011-12

Elementi di Calcolo delle Probabilità

Teoria Matematica del Portafoglio Finanziario

DOCENTE: ROY CERQUETI

Foglio di esercizi 3

1. Calcolare la media, la varianza, le covarianze e i coefficienti di correlazione dei seguenti fenomeni, di cui si dispongono alcune realizzazioni storiche:

$$Y_1 := \{40; 42; 51; 44; 39; 37; 50\};$$

$$Y_2 := \{38; 40; 32; 45; 55; 71; 20\};$$

$$Y_3 := \{-21; -39; 98; 101; 43; 1; 77\}.$$

Mettere, inoltre, in ordine le coppie (Y_1, Y_2) , (Y_1, Y_3) , (Y_2, Y_3) in base al comovimento in tendenza (da quella più in controtendenza a quella più in tendenza). Confrontare infine sul piano M-V le somme Y_2 , Y_1 , Y_3 .

2. Consideriamo due titoli, i cui rendimenti R_1 e R_2 abbiano coordinate sul piano M-V date da: $R_1 = (0.02; 0.04)$ e $R_2 = (0.06; 0.11)$. Verificare se i seguenti elementi del piano M-V possano corrispondere a portafogli generati da R_1 e R_2 :

- $(0.03; 0.07)$, rendimenti perfettamente negativamente correlati;
- $(0.05; 0.1)$, rendimenti perfettamente positivamente correlati.

3. Consideriamo tre titoli con i seguenti rendimenti aleatori:

$$X_1 = \begin{cases} 2\% & p = 0.4 \\ 4\% & p = 0.35 \\ 8\% & p = 0.25, \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 1\% & p = 0.2 \\ 6\% & p = 0.55 \\ 9\% & p = 0.25, \end{cases}$$

$$X_3 = \begin{cases} 3\% & p = 0.1 \\ 7\% & p = 0.15 \\ 8\% & p = 0.75, \end{cases}$$

Supponiamo che X_1 sia scorrelato con X_2 e X_3 , ma X_2 e X_3 abbiano un coefficiente di correlazione pari a 0,2.

- (a) Si posizioni sul piano media varianza un portafoglio ottenuto dai tre titoli investendo la metà del capitale su X_1 , e il resto equamente diviso tra X_2 e X_3 .
 - (b) Si risolva il problema di Markowitz ad un livello di soglia di rendimento atteso pari a $\bar{\mu} = 0,04$.
4. Si consideri il portafoglio ottenuto nel punto (a) dell'esercizio precedente. Si stabilisca come allocare ottimamente le proprie risorse tra esso e il seguente rendimento incerto:

$$X_4 = \begin{cases} 2\% & p = 0.1 \\ 5\% & p = 0.25 \\ 10\% & p = 0.65, \end{cases}$$

5. Supponiamo che si sia risolto un problema di Markowitz con i tre titoli X_1 , X_2 e X_3 con soglia di rendimento $\bar{\mu}$, nella soluzione del quale risulti che è ottimo investire 1/3 del proprio capitale sul titolo X_1 . Trovare le altre due quote ottime e la soglia di rendimento $\bar{\mu}$ del problema.