LABORATORIO DI MATEMATICA 2

Dott.ssa Serena Brianzoni

brianzoni@unimc.it

Terza parte

1. Applicazioni economiche

Problema del consumatore

Si considerino due beni (1) e (2).

Il consumatore trae utilità dalle quantità consumate di ciascun bene x(1) e x(2).

La funzione di utilità è del tipo

$$u(x(1), x(2)) : \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}_+$$

La funzione di utilità è funzione delle due variabili x(1) e x(2)

della quale è possibile tracciare le curve di livello (curve di indifferenza)

Alcuni esempi di funzioni di utilità:

$$1)\ lineare:\ U(x(1), x(2)) = x(1) + x(2)$$

$$2)\ di\ secondo\ grado:\ U(x(1), x(2)) = (x(1) + x(2))^2$$

$$3)\ Cobb - Douglas:\ U(x(1), x(2)) = x(1)^a x(2)^{1-a}, 0 \le a \le 1$$

Il consumatore ha a disposizione un reddito fissato R pertanto,

dati i prezzi di ciascun bene p(1) e p(2),

le quantità massime che il consumatore potrà consumare di ciascun bene

devono rispettare il seguente vincolo di bilancio (lineare)

$$p(1)x(1) + p(2)x(2) = R$$

L'obiettivo del consumatore è quello di

MASSIMIZZARE L'UTILITA' DATO IL VINCOLO DI BILANCIO (e di non-negatività)

ESEMPIO 1

Data la seguente funzione di utilità $u(x(1), x(2)) = x(1)^2 + 2x(2)^2$

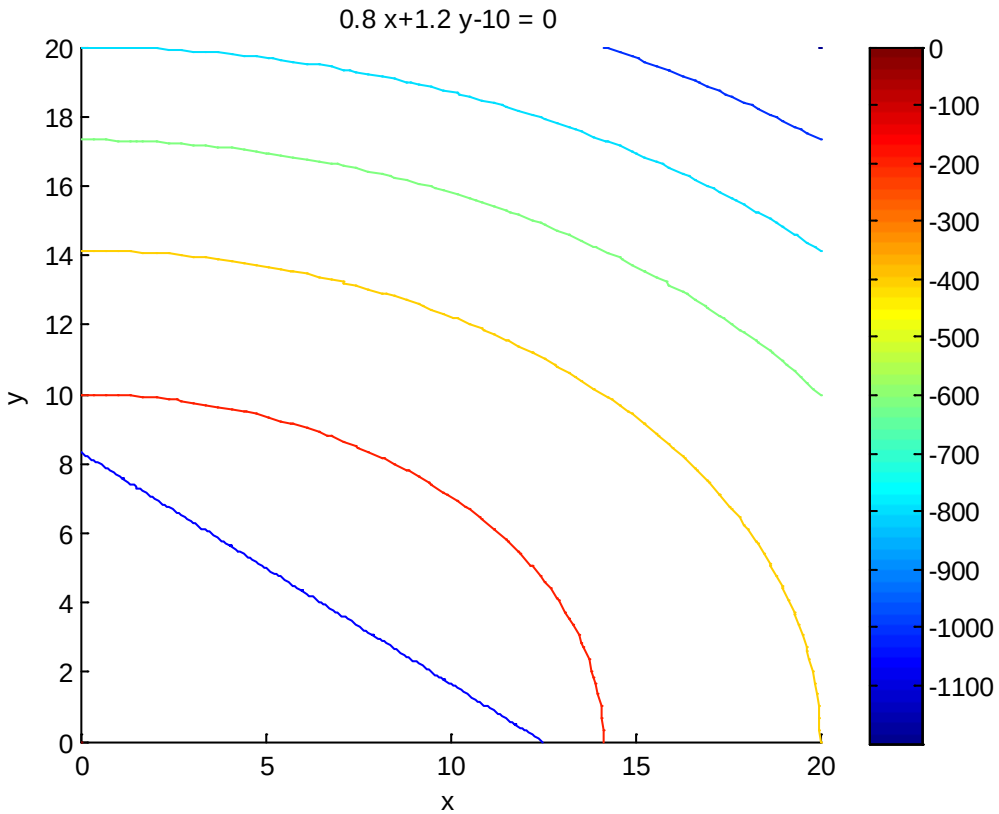
Siano p(1)=0.8 e p(2)=1.2 i prezzi dei due beni e sia R=10 il reddito disponibile,

