

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2011-12

Matematica Generale 2 (VS) - Foglio 2

ROY CERQUETI

1. Costruire tutte le funzioni composte possibili del tipo $y = f(g(x))$ e $y = g(f(x))$, dove le funzioni f e g sono le seguenti¹

$$f_1(x) = \log_2(3x+2), \quad f_2(x) = \log_4\left(\sqrt[5]{2x^2-x-3}\right), \quad f_3(x) = \log_3\left(\frac{-x-3}{2x+1}\right),$$

$$f_4(x) = \log_3((3x+2)(x^2-2)), \quad f_5(x) = \log_3((-x^2+3x-1)^5), \quad f_6(x) = \log_2\left(\frac{\sqrt[3]{4x-3}}{\sqrt{3x+4}}\right),$$

$$g_1(x) = e^{7x-5}, \quad g_2(x) = (2x^2-x-3), \quad g_3(x) = 7^{\frac{-3x-4}{x^2-4}},$$

$$g_4(x) = \frac{2^{x+1}}{\log_2(3x-5)}, \quad g_5(x) = \frac{x}{3^{x^2-1}}, \quad g_6(x) = \frac{5^{2x-3}}{\log_5(x^2-3x+2)}.$$

Esempio guida: $f(x) = \log_4(3x-5)$; $g(x) = -3^{2x+3}$. Allora abbiamo

$$f(g(x)) = \log_4(3g(x)-5) = \log_4(3 \cdot (-3^{2x+3}) - 5).$$

Deve essere $3 \cdot (-3^{2x+3}) - 5 > 0$, altrimenti questa funzione non é definita. Questo é un caso facile, e quindi lo possiamo sviluppare.

$$3 \cdot (-3^{2x+3}) - 5 > 0 \Rightarrow -3 \cdot 3^{2x+3} - 5 > 0 \Rightarrow -3^{2x+3+1} > 5 \Rightarrow 3^{2x+4} < -5,$$

e questa disequazione non ammette soluzioni. Allora $D = \emptyset$, e dunque questa funzione composta non esiste.

2. Calcolare le derivate di tutte le funzioni $f_1, \dots, f_6$ e $g_1, \dots, g_6$, e delle composizioni di funzioni trovate nell'esercizio precedente². A questo proposito é utile ricordare:

$$y = f(g(x)) \Rightarrow y' = f'(g(x)) \cdot g'(x).$$

¹Si prescinda dal Dominio ma si commenti, quando si ha un caso facile, se la funzione composta esista.

²Tra gli formulari delle derivate che si possono trovare in rete, tutti (quasi) uguali, si può fare riferimento a <http://www.fmboschetto.it/didattica/pdf/tabderiv.pdf>.