

Università degli Studi di Macerata, Facoltà di Economia

A.A. 2012-13

Elementi di Calcolo delle Probabilità

Teoria Matematica del Portafoglio Finanziario

DOCENTE: ROY CERQUETI

Foglio di esercizi 1

1. Considero le seguenti funzioni di utilità:

$$u_1(x) = 7(1 - e^{-5x}); \quad u_2(x) = 2\log(x/6);$$

$$u_3(x) = \sqrt[3]{x^2}; \quad u_4(x) = x - 3x^2.$$

Supponiamo che x misuri le centinaia di euro. Stabilire, scegliendo un sistema a piacere, quale tra di esse é associata ad un individuo maggiormente avverso al rischio, in corrispondenza di una somma di 3 Euro.

2. Definisco ora le somme incerte X ed Y come segue:

$$X = \begin{cases} 0.04, & p = 1/4; \\ 0.07, & p = 1/2; \\ 0.09, & p = 1/4; \end{cases}$$

$$Y = \begin{cases} 0.01, & p = 1/5; \\ 0.02, & p = 1/10; \\ 0.1, & p = 7/10. \end{cases}$$

- Determinare quale, tra X ed Y , é la migliore, usando il criterio del valore atteso.
- Determinare quale somma certa si é disposti a scambiare con le somme incerte X ed Y , se si ragiona utilizzando le funzioni di utilità u_1 , u_2 , u_3 e u_4 .

3. Stabilire quale tra le seguenti funzioni é di utilit , sfruttando la composizione di funzioni:

$$\tilde{u}_1(x) = -(1 - e^{-5x})^2; \quad \tilde{u}_2(x) = (\log(x/6))^2 - \log 6, \text{ per } x > 6;$$

$$\tilde{u}_3(x) = 5 - 2e^{-3x}; \quad \tilde{u}_4(x) = \log^4(2x/3) + \exp(\log^2(2x/3) + 2), \text{ per } x > 0;$$

$$\tilde{u}_5(x) = 5 - 2\exp[-(x - x^2)] + \log(x - x^2) \text{ per } x < 1/2 \quad \tilde{u}_6(x) = \sqrt[4]{x^3} - 3 \text{ per } x > 0;$$

$$\tilde{u}_7(x) = \log(1 - \exp(-3x)) + 2 - \exp(-3x) \quad \tilde{u}_8(x) = x^{2/11} [\sqrt[11]{x^4} + 2] + 5.$$

4. Stabilire la migliore tra X ed Y usando il criterio dell'utilit  attesa, con tutte le funzioni di utilit  presenti in questo foglio e che siano definite su ogni realizzazione delle somme incerte.

5. Confrontare, se possibile, le operazioni seguenti attraverso il criterio M-V:

$$X_1 = \begin{cases} 30, & 1/4; \\ 35, & 1/2; \\ 50, & 1/8; \\ 55, & 1/8. \end{cases} \quad X_2 = \begin{cases} 35, & 1/2; \\ 40, & 1/16; \\ 65, & 7/16. \end{cases} \quad X_3 = \begin{cases} 40, & 1/3; \\ 42, & 1/6; \\ 48, & 1/2. \end{cases}$$

$$X_4 = \begin{cases} 32, & 1/10; \\ 35, & 1/5; \\ 41, & 1/5; \\ 68, & 1/2. \end{cases} \quad X_5 = \begin{cases} 21, & 1/3; \\ 22, & 1/3; \\ 24, & 1/3. \end{cases} \quad X_6 = \begin{cases} 42, & 1/7; \\ 45, & 2/3; \\ 49, & 4/21. \end{cases}$$