Si risolva il problema del consumatore

A) Graficamente

```
>> f=@(x,y) -x.^2-2*y.^2;
>> g=@(x,y) 0.8*x+1.2*y-10;
>> hold on
>> ezcontour(f,[0 20],[0 20])
>> ezplot(g,[0 20],[0 20])
```

Le curve di livello sono le curve di indifferenza

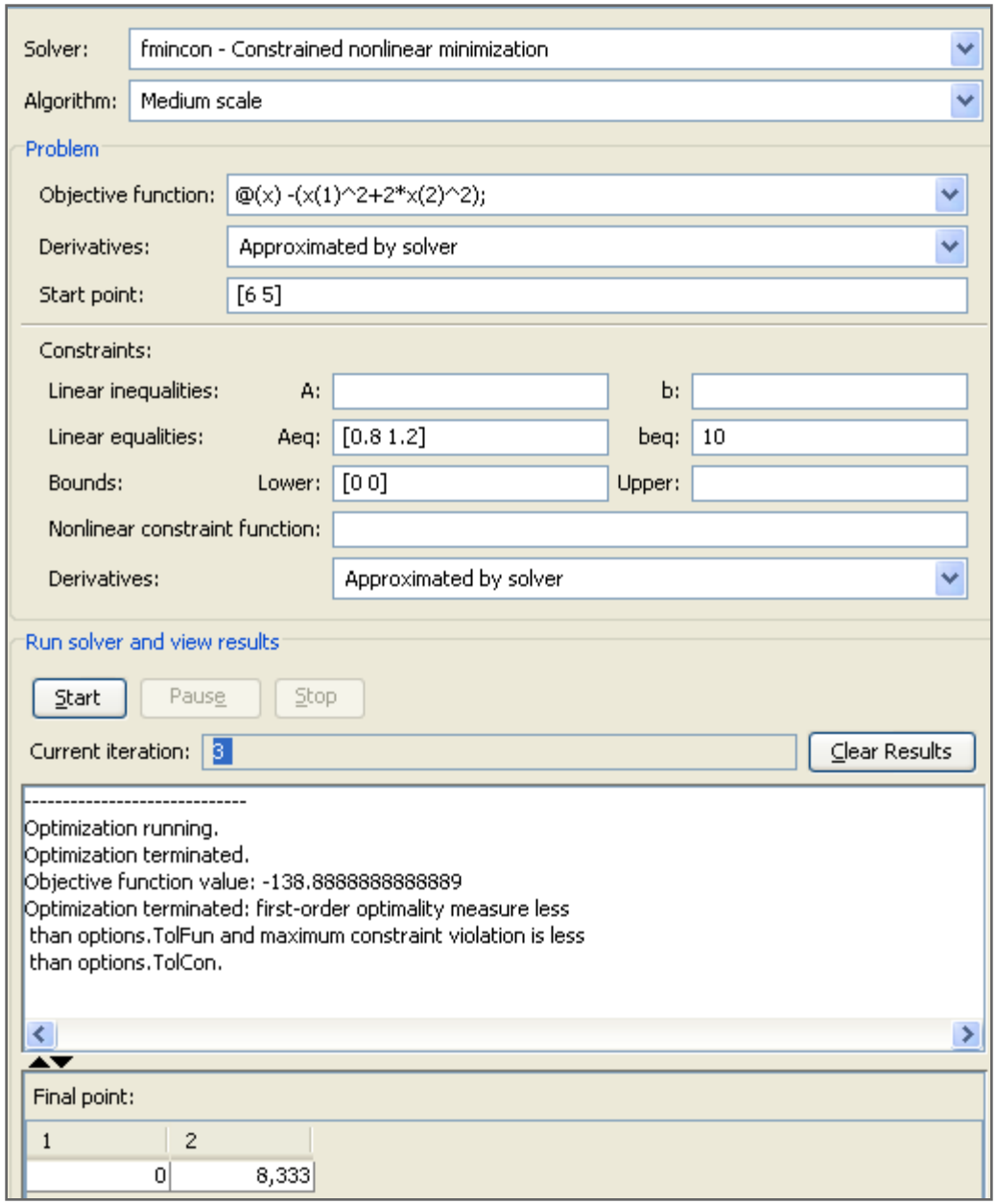


B) Analiticamente

Problema di minimio di -f

con vincolo lineare

e <u>vincoli di non negatività</u>



NB il vincolo di non negatività [0 0] deve essere inserito in lower bounds

ESERCIZIO PROPOSTO

Data la seguente funzione di utilità

$$u(x(1), x(2)) = \sqrt[3]{x(1)^2 x(2)}$$

Siano p(1)=2 e p(2)=1.5 i prezzi dei due beni e sia R=20 il reddito disponibile,

Si risolva il problema del consumatore

dal punto di vista analitico e grafico

Problema dell'impresa

Si considerino due fattori di produzione (1) e (2) (in genere capitale e lavoro).

L'impresa impiega le quantità x(1) e x(2) dei due fattori

per produrre un livello di output z.

La **funzione di produzione** è del tipo

$$z(x(1), x(2)) : \mathbb{R}_+^2 \to \mathbb{R}_+$$

La funzione di produzione è funzione delle due variabili x(1) e x(2)

della quale è possibile tracciare le curve di livello **(isoquanti)**

Alcuni esempi di funzioni di produzione:

$$1)\ lineare:\ z = x(1) + x(2)$$

$$2)\ di\ secondo\ grado:\ z = (x(1) + x(2))^2$$

$$3)\ Cobb - Douglas:\ z = Ax(1)^a x(2)^b, 0 < a, b < 1$$

$$(A > 0\ dipende\ dal\ livello\ tecnologico\ dell'azienda)$$

Siano c(1) e c(2) i **costi unitari** di ciascun fattore. Il costo totale è dato da

$$C = c(1)x(1) + c(2)x(2)$$

Le linee di livello della funzione costo sono quelle curve (in genere delle rette) che rappresentano le possibili combinazioni dei due fattori (ad es. capitale e lavoro) che lasciano invariato il costo totale per l'azienda e prendono il nome di **isocosti**

Possibili problemi dell'impresa:

1. Determinare la combinazione dei fattori che minimizza il costo totale mediante il vincolo della quantità prodotta

2. Determinare la combinazione dei fattori che massimizza la produzione con il vincolo del costo

ESEMPIO 2

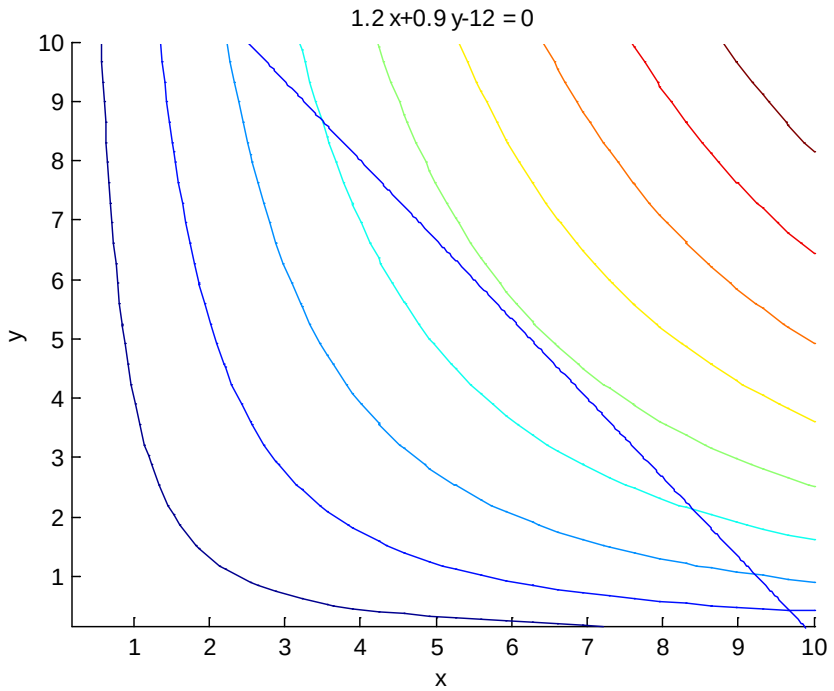
Data la seguente funzione di produzione (di Cobb-Douglas) $z = 10\,x(1)^{0.8}\,x(2)^{0.5}$

Siano c(1)=1.2 e c(2)=0.9 i costi dei due fattori di produzione.

Si determini la combinazione dei due fattori che massimizza la produzione dato il costo totale C=12 (problema di tipo 2)

A) Graficamente

```
>> f=@(x,y) 10*x.^(0.8)*y.^(0.5);
g=@(x,y) 1.2*x+0.9*y-12;
hold on
ezcontour(f,[-10 10],[-10 10])
ezplot(g,[-10 10],[-10 10])
```



Le curve di livello della funzione di produzione si chiamano isoquanti

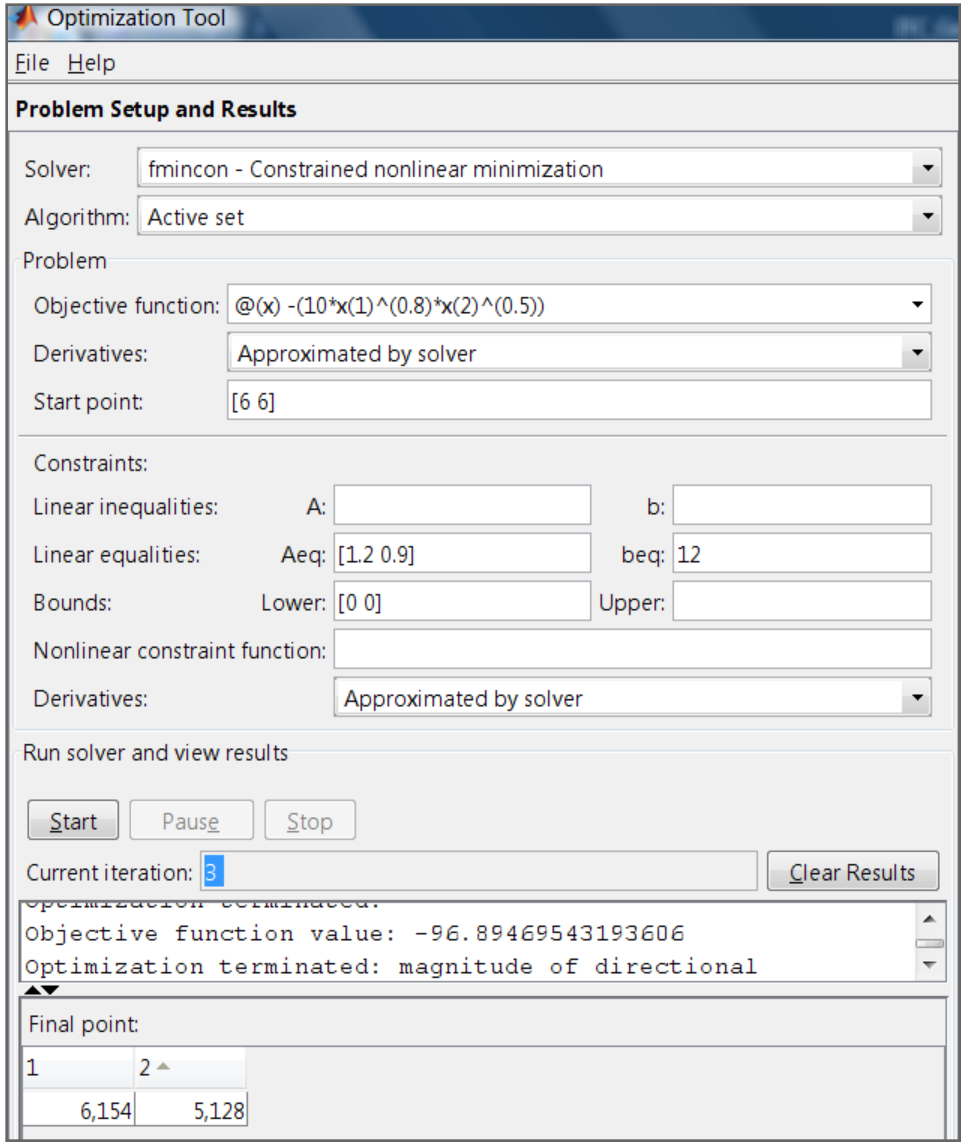
ESEMPIO 2

B) Analiticamente

Problema di minimo di -f

con vincolo lineare

e vincoli di non negatività



ESEMPIO 3

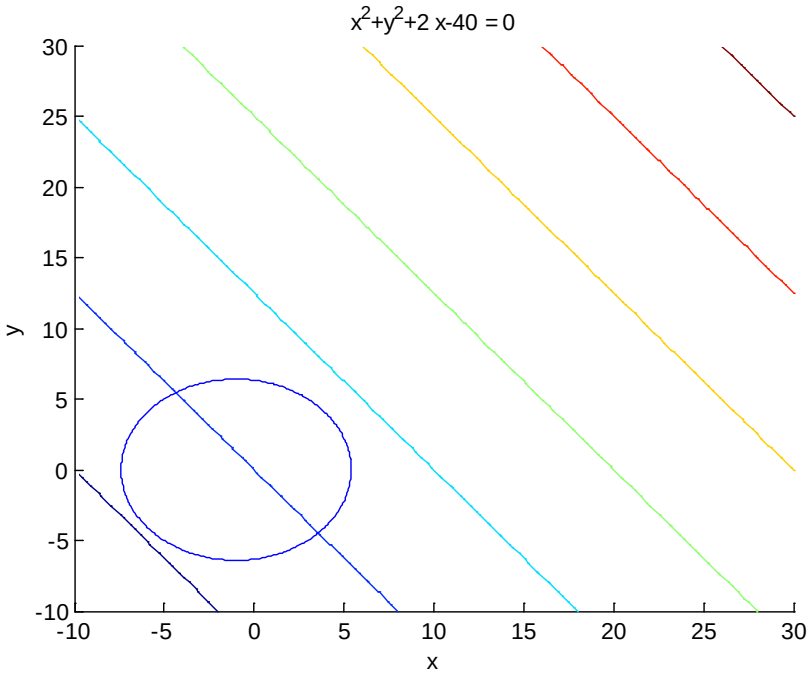
Data la seguente funzione di produzione $z = x(1)^2 + x(2)^2 + 2x(1)$

Siano c(1)=2 e c(2)=1.6 i costi dei due fattori di produzione.

Si determini la combinazione dei due fattori che minimizza il costo totale data una produzione z=40 (problema di tipo 1)

A) Graficamente

```
>> f=@(x,y) 2*x+1.6*y;
g=@(x,y) x^2+y^2+2*x-40;
hold on
ezcontour(f,[-10 30],[-10 30])
ezplot(g,[-10 30],[-10 30])
```



Le curve di livello della funzione di costo si chiamano isocosti

ESEMPIO 3

B) Analiticamente

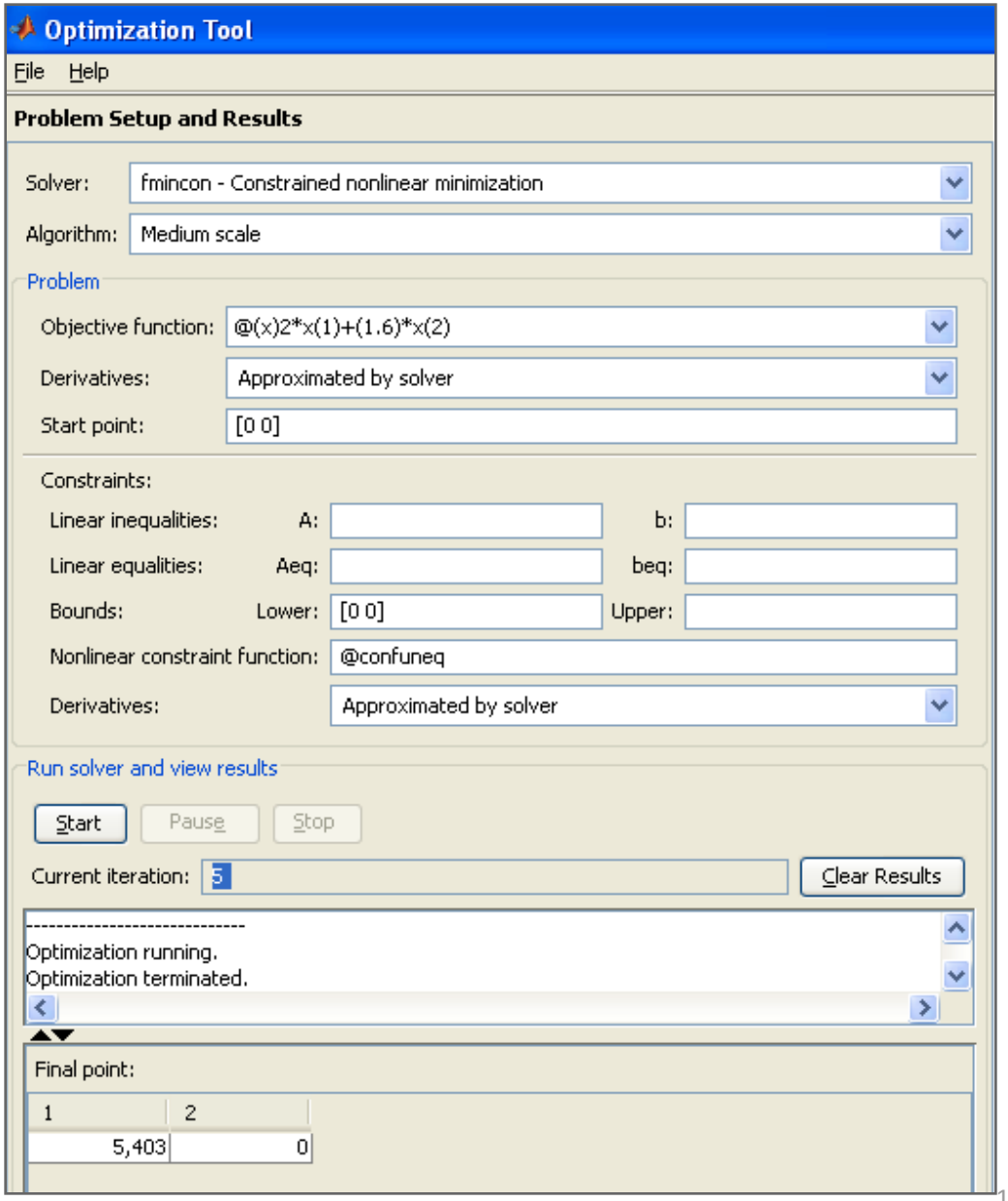
Problema di minimo di f

con vincolo non lineare

e vincoli di non negatività

m file confuneq.m

```
function [c, ceq] = vincolo(x)
% Nonlinear inequality constraints
c = [];
% Nonlinear equality constraints
ceq = x(1)^2+x(2)^2+2*x(1)-40;
```



ESERCIZIO PROPOSTO

Data la seguente funzione di produzione $z = x(1)^2 + x(2)^{0.8}$

Siano c(1)=1.3 e c(2)=1.7 i costi dei due fattori di produzione.

Si determini la combinazione dei due fattori che massimizza la produzione dato il costo totale C=20

Si determini la combinazione dei due fattori che minimizza il costo totale data una produzione z=30